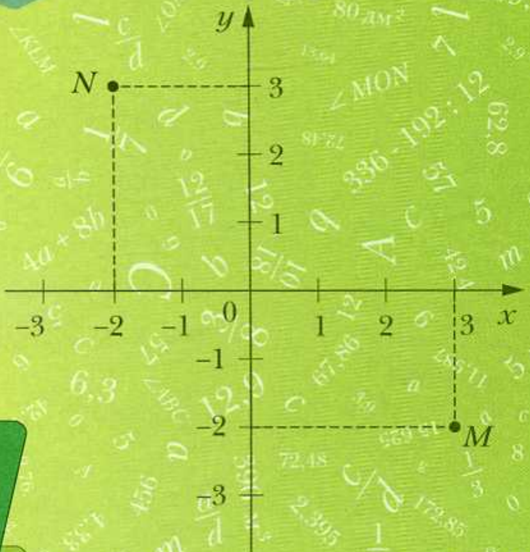
А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
М.С. Якир

ФГОС

# 6 класс




$a - b = a + (-b)$ $\quad l = 2\pi r$

$-(-a) = a$ $\quad d = 2r$

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$ $\quad |a| = |-a|$

# Математика

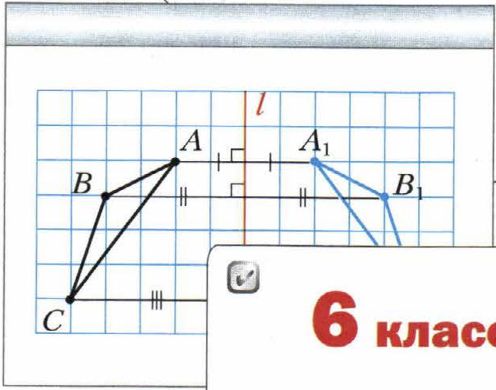
Вентана-Граф

ФГОС

Алгоритм успеха

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
М.С. Якир

# Математика




## 6 класс

Учебник для учащихся общеобразовательных организаций

Рекомендовано
Министерством образования и науки
Российской Федерации

Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2014

ББК 22.1я72
М52

**Учебник включён в федеральный перечень**

**Мерзляк А.Г.**

М52 Математика : 6 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — М. : Вентана-Граф, 2014. — 304 с. : ил.

ISBN 978-5-360-04784-1

Учебник предназначен для изучения математики в 6 классе общеобразовательных организаций. В нём предусмотрена уровневая дифференциация, позволяющая формировать у школьников познавательный интерес к математике.

Учебник входит в систему «Алгоритм успеха».

Содержание учебника соответствует федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования (2010 г.).

ББК 22.1я72

*Учебное издание*

**Мерзляк** Аркадий Григорьевич
**Полонский** Виталий Борисович
**Якир** Михаил Семёнович

**Математика**

6 класс

Учебник для учащихся
общеобразовательных организаций

Редактор *Е.В. Буцко*. Художественный редактор *Е.В. Чайко*
Макет, внешнее оформление *Е.В. Чайко*
Рисунки *Л.Я. Александровой, О.А. Гуляевой, А.Е. Максимовой*
Компьютерная вёрстка *О.В. Поповой*. Технический редактор *Л.В. Коновалова*
Корректоры *О.А. Мерзликина, О.Ч. Кохановская*

Подписано в печать 25.12.13. Формат 70×90/16. Гарнитура NewBaskervilleC
Печать офсетная. Бумага офсетная № 1. Печ. л. 19,0 + вкл 2,0. Тираж 20 000 экз. Заказ № 35458.

ООО Издательский центр «Вентана-Граф». 127422, Москва, ул. Тимирязевская, д. 1, стр. 3
Тел./факс: (495) 611-15-74, 611-21-56. E-mail: info@vgf.ru, http://www.vgf.ru

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных издательством
электронных носителей в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат»
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, д. 59. www.sarpk.ru

ISBN 978-5-360-04784-1

## От авторов

**Дорогие друзья!**

В этом учебном году, путешествуя по удивительной стране знаний, вы продолжите изучение математики. Мы надеемся, что учебник, который вы держите в руках, поможет узнать много нового и интересного.

Ознакомьтесь со структурой этой книги. Она разделена на четыре главы, каждая из которых состоит из параграфов. Всего в учебнике 47 параграфов, каждый из них начинается с изложения теоретического материала. Изучая его, особое внимание обращайте на текст, выделенный шрифтом. Как правило, теоретический материал заканчивается примерами решения задач. Их можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

Для каждого параграфа подобраны задачи для самостоятельного решения, приступать к которым советуем только после усвоения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности, так и трудные задачи. Каждый параграф заканчивается особой задачей, которую мы назвали «Задачей от мудрой совы». Для её решения следует проявить изобретательность и смекалку. Кроме того, в рубрике «Когда сделаны уроки» вы можете узнать о важных математических объектах – числах и фигурах, об истории их возникновения. Надеемся, что это заинтересует вас.

Дерзайте! Желаем успеха!

### Условные обозначения

○ Простые задачи

○○ Задачи средней сложности

✧ Сложные задачи

✵ Задачи высокой сложности

◀ Окончание решения примера

Задачи, которые можно решать с помощью компьютера

345 Задания, рекомендуемые для домашней работы

570 Задания для устной работы

# Глава 1. Делимость натуральных чисел

Изучив материал этой главы, вы узнаете, как, не выполняя деления, определить, делится ли данное натуральное число нацело на: 2, 3, 5, 9, 10.

Познакомитесь с простыми и составными числами, научитесь раскладывать натуральные числа на простые множители.

Вы узнаете, что называют наибольшим общим делителем и наименьшим общим кратным нескольких натуральных чисел.

## § 1. Делители и кратные

Остаток при делении числа 30 на 5 равен 0, так как $30 = 5 \cdot 6$. В этом случае говорят, что число 30 **делится нацело** на 5. Число 5 называют **делителем** числа 30, а число 30 — **кратным** числа 5.

**Натуральное число $a$ делится нацело на натуральное число $b$, если найдётся натуральное число $c$ такое, что справедливо равенство $a = b \cdot c$.**

**Если натуральное число $a$ делится нацело на натуральное число $b$, то число $a$ называют кратным числа $b$, а число $b$ — делителем числа $a$.**

Числа 1, 2, 3, 6, 10, 15, 30 также являются делителями числа 30, а число 30 является кратным каждого из этих чисел.

Заметим, что число 30 не делится нацело, например, на число 7. Поэтому число 7 не является делителем числа 30, а число 30 не кратно числу 7.

Как лучше говорить: «Число $a$ делится нацело на число $b$», «Число $b$ является делителем числа $a$», «Число $a$ кратно числу $b$», «Число $a$ является кратным числа $b$»? Всё равно, любой выбор будет верным.

Легко записать все делители числа 6. Это числа 1, 2, 3 и 6. А можно ли перечислить все кратные числа 6? Числа $6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, $6 \cdot 3$, $6 \cdot 4$, $6 \cdot 5$ и т. д. кратны числу 6. Получается, что чисел, кратных числу 6, бесконечно много. Поэтому всех их перечислить нельзя.

Вообще, ***для любого натурального числа а каждое из чисел $a \cdot 1$, $a \cdot 2$, $a \cdot 3$, $a \cdot 4$, ... является кратным числа а.***

*Наименьшим делителем любого натурального числа а является число 1, а наибольшим — само число а.*

Среди чисел, кратных $a$, наибольшего нет, а наименьшее есть — это само число $a$.

Каждое из чисел 21 и 36 делится нацело на 3, и их сумма, число 57, также делится нацело на 3.

Вообще, *если каждое из чисел $a$ и $b$ делится нацело на число $k$, то и сумма $a + b$ также делится нацело на число $k$.*

Каждое из чисел 4 и 8 не делится на 3, а их сумма, число 12, делится нацело на 3.

Каждое из чисел 9 и 7 не делится на 5, и их сумма, число 16, не делится нацело на 5.

Вообще, *если ни число $a$ и ни число $b$ не делятся нацело на число $k$, то их сумма $a + b$ может делиться, а может и не делиться нацело на число $k$.*

Число 35 делится нацело на число 7, а число 17 на число 7 не делится нацело. Сумма 35 + 17 нацело на число 7 также не делится.

Вообще, *если число $a$ делится нацело на число $k$, а число $b$ не делится нацело на число $k$, то сумма $a + b$ не делится нацело на число $k$.*

**1.** В каком случае:
1) число $b$ является делителем числа $a$;
2) число $b$ кратно числу $a$?

**2.** Какое число является делителем любого натурального числа?

**3.** Какое число является наибольшим делителем натурального числа $a$?

**4.** Какое число является наименьшим кратным натурального числа $a$?

**5.** Сколько существует кратных данного натурального числа $a$?

## Решаем устно

**1.** Вычислите:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) 0,6 + 0,4; | 3) 0,6 – 0,4; | 5) $0,6 \cdot 4$; | 7) 6 : 4; |
| 2) 0,6 + 0,04; | 4) 0,6 – 0,04; | 6) $0,6 \cdot 0,4$; | 8) 0,6 : 4. |

**2.** Чему равно частное при делении 54 на 9?

**3.** Чему равен делитель, если делимое равно 98, а частное – 7?

**4.** Чему равно делимое, если делитель равен 24, а частное – 5?

**5.** Дима купил 8 тетрадей, а Петя – 5 таких же тетрадей. Сколько стоит одна тетрадь, если Петя заплатил на 24 р. меньше, чем Дима?

**6.** При делении двух двузначных чисел в частном получается 9, а в остатке – 8. Чему равно делимое?

## Упражнения

**1.** Верно ли утверждение:
1) число 6 является делителем числа 24;

2) число 6 кратно числу 24;
3) число 5 является делителем числа 51;
4) число 9 является делителем числа 99;
5) число 18 кратно числу 3;
6) число 28 кратно числу 8?

**2.** Какие из чисел 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 30 являются:
1) делителями 24; 3) делителями 20 и 24;
2) кратными 6; 4) делителями 24 и кратными 4?

**3.** Чему равняется:
1) наибольший делитель числа 19 735;
2) наименьший делитель числа 19 735;
3) наименьшее кратное числа 19 735?

**4.** Запишите все делители числа:
1) 18; 2) 8; 3) 13; 4) 56.

**5.** Запишите все делители числа:
1) 30; 2) 12; 3) 23; 4) 72.

**6.** Запишите пять чисел, кратных числу:
1) 7; 2) 30; 3) 100; 4) 34.

**7.** Запишите четыре числа, кратных числу:
1) 16; 2) 12; 3) 150; 4) 47.

**8.** Из чисел 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108, 110 выпишите те, которые:
1) кратны 4; 2) не кратны 6.

**9.** Запишите все числа, являющиеся делителями каждого из чисел:
1) 15 и 20; 2) 7 и 21; 3) 24 и 36; 4) 20 и 21.

**10.** Запишите все числа, являющиеся делителями каждого из чисел:
1) 12 и 18; 2) 60 и 90; 3) 22 и 35; 4) 9 и 27.

**11.** Запишите какое-либо число, кратное каждому из чисел:
1) 3 и 4; 2) 6 и 12; 3) 4 и 6.

**12.** Запишите какое-либо число, кратное каждому из чисел:
1) 5 и 9; 2) 8 и 32; 3) 8 и 12.

**13.** Запишите:
1) все двузначные числа, кратные 19;
2) все трёхзначные числа, кратные 105.

**14.** Запишите все двузначные числа, кратные 23.

**15.** Запишите все значения $x$, кратные числу 4, при которых верно неравенство $18 < x < 36$.

**16.** Запишите все значения $x$, кратные числу 6, при которых верно неравенство $25 < x < 60$.

**17.** Запишите все значения $x$, являющиеся делителями числа 80, при которых верно неравенство $7 < x < 40$.

**18.** Запишите все значения $x$, являющиеся делителями числа 98, при которых верно неравенство $14 < x < 50$.

**19.** Найдите число, кратное числам 9 и 11, которое больше 100. Сколько существует таких чисел?

**20.** Найдите число, кратное числам 9 и 12, которое меньше 100. Сколько существует таких чисел?

**21.** Верно ли утверждение:
1) если число $a$ кратно 6, то оно кратно 3;
2) если число $a$ кратно 3, то оно кратно 6;
3) если число $a$ кратно числам 3 и 4, то оно кратно 12;
4) если число $a$ кратно числам 4 и 6, то оно кратно 24?
Ответ проиллюстрируйте примерами.

**22.** Известно, что сумма натуральных чисел $a$ и $b$ делится нацело на 5. Верно ли, что:
1) каждое из чисел $a$ и $b$ делится нацело на 5;
2) одно из чисел делится нацело на 5, а другое – нет?
Ответ проиллюстрируйте примерами.

**23.** Известно, что каждое из чисел $a$ и $b$ не делится нацело на 3. Верно ли, что их сумма также не делится нацело на 3?

**24.** Найдите три натуральных числа, для которых кратным будет число: 1) 65; 2) 121. Укажите все варианты выбора таких трёх чисел.

**25.** При делении числа $a$ на 7 получили остаток 4. Какому условию должно удовлетворять число $b$, чтобы сумма $a + b$ была кратна 7?

**26.** При делении числа $a$ на 9 получили остаток 5. Какому условию должно удовлетворять число $b$, чтобы разность $a - b$ была кратна 9?

**27.** При каких натуральных значениях $n$ значение выражения $15n$ кратно числу: 1) 3; 2) 5; 3) 10; 4) 11?

**28.** При каких натуральных значениях $n$ значение выражения:
1) $3n + 2$ кратно числу 2; 2) $4n + 3$ кратно числу 3?

**29.** Докажите, что:
1) двузначное число, записанное двумя одинаковыми цифрами, кратно 11;
2) трёхзначное число, записанное тремя одинаковыми цифрами, кратно 37.

**30.** К однозначному числу дописали одну цифру, в результате чего оно увеличилось в 41 раз. Какую цифру и к какому числу дописали?

**31.** В двузначном числе зачеркнули одну цифру, в результате чего оно уменьшилось в 17 раз. Какую цифру и в каком числе зачеркнули?

## Упражнения для повторения

«Арифметика». Л.Ф. Магницкий

**32.** Первая на Руси школа, как написано в «Повести временны́х лет», была открыта в Киеве в 988 году при князе Владимире Святославиче. В 1701 г. указом императора Петра I была создана первая в России государственная светская школа – Школа математических и навигацких наук или, как чаще её называли, Навигацкая школа. Первоначально школу возглавил боярин Фёдор Головин, а затем – выдающийся русский математик-педагог Леонтий Филиппович Магницкий (1669–1739), проработавший в школе 38 лет – со дня её открытия в 1701 г. до последних дней своей жизни. Перу Л.Ф. Магницкого принадлежал первый изданный в России в 1703 г. учебник по математике, на долгие годы ставший основным учебником российских школ. В Навигацкой школе обучали чтению, письму, арифметике, геометрии, тригонометрии, черчению, географии, астрономии, навигации и другим предметам. Через сколько лет после открытия первой на Руси школы была открыта Навигацкая школа? На сколько лет твоя школа «младше» Навигацкой школы?

**33.** Упростите выражение и вычислите его значение:
1) $0{,}2a \cdot 50b$, если $a = 4$, $b = 3{,}6$; 2) $0{,}4x \cdot 25y$, если $x = 2{,}4$, $y = 3$.

**34.** Решите уравнение:
1) $2{,}48x + 3{,}52x = 1{,}26$; 2) $4{,}63x + 3{,}37x = 1{,}92$.

**35.** В столовую завезли 146 кг овощей: 6 ящиков помидоров и 8 ящиков огурцов. Найдите, сколько килограммов огурцов было в каждом ящике, если помидоров в каждом ящике было 7,8 кг, а массы огурцов во всех ящиках одинаковы.

## Готовимся к изучению новой темы

**36.** Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:
1) 278; 2) 5 093.

**37.** Выполните деление с остатком:
1) 429 : 2; 3) 768 : 10; 5) 134 : 5;
2) 5 001 : 2; 4) 9 123 : 10; 6) 2 867 : 5.

**38.** Выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = bq + r$, где $a$ – делимое, $b$ – делитель, $q$ – неполное частное, $r$ – остаток:

1) 83 : 7; 2) 171 : 17.

**Задача от мудрой совы**

**39.** Сложите из шести спичек четыре равносторонних треугольника со стороной, равной длине одной спички.

## § 2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2

Последняя цифра каждого из чисел 90, 210, 1 400 равна нулю. Все эти числа делятся нацело на 10. Действительно, каждое из них можно представить в виде произведения двух натуральных чисел, одно из которых равно 10. Имеем: $90 = 9 \cdot 10$, $210 = 21 \cdot 10$, $1\,400 = 140 \cdot 10$.

Последняя цифра числа 187 не равна нулю. Это число не делится нацело на 10. Действительно, можно записать: $187 = 180 + 7$. Число 187 мы представили в виде суммы двух слагаемых, одно из которых делится нацело на 10, а другое – не делится. Из правила, сформулированного в предыдущем параграфе, следует, что такая сумма не делится нацело на 10.

Приведённые примеры иллюстрируют, как по записи натурального числа можно установить, делится оно нацело на 10 или нет.

**Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится нацело на 10.**

**Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0, то число не делится нацело на 10.**

Эти два утверждения называют **признаком делимости** на 10.

Найдём неполное частное и остаток при делении некоторых натуральных чисел на 10.

Имеем: $173 = 170 + 3 = 10 \cdot 17 + 3$; $4\,258 = 4\,250 + 8 = 10 \cdot 425 + 8$; $20\,005 = 10 \cdot 2\,000 + 5$.

Эти примеры иллюстрируют следующее: *если натуральное число разделить на 10, то остаток будет равен числу, записанному последней цифрой этого числа.*

С помощью последней цифры числа устанавливают и другие признаки делимости.

Числа 2, 14, 26, 58 делятся нацело на 2. Натуральные числа, которые нацело делятся на 2, называют **чётными**.

Натуральные числа, которые не делятся нацело на 2, называют **нечётными**. Например, числа 3, 5, 17, 349, 10 001 – нечётные.

Цифры 0, 2, 4, 6, 8 называют **чётными**, а цифры 1, 3, 5, 7, 9 – **нечётными**.

А как, не выполняя деления, установить чётность числа? И здесь помогает признак делимости.

**Если запись натурального числа оканчивается чётной цифрой, то это число делится нацело на 2.**

**Если запись натурального числа оканчивается нечётной цифрой, то это число не делится нацело на 2.**

Отметим, что все нечётные числа при делении на 2 дают в остатке 1. Например, $53 = 2 \cdot 26 + 1$, $121 = 2 \cdot 60 + 1$.

Заметим, что если чётное число умножить на 5, то получится число, последняя цифра которого равна 0. Например, $2 \cdot 5 = 10$, $16 \cdot 5 = 80$, $28 \cdot 5 = 140$. Если же нечётное число умножить на 5, то последняя цифра полученного произведения будет равна 5. Например, $3 \cdot 5 = 15$, $17 \cdot 5 = 85$, $29 \cdot 5 = 145$.

Итак, последней цифрой числа $n \cdot 5$, где $n$ – любое натуральное число, является 0 или 5. Также верно утверждение: если натуральное число оканчивается цифрой 0 или 5, то его можно представить в виде произведения двух натуральных чисел, одно из которых равно 5, т. е. представить в виде $n \cdot 5$, где $n$ – некоторое натуральное число. Например, $15 = 3 \cdot 5$, $120 = 24 \cdot 5$.

Теперь понятно, как среди натуральных чисел распознавать те, которые кратны 5.

**Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится нацело на 5.**

**Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0 или 5, то это число не делится нацело на 5.**

Например, числа 15, 35, 70, 3 580, 11 445 делятся нацело на 5, а числа 17, 24, 5 553, 172 802 нацело на 5 не делятся.

**1.** Какой цифрой должна оканчиваться запись натурального числа, чтобы оно делилось нацело на 10?

**2.** Какие числа называют чётными? Нечётными?

**3.** Какие цифры называют чётными? Нечётными?

4. Как по записи натурального числа установить, делится оно нацело на 2 или нет?
5. Как по записи натурального числа установить, делится оно нацело на 5 или нет?

## Решаем устно

**1.** Верно ли утверждение:
1) число 17 является делителем числа 34;
2) число 5 является делителем числа 35;
3) число 45 является кратным числа 10;
4) число 17 кратно числу 2?

**2.** Назовите четыре натуральных числа, для которых делителем является число: 1) 2; 2) 7.

**3.** Назовите четыре натуральных числа, кратных числу: 1) 5; 2) 11.

**4.** Назовите в порядке возрастания все делители числа: 1) 6; 2) 14; 3) 40; 4) 9; 5) 7.

## Упражнения

**40.** Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «–» в ином случае).

| Число | 24 | 53 | 60 | 78 | 79 | 96 | 142 | 241 | 495 | 7 207 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Чётное число | | | | | | | | | | |

**41.** Из чисел 34, 467, 435, 860, 648, 5 465, 8 216, 2 405, 1 020, 246 370 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

**42.** Какие из чисел 68, 395, 760, 943, 1 270, 2 625, 9 042, 7 121, 1 734:
1) не делятся нацело на 2;
2) кратны 10;
3) делятся нацело на 5, но не делятся нацело на 10?

**43.** Верно ли утверждение:
1) сумма двух чётных чисел является чётным числом;
2) сумма двух нечётных чисел является нечётным числом;
3) сумма чётного и нечётного чисел является нечётным числом;
4) если сумма двух чисел является чётным числом, то и слагаемые – чётные числа;

5) произведение двух чётных чисел является чётным числом;
6) произведение двух нечётных чисел является нечётным числом;
7) произведение чётного и нечётного чисел является нечётным числом?

**44.** Запишите все нечётные значения $x$, при которых верно неравенство:
1) $273 < x < 290$; 2) $2\,725 < x < 2\,737$.

**45.** Запишите все чётные значения $x$, при которых верно неравенство:
1) $134 < x < 160$; 2) $489 < x < 502$.

**46.** Найдите все значения $x$, кратные числу 5, при которых верно неравенство:
1) $38 < x < 75$; 2) $3\,720 < x < 3\,754$.

**47.** Найдите все значения $x$, кратные числу 10, при которых верно неравенство:
1) $279 < x < 320$; 2) $1\,465 < x < 1\,510$.

**48.** Запишите все четырёхзначные числа, кратные числу 5, для записи которых используют цифры 0, 3, 5, 7 (цифры не могут повторяться).

**49.** Найдите все цифры, которые можно дописать справа к числу 793, чтобы получить число, кратное: 1) 2; 2) 5; 3) 10 (можно дописывать только одну цифру).

**50.** Запишите наибольшее:
1) четырёхзначное число, кратное 2;
2) пятизначное число, кратное 5;
3) шестизначное число, кратное 10.
Цифры в записи числа не могут повторяться.

**51.** 1) Запишите шесть первых натуральных чисел, кратных 100. Обратите внимание на две последние цифры этих чисел. Сформулируйте признак делимости на 100.
2) Запишите восемь первых натуральных чисел, кратных 25. Обратите внимание на две последние цифры этих чисел. Сформулируйте признак делимости на 25.

**52.** Найдите наибольшее двузначное число $x$, при котором значение выражения $x - 32$ делится нацело на 5.

**53.** Найдите наименьшее трёхзначное число $y$, при котором значение выражения $327 + y$ является числом, кратным 10.

**54.** Может ли число, в записи которого все цифры равны 1, делиться нацело на число, в записи которого все цифры равны 2?

**55.** Может ли число, в записи которого все цифры равны 2, делиться нацело на число, в записи которого все цифры равны: 1) 1; 2) 5?

**56.** 1) Сумма двух натуральных чисел является нечётным числом. Чётным или нечётным числом будет их произведение?
2) Сумма двух натуральных чисел является чётным числом. Обязательно ли их произведение будет чётным числом?

**57.** Чётной или нечётной будет сумма семи натуральных слагаемых, если: 1) четыре слагаемых чётные, а остальные – нечётные; 2) четыре слагаемых нечётные, а остальные – чётные?

**58.** Сумма девяти натуральных слагаемых равна 1 000. Можно ли утверждать, что их произведение – чётное число? Ответ объясните.

**59.** Можно ли разложить 50 яблок на пять кучек, в каждой из которых нечётное количество яблок? Ответ объясните.

**60.** Существует ли прямоугольник, длины сторон которого выражены натуральными числами в сантиметрах, причём одна из них на 1 см длиннее другой, и площадь которого равна 12 345 см$^2$?

**61.** Известно, что $n$ – натуральное число. Является ли чётным числом значение выражения:

1) $2n$;
2) $2n + 1$;
3) $n(n + 1)$;
4) $(2n - 1)(2n + 3)$;
5) $(2n + 5)(4n - 2)(2n + 7)$?

**62.** В школе работают два ночных охранника – Иван Иванович и Пётр Петрович. Они дежурят по очереди с вечера до утра следующего дня. Иван Иванович заступил на дежурство 1 сентября, а Пётр Петрович – 2 сентября. Кто из них заступит на дежурство 18 сентября? 29 сентября? 1 октября? 30 октября? 31 октября? По каким числам – чётным или нечётным – будет дежурить Иван Иванович в ноябре? Кто из них будет дежурить в ночь на Новый год?

**63.** Верно ли, что из любых трёх натуральных чисел всегда найдутся два таких, сумма которых делится нацело на 2?

**64.** Сколькими нулями оканчивается запись числа, которое равно произведению:

1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 15 \cdot 16$;
2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 25 \cdot 26$?

**65.** Сумма двух натуральных чисел равна 700. Первое из них оканчивается цифрой 7. Если её зачеркнуть, то получим второе число. Найдите эти числа.

**66.** Сколько существует двузначных чисел, для записи которых использованы только: 1) чётные цифры; 2) нечётные цифры?

**67.** Можно ли в выражении $1 + 2 + 3 + \ldots + 8 + 9$ заменить некоторые знаки «+» на знаки «–» так, чтобы значение полученного числового выражения было равным 18?

## Упражнения для повторения

**68.** Докажите, что:

1) 14 168 кратно 28;
2) 1 878 не кратно 24;
3) 73 является делителем 14 892;
4) 56 не является делителем 5 172.

**69.** По состоянию на 2008 год в России было 57 естественнонаучных и научно-технических музеев. Сколько всего музеев каждого из этих видов, если научно-технических музеев в 2 раза меньше, чем естественнонаучных?

**70.** По состоянию на 2008 год в России был 141 государственный природный заповедник и национальный парк. Сколько в России природных заповедников и сколько национальных парков, если заповедников на 61 больше, чем парков?

**71.** Выполните действия:
1) $(69 \cdot 0{,}63 - 10{,}098 : 5{,}4 - 20{,}54) : 0{,}324$;
2) $0{,}98 \cdot 3{,}8 - 0{,}132 : 5{,}5 - 2{,}45$.

**Задача от мудрой совы**

**72.** В клетках таблицы размером $3 \times 3$ стоят нули. Разрешается выбрать любой квадрат размером $2 \times 2$ клетки и увеличить числа во всех его клетках на единицу. Можно ли после нескольких таких операций получить таблицу, изображённую на рисунке 1?

**Рис. 1**

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 6 | 5 |
| 7 | 18 | 9 |
| 6 | 10 | 7 |

## § 3. Признаки делимости на 9 и на 3

Выполнив деление, можно убедиться, что каждое из чисел 108, 4 869, 98 802 делится нацело на 9. А существует ли другой, более быстрый способ убедиться в этом?

Иными словами, существует ли признак делимости на 9? Да, он есть.

Отметим, что сумма цифр каждого из этих трёх чисел кратна 9. А вот, например, ни сами числа 124, 533, 7 253, ни суммы их цифр, соответственно равные 7, 11, 17, не кратны 9. И это не случайно.

**Если сумма цифр числа делится нацело на 9, то и само число делится нацело на 9.**

**Если сумма цифр числа не делится нацело на 9, то и само число не делится нацело на 9.**

Аналогично можно определить, делится ли число нацело на 3.

**Если сумма цифр числа делится нацело на 3, то и само число делится нацело на 3.**

**Если сумма цифр числа не делится нацело на 3, то и само число не делится нацело на 3.**

Например, число 7 854 делится нацело на 3, так как сумма его цифр, равная 24, делится нацело на 3. Число 3 749 не делится нацело на 3, так как сумма его цифр, равная 23, не делится нацело на 3.

**1.** Как узнать, делится ли число нацело на 9?

**2.** Как по записи натурального числа определить, кратно оно 3 или нет?

## Решаем устно

1. Буквой $n$ обозначили некоторое чётное число. Чётным или нечётным будет число: 1) $n + 1$; 2) $n + 2$?
2. Какой цифрой оканчивается произведение:
   1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$; 2) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$?
3. Какие из чисел 184, 162, 243, 145, 210, 144, 153, 105, 230, 201 делятся нацело: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10; 4) на 3; 5) на 9?
4. Какое из чисел 2 045, 4 750, 7 254, 6 225 делится нацело на 3, но не делится на 2?
5. Какую из цифр 5, 8, 2, 1 надо поставить вместо звёздочки, чтобы число 5 6*5 было кратным 9?
6. Сколько существует двузначных чисел, кратных числу: 1) 5; 2) 9?

## Упражнения

**73.** Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «–» в ином случае).

| Число | 7 263 | 4 681 | 2 743 | 6 885 | 7 227 | 6 350 | 7 920 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Кратно 9 | | | | | | | |

**74.** Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «–» в ином случае).

| Число | 1 356 | 4 813 | 9 075 | 3 272 | 6 390 | 15 684 | 53 206 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Кратно 3 | | | | | | | |

**75.** Из чисел 8 937, 6 585, 37 828, 44 292, 9 462, 58 395, 23 646 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 3; 2) на 9; 3) на 3 и на 2.

**76.** Из чисел 7 826, 1 215, 4 075, 2 880, 3 921, 9 319, 6 072, 8 142 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 3; 2) на 9; 3) на 9 и на 5.

**77.** Найдите все значения $y$, кратные:
1) числу 3, при которых верно неравенство $143 < y < 162$;
2) числу 9, при которых верно неравенство $92 < y < 128$.

**78.** Найдите все значения $m$, кратные:
1) числу 3, при которых верно неравенство $324 < m < 345$;
2) числу 9, при которых верно неравенство $423 < m < 480$.

**79.** Вместо звёздочки поставьте такую цифру, чтобы получилось число, кратное 3 (рассмотрите все возможные случаи):
1) 54 84*; 2) 3*6 393; 3) 7 9*8.

**80.** Вместо звёздочки поставьте такую цифру, чтобы получилось число, кратное 9 (рассмотрите все возможные случаи):
1) 62 8*1; 2) 57* 582; 3) 7 *51.

**81.** Запишите:
1) наименьшее число, для записи которого используется только цифра 2 и которое делится нацело на 3;
2) наименьшее трёхзначное число, которое делится нацело на 9.

**82.** Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи числа 6 27*, чтобы полученное число делилось нацело и на 3, и на 5?

**83.** Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи числа 21 85*, чтобы полученное число делилось нацело на 3, но не делилось нацело на 2?

**84.** Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи числа 3 47*, чтобы полученное число делилось нацело и на 2, и на 3?

**85.** Запишите наименьшее:
1) четырёхзначное число, кратное 3;
2) пятизначное число, кратное 9;
3) шестизначное число, кратное 3 и 2;
4) четырёхзначное число, кратное 5 и 9.
Цифры в записи числа не могут повторяться.

**86.** Запишите наибольшее четырёхзначное число, которое делится нацело:
1) на 2 и на 3; 3) на 3 и на 10;
2) на 3 и на 5; 4) на 2 и на 9.

**87.** Какое наименьшее число надо прибавить к данному, чтобы получить число, кратное 9:
1) 1 275; 3) 25 718; 5) 10 203 040;
2) 3 333; 4) 987 652; 6) 19 191 919 191?

**88.** Запишите, используя по одному разу каждую из цифр 0, 1, 4, 7, наибольшее и наименьшее четырёхзначные числа, кратные 15.

**89.** К числу 15 допишите слева и справа по одной цифре так, чтобы получившееся число было кратно 15. Сколько решений имеет задача?

**90.** К числу 34 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы получившееся число было кратно 45. Сколько решений имеет задача?

**91.** Вместо звёздочек поставьте такие цифры, чтобы четырёхзначное число $*\,74*$ делилось нацело на 18. Найдите все решения.

**92.** Вместо звёздочек поставьте такие цифры, чтобы четырёхзначное число $3\,{*}4{*}$ делилось нацело на 9. Найдите все решения.

**93.** Галина Васильевна купила три пакета кефира, пачку масла за 45 р., несколько буханок хлеба по 24 р., шесть коробок спичек. Может ли вся её покупка стоить 260 р., если цена каждого товара выражена целым числом рублей?

**94.** Сначала вычислили сумму цифр числа, равного произведению $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 999 \cdot 1\,000$. Потом вычислили сумму цифр полученного числа. Так поступали до тех пор, пока не получили однозначное число. Что это за число?

**95.** Рома и Дима записывают девятнадцатизначное число, используя только цифры 1, 2 и 4. Первую цифру пишет Рома, вторую – Дима, третью – снова Рома и так далее по очереди. Рома хочет получить в результате число, кратное 3. Может ли Дима помешать ему это сделать?

## Упражнения для повторения

**96.** Как изменится – увеличится или уменьшится – и на сколько девятизначное число, последняя цифра которого 0, а предпоследняя – 5, если эти две цифры поменять местами?

**97.** Река Иртыш на 598 км длиннее реки Оби. Найдите длину каждой из этих рек, если их общая длина равна 7 898 км.

**98.** По маршруту Орёл – Тула – Москва выехал автомобиль. Какое расстояние между Орлом и Тулой, если оно на 5 км больше расстояния между Тулой и Москвой, а длина всего маршрута составляет 345 км?

**99.** Вычислите:

1) $6{,}29 : 0{,}85 + (53 - 48{,}184) : 5{,}6$;

2) $5{,}33 : 0{,}65 - (1{,}9218 - 0{,}8118) : 3$.

## Готовимся к изучению новой темы

**100.** Упростите выражение, заменив произведение одинаковых множителей степенью:

1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;
2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;
3) $a \cdot a \cdot a \cdot a$;
4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$.

**101.** Найдите значение выражения:

1) $2^5$;
2) $7^2$;
3) $0{,}6^2$;
4) $0{,}5^3$;
5) $1{,}5^4$;
6) $1{,}2^3$;
7) $0^6$.
8) $1^{12}$.

**102.** Запишите число 64 в виде степени с основанием: 1) 8; 2) 4; 3) 2.

## Задача от мудрой совы

**103.** В чемпионате страны по футболу принимают участие 16 команд, каждая из которых имеет свой стадион. Все команды должны сыграть между собой, причём в каждом туре проводятся 8 игр. Можно ли составить расписание туров так, чтобы каждая команда по очереди играла на своём стадионе и на стадионе соперника?

## Когда сделаны уроки

### Делится или не делится?

Вы уже знаете признаки делимости на 2, на 3, на 5, на 9 и на 10. Возникает естественный вопрос: существуют ли признаки делимости, например, на 4, на 6, на 7, на 8, на 11 и т. д.? Такие признаки существуют. Рассмотрим некоторые из них.

Легко установить признак делимости на 6. Поскольку $6 = 2 \cdot 3$, то к делимому необходимо одновременно применить признаки делимости на 2 и на 3.

Аналогично можно получить признаки делимости на 15 ($15 = 3 \cdot 5$), на 18 ($18 = 2 \cdot 9$), на 30 ($30 = 3 \cdot 10$), на 45 ($45 = 5 \cdot 9$) и т. п. Признак делимости на 4 объясним на следующих примерах.

1) Рассмотрим число 524. Имеем: $524 = 5 \cdot 100 + 24$.

Каждое слагаемое суммы $5 \cdot 100 + 24$ делится нацело на 4, следовательно, и само число 524 делится нацело на 4.

2) Рассмотрим число 7 518. Имеем: $7\,518 = 75 \cdot 100 + 18$.

Здесь первое слагаемое суммы $75 \cdot 100 + 18$ делится нацело на 4, а второе – нет, следовательно, число 7 518 не делится нацело на 4.

Заметим, что любое натуральное число $m$ можно представить в виде суммы:

$m = n \cdot 100 + a,$

где $n$ — натуральное число или 0, $a$ — однозначное или двузначное число либо 0.

Поскольку число 100 делится нацело на 4, то можно сделать такой вывод: *делимость данного числа на 4 зависит только от делимости на 4 числа, записанного его двумя последними цифрами.*

Чтобы выяснить, делится или не делится нацело число на 8, приведём такие примеры:

число $13\,006 = 13 \cdot 1\,000 + 6$ не делится нацело на 8;

число $25\,040 = 25 \cdot 1\,000 + 40$ делится нацело на 8;

число $5\,122 = 5 \cdot 1\,000 + 122$ не делится нацело на 8;

число $3\,624 = 3 \cdot 1\,000 + 624$ делится нацело на 8.

Поскольку число 1 000 делится нацело на 8, то *делимость данного числа на 8 зависит от делимости на 8 числа, записанного его тремя последними цифрами.*

Записывая число в виде суммы определённым способом, можно установить и другие признаки делимости.

Так, записав число в виде суммы разрядных слагаемых, можно обосновать признаки делимости на 9 и на 3.

Например, рассмотрим число 486, кратное 9. Запишем его в виде суммы разрядных слагаемых:

$486 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6.$

Поскольку $100 = 99 + 1$ и $10 = 9 + 1$, то можем записать:

$4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6.$

Раскроем скобки и перегруппируем слагаемые:

$4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6 = 4 \cdot 99 + 4 + 8 \cdot 9 + 8 + 6 =$

$= (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6).$

Следовательно, $486 = (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6).$

В красных скобках сумма $4 \cdot 99 + 8 \cdot 9$ делится нацело на 9. В зелёных скобках записана сумма цифр числа 486. Она также делится нацело на 9. Тогда и само число 486 кратно 9.

Запишем аналогичным образом число 532. Имеем:

$532 = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 = 5 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 2 =$

$= 5 \cdot 99 + 5 + 3 \cdot 9 + 3 + 2 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2).$

Следовательно, $532 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2).$

Значение выражения, записанного в красных скобках, делится нацело на 9. А сумма цифр числа 532, записанная в зелёных скобках, на 9 не делится. Таким образом, число 532 не кратно 9.

Отметим, что признак делимости на 9 мы смогли получить благодаря тому, что любое натуральное число $n$ можно представить в виде суммы по следующей схеме:

| Число $n$ | = | Число, которое делится нацело на 9 | + | Сумма цифр числа $n$ |
|---|---|---|---|---|

Аналогично можно объяснить признак делимости на 3.

Для того чтобы определить, делится ли число нацело на 11, поступают так: складывают все цифры числа, стоящие на нечётных местах (считая справа налево), далее складывают все цифры, стоящие на чётных местах, затем находят разность найденных сумм. Если эта разность делится нацело на 11, то и само число делится на 11.

На примере числа 638 проиллюстрируем описанные рассуждения.

$638 = 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 = 6 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (11 - 1) + 8 =$
$= 6 \cdot 99 + 3 \cdot 11 + (6 - 3 + 8).$

Значение выражения $6 \cdot 99 + 3 \cdot 11$ делится нацело на 11. Следовательно, делится ли нацело число 638 на 11, зависит от того, делится ли нацело на 11 значение выражения $6 - 3 + 8$.

Поскольку $6 - 3 + 8 = 11$, то число 638 делится нацело на 11.

Существуют признаки делимости и на другие числа (7, 13, 37 и т. п.). Но они значительно сложнее, чем описанные здесь. Вы можете с ними ознакомиться, изучая популярную литературу по математике.

Признаки делимости могут быть полезными не только при решении задач, но и стать основанием для демонстрации числовых фокусов. Опишем один из них.

Фокусник просит одного из зрителей, у которого есть коробок спичек, сосчитать их, потом вытащить из коробка количество спичек, равное сумме цифр полученного числа. Не сообщая никакой информации, зритель передаёт фокуснику закрытый коробок. Тот некоторое время трясёт его и, не открывая, определяет количество спичек в коробке.

Здесь нет ни магии, ни чародейства. Просто фокусник хорошо знает признак делимости на 9, из которого следует, что *разность числа и суммы его цифр всегда делится нацело на 9*. А следовательно, в коробке может быть 9, 18, 27, 36 или 45 спичек (обычно в коробке больше не бывает). С учётом этого при определённой тренировке можно по звуку (или по массе коробка) определить количество спичек.

## § 4. Простые и составные числа

Число 1 имеет только один делитель — единицу. Любое другое натуральное число $a$ имеет не меньше чем два делителя — единицу и само число $a$. Действительно,

$a : 1 = a$, $a : a = 1$.

Число 5 имеет только два делителя — числа 1 и 5. Только два делителя имеют также, например, числа 2, 7, 11, 13. Такие числа называют **простыми**.

**Натуральное число называют простым, если оно имеет только два натуральных делителя: единицу и само это число.**

Число 2 – наименьшее простое число. Заметим, что это единственное чётное простое число. Действительно, любое другое чётное число имеет по крайней мере три делителя: число 1, число 2 и само число.

Простых чисел бесконечно много. С доказательством этого факта вы можете ознакомиться на с. 26. Наибольшего простого числа не существует.

Числа 6, 15, 49, 1 000 имеют больше двух делителей.

**Натуральное число называют составным, если оно имеет больше двух натуральных делителей.**

Поскольку число 1 имеет только один делитель, его не относят ни к простым, ни к составным числам.

Составное число 105 можно разными способами представить в виде произведения его делителей.

Например, $105 = 15 \cdot 7 = 35 \cdot 3 = 5 \cdot 21 = \mathbf{3 \cdot 5 \cdot 7}$.

Последнее произведение отличается от других тем, что *все* его множители – простые числа. Говорят, что число 105 **разложено на простые множители**.

**Любое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, т. е. разложить на простые множители.**

Например:

$10 = 2 \cdot 5$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; $200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$.

Заметим, что любые два разложения данного числа на простые множители состоят из одних и тех же множителей и могут отличаться только порядком их следования.

Обычно произведение одинаковых множителей в разложении числа на простые множители заменяют степенью. Например:

$18 = 2 \cdot 3^2$; $81 = 3^4$;

$80 = 2^4 \cdot 5$; $200 = 2^3 \cdot 5^2$.

При разложении числа на простые множители удобно пользоваться схемой, которую продемонстрируем на примере разложения числа 2 940:

1) 2 940 кратно 2, 2 940 : 2 = 1 470;
2) 1 470 кратно 2, 1 470 : 2 = 735;
3) 735 не кратно 2, но кратно 3, 735 : 3 = 245;
4) 245 не кратно 3, но кратно 5, 245 : 5 = 49;

5) 49 не кратно 5, но кратно 7, $49 : 7 = 7$;

6) 7 кратно 7, $7 : 7 = 1$.

Следовательно, $2\,940 = 2 \cdot 1\,470 = 2 \cdot 2 \cdot 735 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 245 =$
$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 49 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$.

Приведённый ниже «числовой столбик» наглядно демонстрирует, как работает предложенная схема разложения числа на простые множители:

$$\begin{array}{r|l}
2\,940 & \mathbf{2} \\
1\,470 & \mathbf{2} \\
735 & \mathbf{3} \\
245 & \mathbf{5} \\
49 & \mathbf{7} \\
7 & \mathbf{7} \\
1 &
\end{array}$$

**1.** Какое натуральное число называют простым?
**2.** Какое натуральное число называют составным?
**3.** Почему число 1 не относят ни к простым, ни к составным числам?
**4.** Существует ли чётное простое число?
**5.** Назовите наименьшее простое число.
**6.** Любое ли составное число можно разложить на простые множители?

## Решаем устно

**1.** Выполните действия:
1) $4{,}99 + 4{,}01$; 3) $0{,}6 - 0{,}25$; 5) $6 \cdot 0{,}01$; 7) $6 : 0{,}1$;
2) $4{,}99 + 4{,}1$; 4) $3{,}4 - 3{,}04$; 6) $0{,}6 \cdot 0{,}1$; 8) $0{,}6 : 0{,}01$.

**2.** Какие из чисел 165, 106, 207, 253, 271, 282, 305, 315, 374, 389 делятся нацело: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 3; 4) на 9?

**3.** Назовите все делители числа: 1) 28; 2) 29; 3) 30; 4) 31.

**4.** Число 204 равно произведению чисел 34 и 6. Является ли число 34 делителем числа 204? А число 6?

**5.** Чему равно частное чисел 945 и 9? Является ли полученное частное делителем числа 945?

**6.** У Пети было на 56 р. больше, чем у Димы. После того как Петя купил новую книгу, у него стало на 42 р. меньше, чем у Димы. Сколько стоила книга?

## Упражнения

**104.** Среди чисел 1, 3, 6, 7, 12, 13, 21, 23, 24, 28, 29, 33, 45, 46, 47 укажите: 1) простые; 2) составные.

**105.** Запишите все делители данного числа, подчеркните те из них, которые являются простыми числами: 1) 21; 2) 30; 3) 48; 4) 54.

**106.** Разложите на простые множители число:

1) 12; 3) 216; 5) 920; 7) 10 850.
2) 42; 4) 450; 6) 2 280;

**107.** Разложите на простые множители число:

1) 27; 3) 625; 5) 2 772; 7) 1 224.
2) 56; 4) 820; 6) 702;

**108.** Запишите:

1) все простые числа, которые больше 10 и меньше 25;
2) все составные числа, которые больше 35 и меньше 49.

**109.** Запишите:

1) все простые числа, которые больше 22 и меньше 38;
2) все составные числа, которые больше 60 и меньше 78.

**110.** Простым или составным числом будет произведение:

1) $13 \cdot 1$; 3) $4 \cdot 7$; 5) $43 \cdot 1$;
2) $14 \cdot 1$; 4) $11 \cdot 13$; 6) $1 \cdot 111$?

**111.** Запишите все делители числа, равного произведению:

1) $2 \cdot 2 \cdot 5$; 2) $3 \cdot 5 \cdot 7$.

**112.** Запишите все делители числа, равного произведению:

1) $2 \cdot 5 \cdot 13$; 2) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.

**113.** Чему равно частное от деления числа $a$ на число $b$, если:

1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$;
2) $a = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$, $b = 3 \cdot 13 \cdot 19$?

**114.** Чему равно частное от деления числа $a$ на число $b$, если:

1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 5 \cdot 13$;
2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 37$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 37$?

**115.** Запишите все двузначные числа, в разложении которых на простые множители один из множителей равен: 1) 7; 2) 17; 3) 23.

**116.** Запишите все двузначные числа, разложение которых на простые множители состоит: 1) из двух одинаковых множителей; 2) из трёх одинаковых множителей.

**117.** Сколько существует чисел, которые можно разложить на два двузначных простых множителя, один из которых на 2 больше другого? Воспользуйтесь таблицей простых чисел.

**118.** Найдите все числа, которые можно разложить на два двузначных простых множителя, разность которых равна 4. Воспользуйтесь таблицей простых чисел.

**119.** Задумали простое число. Известно, что следующее за ним натуральное число тоже простое. Какое число задумали?

**120.** Может ли сумма двух простых чисел быть простым числом? В случае утвердительного ответа приведите пример.

**121.** Может ли быть простым числом:
1) произведение двух различных чисел;
2) значение площади квадрата, длина стороны которого выражается натуральным числом?
Ответ обоснуйте.

**122.** Может ли сумма двух составных чисел быть простым числом? В случае утвердительного ответа приведите примеры.

**123.** Существует ли прямоугольник, длины сторон которого выражаются натуральными числами, а периметр – простым числом (длины сторон и периметр прямоугольника выражены в одних и тех же единицах измерения)? Ответ обоснуйте.

**124.** Может ли произведение ста различных простых чисел делиться нацело: 1) на 3; 2) на 9?

**125.** Существуют ли три последовательных натуральных числа:
1) каждое из которых является простым;
2) ни одно из которых не является составным?
Ответ обоснуйте.

**126.** При каком натуральном значении $n$ будет простым числом значение выражения: 1) $2n$; 2) $n^2$; 3) $n(n + 1)$?

**127.** Натуральное число $a$, которое больше 1 и меньше 100, не делится нацело ни на одно из чисел 2, 3, 5 и 7. Верно ли, что число $a$ – простое? Ответ обоснуйте.

**128.** Простое число, большее 1 000, поделили на 6. Чему может быть равным остаток?

**129.** Найдите все пары простых чисел, разность которых равна 17.

## Упражнения для повторения

**130.** Квадрат со стороной 1,6 см и прямоугольник, ширина которого 0,8 см, имеют равные площади. Найдите длину прямоугольника.

**131.** Решите уравнение:
1) $4x + 5x + 4{,}7 = 16{,}4$;
2) $0{,}7x - 0{,}4x + 46 = 211$;
3) $(35{,}8 - x) : 2{,}1 = 1{,}3$;
4) $0{,}9\,(283 - x) = 17{,}01$.

**132.** Запишите пять чисел, кратных: 1) числу 8; 2) числу 18; 3) числу $n$.

**133.** При делении нацело числа $a$ на 15 получили число, кратное 6. Делится ли нацело число $a$ на 10? Ответ обоснуйте.

**134.** При делении нацело числа $a$ на 6 получили число, кратное 12. Делится ли нацело число $a$ на 9? Ответ обоснуйте.

## Готовимся к изучению новой темы

**135.** Найдите значение степени:
1) $3^4$; 2) $6^2$; 3) $5^3$; 4) $2^7$; 5) $7^3$; 6) $11^2$.

**136.** Из чисел 348, 975, 1 026, 2 531, 12 120, 43 674, 58 121 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 5.

## Задача от мудрой совы

**137.** Шахматный конь начинает свой маршрут в левом нижнем углу доски, а заканчивает его в правом верхнем углу. Может ли конь при этом побывать на всех полях доски по одному разу?


## Когда сделаны уроки

### Так ли просты эти простые числа?

В тех случаях, когда с чем-то можно справиться легко, без проблем, мы говорим «простая задача», «простое дело», «простой маршрут» и т. п. Вам может показаться, что когда речь идёт о простых числах, то никаких сложностей не предвидится. Но это совсем не так.

Простые числа поставили перед математиками немало сложных вопросов, на многие из которых ответ до сих пор не найден. О некоторых проблемах, связанных с простыми числами, пойдёт речь далее.

Из первой тысячи натуральных чисел 168 чисел являются простыми. Есть простые числа и во второй, третьей, четвёртой тысячах. Может сложиться впечатление, что среди любых 1 000 натуральных чисел, идущих подряд, встречаются простые. Однако этот вывод ошибочный.

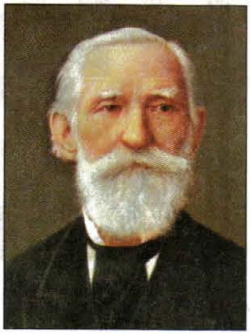
Запишем в столбик 1 000 числовых выражений:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1\,000 \cdot 1\,001 + 2;$
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1\,000 \cdot 1\,001 + 3;$
$\vdots$
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1\,000 \cdot 1\,001 + 1\,000;$
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1\,000 \cdot 1\,001 + 1\,001.$

Значениями этих выражений являются последовательные натуральные числа. Каждое из этих чисел является составным. Действительно, первое число делится на 2, второе – на 3, девятьсот девяносто девятое – на 1 000, тысячное – на 1 001.

Подобно этому можно сконструировать, например, миллион, миллиард, триллион и т. д. составных чисел, идущих подряд.

Тогда можно предположить, что в натуральном ряду, начиная с некоторого места, вообще невозможно встретить простое число. Однако и это неверно. Исследуя таблицы простых чисел, французский математик Жозеф Луи Франсуа Бертран (1822–1900) выдвинул предположение, что при $n > 2$ между числами $n$ и $2n - 2$ содержится хотя бы одно простое число. Первым доказал этот факт Пафнутий Львович Чебышев.



**П.Л. Чебышев**
**(1821–1894)**

Выдающийся русский математик и механик. Положил начало развитию многих новых разделов математики, основал Петербургскую научную школу математиков и механиков.

Ещё древнегреческий учёный Евклид в своей знаменитой книге «Начала» доказал, что простых чисел бесконечно много. Он рассуждал примерно так. Пусть простых чисел конечное количество, например столько, сколько их в первой тысяче. Перемножим их и к произведению прибавим число 1. Получим число $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot ... \cdot 997 + 1$. Число $n$ больше любого из простых чисел таблицы. Следовательно, оно составное, а поэтому должно делиться нацело на некоторое простое число $k$. В то же время произведение $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot ... 997$ также делится нацело на $k$. Тогда при делении числа $n$ на $k$ получим в остатке 1, а это противоречит тому, что число $n$ делится нацело на $k$.

Как вы видите, доказательство непростое. Установить, например, что нечётных (чётных) чисел бесконечно много, значительно легче. Если в выражение $2n - 1$ по очереди вместо $n$ подставлять все натуральные числа, то получим последовательность, состоящую из нечётных чисел: 1, 3, 5, 7, ... .

Итак, выражение $2n - 1$ генерирует все нечётные числа. А существует ли выражение, при подстановке в которое вместо буквы любого натурального числа получим простое число?

Конечно существует! Вот, например, $\frac{6n}{2n}$. При любом натуральном $n$ это выражение будет «выдавать» простое число 3.

Понятно, что такая «формула» простых чисел нас не удовлетворяет. Хотелось бы иметь выражение, которое дало бы возможность получать все простые числа друг за другом. К сожалению, математики до сих пор такого выражения не нашли.

В мире простых чисел есть много и других нерешённых задач. Например, в таблице простых чисел (см. форзац) красным цветом выделены простые числа, отличающиеся на 2. Это, в частности, 3 и 5, 5 и 7, 419 и 421. Простые числа, образующие такие пары, называют близнецами. Конечно или бесконечно количество пар близнецов, пока не известно.

Остаётся загадкой, сколько существует простых чисел, все цифры которых единицы. Например, числа 11, 11 111, 11 111 111 111 111 111 111 111 являются простыми.

Конечным или бесконечным является множество простых чисел, в записи которых не содержится ни одного нуля, до сих пор не известно. Подробнее с понятием множества вы ознакомитесь в рассказе «Неразумные» числа (с. 191).

## § 5. Наибольший общий делитель

Число 28 имеет такие делители: **1**, **2**, 4, **7**, **14**, 28. Делителями числа 42 являются числа **1**, **2**, 3, 6, **7**, **14**, 21, 42. Красным цветом выделены числа **1**, **2**, **7**, **14**, которые являются **общими делителями** чисел 28 и 42. Среди общих делителей число **14** является наибольшим.

**Наибольшее натуральное число, на которое делится нацело каждое из двух данных натуральных чисел, называют наибольшим общим делителем этих чисел.**

Наибольший общий делитель чисел $a$ и $b$ обозначают так: НОД ($a$; $b$). Таким образом, можно записать НОД (28; 42) = 14.

Легко установить, например, что НОД (10; 25) = 5, НОД (18; 24) = 6, НОД (7; 12) = 1.

Наибольший общий делитель многозначных чисел удобно находить, предварительно разложив их на простые множители.

Найдём НОД (455; 770).

Разложим числа 455 и 770 на простые множители:

$$\begin{array}{r|l} 455 & 5 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad 455 = \mathbf{5} \cdot \mathbf{7} \cdot 13$$

$$\begin{array}{r|l} 770 & 2 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad 770 = 2 \cdot \mathbf{5} \cdot \mathbf{7} \cdot 11$$

Красным цветом выделены все общие простые делители данных чисел: 5 и 7. Наибольшее число, на которое делятся нацело и 455, и 770, равно $5 \cdot 7$, т. е. НОД (455; 770) = $5 \cdot 7 = 35$.

Рассмотрим ещё один пример: найдём НОД (180; 840). Разложив числа 180 и 840 на простые множители, получим:

$180 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot 3 \cdot \mathbf{5}$;

$840 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot 2 \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5} \cdot 7$.

Как видим, в разложениях данных чисел некоторые простые множители повторяются. Число 2 в разложении числа 180 встречается дважды, а в разложении числа 840 – трижды. При этом число 4, равное $2 \cdot 2$, является общим делителем данных чисел, а число 8, равное $2 \cdot 2 \cdot 2$, не является делителем числа 180. Также видно, что число 3 – общий делитель данных чисел, а число 9, равное $3 \cdot 3$, не является делителем числа 840. Ещё рассматриваемые числа имеют общий делитель – число 5.

Итак, числа 180 и 840 делятся нацело на каждое из чисел 4, 3, 5. Они также делятся нацело и на их произведение $4 \cdot 3 \cdot 5$. Таким образом,

НОД (180; 840) = $4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Если разложение чисел 180 и 840 на простые множители записать в виде произведения степеней:

$180 = \mathbf{2}^2 \cdot \mathbf{3}^2 \cdot \mathbf{5}^1$;

$840 = \mathbf{2}^3 \cdot \mathbf{3}^1 \cdot \mathbf{5}^1 \cdot \mathbf{7}^1$,

то НОД удобно искать по такому правилу.

**1) Определить степени, основания которых являются общими простыми делителями данных чисел** (в рассматриваемом примере это основания 2, 3, 5)**.**

**2) Из каждой пары степеней с одинаковыми основаниями выбрать степень с меньшим показателем** (в рассматриваемом примере это $2^2$, $3^1$, $5^1$)**.**

**3) Перемножить выбранные степени.**

**Полученное произведение является искомым наибольшим общим делителем** (в рассматриваемом примере НОД (180; 840) = $2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$)**.**

Рассмотрим ещё один пример. Найдём НОД (585; 616).

Имеем: $585 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13$; $616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$.

Видим, что числа 585 и 616 не имеют общих простых делителей. Их наибольший общий делитель равен 1, т. е. НОД (585; 616) = 1.

**Если наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен 1, то их называют взаимно простыми.**

Числа 585 и 616 взаимно простые.

Отметим, что *любые два простых числа являются взаимно простыми*. Например, НОД (17; 43) = 1, НОД (101; 919) = 1.

**Пример 1.** Найдите НОД (250; 3 000).

Решение. Здесь нет необходимости раскладывать данные числа на простые множители. Число 250 – делитель числа 3 000. Поэтому НОД (250; 3 000) = 250.

Ответ: НОД (250; 3 000) = 250. ◄

Вообще, *если число $a$ — делитель числа $b$, то НОД $(a; b) = a$.*

Заметим, что можно находить наибольший общий делитель любого количества натуральных чисел, в частности трёх.

**Пример 2.** Найдите НОД (132; 180; 144).

Решение. Разложим данные числа на простые множители:

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11;$ $\quad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5;$ $\quad 144 = 2^4 \cdot 3^2.$

Итак, НОД (132; 180; 144) = $2^2 \cdot 3 = 12$.

Ответ: 12. ◄

**1.** Какое число называют наибольшим общим делителем двух чисел?

**2.** Как можно найти НОД двух натуральных чисел, используя их разложение на простые множители?

**3.** Какие числа называют взаимно простыми?

**4.** Чему равен наибольший общий делитель двух чисел, одно из которых кратно другому?

## Решаем устно

**1.** Какие из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 14, 15, 17, 31, 32, 33 являются простыми, а какие — составными?

**2.** Назовите все простые значения $x$, при которых будет верным неравенство $40 < x < 50$.

**3.** Назовите все составные значения $y$, при которых будет верным неравенство $15 < y < 25$.

**4.** Какие одинаковые цифры надо поставить вместо звёздочек, чтобы было верным равенство $2,* + 4,* = 7,6$?

5. Является ли данное разложение на множители разложением на простые множители:

1) $120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$; 2) $567 = 7 \cdot 9^2$; 3) $180 = 3 \cdot 6 \cdot 10$?

6. Сколько всего делителей у числа $a$, если $a = 3 \cdot 5 \cdot 19$?

## Упражнения

**138.** Найдите наибольший общий делитель чисел:

1) 12 и 18; 2) 24 и 30; 3) 6 и 36; 4) 48 и 64; 5) 35 и 18; 6) 14, 21 и 28.

**139.** Найдите наибольший общий делитель чисел:

1) 16 и 24; 2) 15 и 60; 3) 10 и 15; 4) 45 и 56; 5) 21 и 49; 6) 12, 18 и 24.

**140.** Найдите наибольший общий делитель чисел $a$ и $b$:

1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$;

2) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 19$ и $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 11^2 \cdot 19^3$.

**141.** Найдите наибольший общий делитель чисел:

1) 72 и 120; 2) 792 и 1 188; 3) 924 и 396; 4) 116 и 111.

**142.** Найдите наибольший общий делитель чисел:

1) 42 и 105; 2) 588 и 252; 3) 680 и 612.

**143.** Среди данных пар чисел выберите пары взаимно простых чисел:

1) 14 и 21; 2) 54 и 65; 3) 42 и 55; 4) 14 и 70; 5) 28 и 39; 6) 63 и 42.

Для пар чисел, не являющихся взаимно простыми, укажите наибольший общий делитель.

**144.** Составьте все пары взаимно простых чисел из чисел 12, 14, 33, 25.

**145.** Составьте все пары взаимно простых чисел из чисел 15, 16, 21, 77.

**146.** Запишите все правильные дроби со знаменателем 15, у которых числитель и знаменатель – взаимно простые числа.

**147.** Запишите все неправильные дроби с числителем 16, у которых числитель и знаменатель – взаимно простые числа.

**148.** Докажите, что:

1) числа 364 и 495 – взаимно простые;

2) числа 380 и 399 не являются взаимно простыми.

**149.** Докажите, что:

1) числа 945 и 572 – взаимно простые;

2) числа 1 095 и 738 не являются взаимно простыми.

**150.** Используя цифры 2, 3, 4, запишите все возможные двузначные числа (цифры в каждом двузначном числе должны быть различными). Из полученных чисел выпишите пары взаимно простых чисел.

**151.** Напишите три пары составных чисел, такие, что в парах числа являются взаимно простыми.

**152.** Между учениками 6 класса поделили поровну 155 тетрадей и 62 ручки. Сколько в этом классе учеников?

**153.** На автомобили погрузили 96 контейнеров с картофелем и 64 контейнера с капустой. Сколько было автомобилей, если известно, что их не меньше 20 и на всех автомобилях было одинаковое количество контейнеров с картофелем и одинаковое количество контейнеров с капустой?

**154.** Между школьными библиотеками разделили 92 толковых и 138 орфографических словарей русского языка. Сколько было школ, если известно, что их не менее 25 и все школы получили одинаковые комплекты, состоящие из словарей двух видов?

**155.** Для новогодних подарков приобрели 96 шоколадок, 72 апельсина и 84 банана. Какое наибольшее количество одинаковых подарков можно из них составить, если необходимо использовать все продукты? Сколько в отдельности шоколадок, апельсинов и бананов будет в каждом подарке?

**156.** Из 156 жёлтых, 234 белых и 390 красных роз составляли букеты. Какое наибольшее количество одинаковых букетов можно составить, если необходимо использовать все цветы?

## Упражнения для повторения

**157.** Используя цифры 2, 5 и 9 (цифры не могут повторяться), запишите трёхзначное число, которое: 1) кратно 2; 2) кратно 5. Можно ли с помощью этих цифр записать число, кратное 3?

**158.** Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи 1∗8, чтобы полученное число делилось нацело на 18?

**159.** Запишите число 19 в виде суммы трёх простых чисел.

**160.** Если к некоторому двузначному числу справа дописать нуль, то данное число увеличится на 432. Найдите это число.

**161.** Найдите числа, которых недостаёт в цепочке вычислений:

1) $38 \xrightarrow{\cdot\, a} 1{,}9 \xrightarrow{+\, b} 2{,}24 \xrightarrow{:\, c} 56$;

2) $a \xrightarrow{+\, 2{,}5} 4 \xrightarrow{\cdot\, x} 1{,}6 \xrightarrow{:\, y} 32$.

## Задача от мудрой совы

**162.** Барон Мюнхгаузен рассказывал, что он разрезал арбуз на четыре части, а после того, как его съели, осталось пять корок. Может ли такое быть, если корки не ломать?

## § 6. Наименьшее общее кратное

Число 24 кратно каждому из чисел 6 и 4. В этом случае говорят, что 24 является **общим кратным** чисел 4 и 6.

Запишем числа, кратные 4: **4**, **8**, **12**, **16**, **20**, **24**, **28**, **32**, **36**, **40**, ... .

Запишем числа, кратные 6: **6**, **12**, **18**, **24**, **30**, **36**, **42**, ... .

Красным цветом выделены общие кратные чисел 4 и 6.

**Наименьшее натуральное число, которое делится нацело на каждое из двух данных натуральных чисел, называют наименьшим общим кратным этих чисел.**

Наименьшее общее кратное чисел $a$ и $b$ обозначают так: НОК ($a$; $b$). Например, можно записать НОК (4; 6) = 12.

Несложно убедиться, что, например, НОК (2; 3) = 6, НОК (10; 15) = 30, НОК (12; 24) = 24.

Чтобы найти НОК двух чисел, например 18 и 30, можно воспользоваться такой схемой: будем последовательно выписывать числа, кратные 30, до тех пор, пока не получим число, кратное 18. Имеем: 30, 60, **90**. Число 90 и является наименьшим общим кратным чисел 18 и 30.

Однако чаще для нахождения НОК используют другой способ.

Рассмотрим разложение на простые множители чисел 18, 30 и числа 90, которое является их наименьшим общим кратным. Имеем:

$18 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{3} = 2 \cdot 3^2$;

$30 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5}$;

$90 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5} = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Как видим, число 90, являющееся наименьшим общим кратным чисел 18 и 30, содержит все множители из разложения числа 18 (они выделены красным цветом) и множитель 5 из разложения числа 30, которого нет в разложении числа 18.

Рассмотрим ещё один пример. Найдём НОК (84; 90). Имеем:

$84 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{7}$;

$90 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5}$.

Тогда НОК (84; 90) = $\mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{7} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5} = 1\,260$.

Если разложение чисел 84 и 90 на простые множители записать в виде произведения степеней:

$84 = \mathbf{2}^2 \cdot \mathbf{3}^1 \cdot \mathbf{7}^1$;

$90 = \mathbf{2}^1 \cdot \mathbf{3}^2 \cdot \mathbf{5}^1$,

то НОК удобно искать по такому правилу.

**1) Выбрать степени, основания которых встречаются только в одном из разложений** (в рассматриваемом примере это $7^1$ и $5^1$).
**2) Из каждой пары степеней с одинаковыми основаниями выбрать степень с бóльшим показателем** (в рассматриваемом примере это $2^2$ и $3^2$).
**3) Перемножить выбранные степени.**
**Полученное произведение является искомым наименьшим общим кратным** (в приведённом примере НОК (84; 90) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$).

Пример 1. Найдите НОК (250; 3 000).

Решение. В этом случае нет необходимости раскладывать данные числа на простые множители. Число 250 – делитель числа 3 000. Поэтому НОК (250; 3 000) = 3 000.

Ответ: 3 000. ◄

Вообще, *если число a – делитель числа b, то НОК (a; b) = b.*

Пример 2. Найдите наименьшее общее кратное чисел 8 и 15.

Решение. Имеем: $8 = 2^3$, $15 = 3 \cdot 5$, НОК (8; 15) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 15 = 120$.

Ответ: 120. ◄

Числа 8 и 15 – взаимно простые. Найти их наименьшее общее кратное можно, воспользовавшись следующим правилом.

**Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно их произведению.**

Заметим, что можно находить наименьшее общее кратное любого количества натуральных чисел, в частности трёх.

Пример 3. Найдите НОК (18; 24; 30).

Решение. Представим данные числа в виде произведения степеней простых чисел:

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^1 \cdot 3^2$;
$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^1$;
$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1$.

Тогда НОК (18; 24; 30) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$.

Ответ: 360. ◄

1. Какое число называют наименьшим общим кратным двух чисел?
2. Как можно найти НОК двух натуральных чисел, используя их разложение на простые множители?

**3.** Чему равно наименьшее общее кратное двух чисел, одно из которых является делителем другого?

**4.** Чему равно наименьшее общее кратное взаимно простых чисел?

## Решаем устно

**1.** Назовите какое-либо трёхзначное число, которое:
1) делится нацело на 3, но не делится на 9;
2) делится нацело на 9 и на 2;
3) делится нацело на 9 и на 5;
4) делится нацело на 3 и на 4;
5) делится нацело на 9, а при делении на 10 даёт остаток 7.

**2.** Назовите три общих кратных чисел:
1) 2 и 3; 2) 4 и 6; 3) 5 и 10.

**3.** Используя цифры 0, 2, 3 и 4, составьте наименьшее и наибольшее четырёхзначные числа, кратные 5. Можно ли утверждать, что полученные числа кратны 15?

**4.** В парке посадили каштаны и дубы, причём на каждый каштан приходилось три дуба. Сколько всего деревьев посадили в парке, если дубов посадили 24?

## Упражнения

**163.** Найдите наименьшее общее кратное чисел:
1) 8 и 12; 3) 6 и 12; 5) 24 и 36;
2) 12 и 16; 4) 10 и 21; 6) 6, 8 и 12.

**164.** Найдите наименьшее общее кратное чисел:
1) 6 и 10; 3) 14 и 28; 5) 32 и 48;
2) 9 и 12; 4) 8 и 9; 6) 8, 9 и 15.

**165.** Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел $a$ и $b$:
1) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$;
2) $a = 2^4 \cdot 3 \cdot 11$ и $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 13$.

**166.** Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел $a$ и $b$:
1) $a = 3 \cdot 5^2$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$;
2) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$ и $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

**167.** Найдите наименьшее общее кратное чисел:
1) 56 и 70; 2) 78 и 792; 3) 320 и 720; 4) 252 и 840.

**168.** Найдите наименьшее общее кратное чисел:
1) 42 и 63; 2) 120 и 324; 3) 675 и 945; 4) 924 и 396.

**169.** Найдите наименьшее общее кратное знаменателей дробей:

1) $\frac{11}{12}$ и $\frac{4}{15}$; 2) $\frac{97}{100}$ и $\frac{1}{125}$.

**170.** Найдите наименьшее общее кратное знаменателей дробей:

1) $\frac{8}{9}$ и $\frac{7}{6}$; 2) $\frac{11}{20}$ и $\frac{24}{25}$.

**171.** Найдите наименьшее общее кратное:

1) первых пяти натуральных чисел;
2) первых пяти нечётных чисел;
3) первых пяти простых чисел.

**172.** Найдите наименьшее общее кратное:

1) первых пяти чётных чисел;
2) первых четырёх составных чисел.

**173.** Длина шага Чебурашки равна 15 см, а крокодила Гены – 50 см. Какое наименьшее одинаковое расстояние должен пройти каждый из них, чтобы они оба сделали по целому числу шагов?

**174.** С одного места в одном направлении по велотреку одновременно стартовали два велосипедиста. Один из них делает круг за 1 мин, а другой – за 45 с. Через какое наименьшее количество минут после начала движения они вновь окажутся в месте старта? Сколько кругов по велотреку при этом сделает каждый из них?

**175.** Дима и Петя одновременно отправились в поход из одного пункта в одном направлении. Петя делал остановку для отдыха через каждые 2 400 м, а Дима – через каждые 2 800 м. На каком наименьшем расстоянии от пункта отправления места их остановки совпадут?

**176.** В ящике было меньше 80 мандаринов. Известно, что их можно разделить поровну между двумя, тремя или пятью детьми, но нельзя разделить поровну между четырьмя детьми. Сколько мандаринов было в ящике?

**177.** Саша ходит в бассейн один раз в три дня, Коля – раз в четыре дня, Петя – раз в пять дней. Мальчики встретились в бассейне во вторник. Через сколько дней и в какой день недели они встретятся в следующий раз?

**178.** Готовя подарки к Новому году, члены родительского комитета 6 класса увидели, что имеющиеся конфеты можно разложить поровну по 15 штук или по 20 штук в один подарок. Сколько было конфет, если известно, что их было больше 600 и меньше 700?

## Упражнения для повторения

**179.** Если к некоторому числу прибавить 2, то полученное число будет кратно 5. Чему равен остаток от деления первого числа на 5?

**180.** Белый аист пролетел 48 км со скоростью 40 км/ч. Сколько взмахов крыльями сделал при этом аист, если каждую секунду он делает два взмаха?

## Готовимся к изучению новой темы

**181.** В коробке лежит 14 шаров, из которых 5 – синего цвета. Какую часть всех шаров составляют синие?

**182.** В коробке лежит 14 шаров, из которых $\frac{3}{7}$ составляют шары красного цвета. Сколько красных шаров в коробке?

**183.** В коробке лежат шары, 6 из которых белого цвета. Сколько всего шаров в коробке, если белые составляют $\frac{3}{7}$ всех шаров?

**184.** Укажите, какие из дробей $\frac{12}{17}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{374}{10}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{53}{54}$, $\frac{72}{71}$: 1) правильные; 2) неправильные. Неправильные дроби преобразуйте в смешанные числа.

**185.** Начертите координатный луч, взяв за единичный такой отрезок, длина которого в 6 раз больше стороны клетки тетради. Отметьте на луче точки, соответствующие числам: $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{13}{6}$.

## Задача от мудрой совы

**186.** На чудо-дереве садовник вырастил 85 бананов и 70 апельсинов. Каждый день он срывает два плода, и сразу на дереве вырастает один новый. Если садовник срывает два одинаковых фрукта, то вырастает апельсин, а если два разных – то банан. Каким окажется последний фрукт на этом дереве?

## Итоги главы 1

### Делители и кратные

- Натуральное число $a$ делится нацело на натуральное число $b$, если найдётся натуральное число $c$ такое, что справедливо равенство $a = b \cdot c$.
- Если натуральное число $a$ делится нацело на натуральное число $b$, то число $a$ называют кратным числа $b$, число $b$ — делителем числа $a$.

### Признак делимости на 10

- Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится нацело на 10.
- Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0, то число не делится нацело на 10.

### Признак делимости на 2

- Если запись натурального числа оканчивается чётной цифрой, то это число делится нацело на 2.
- Если запись натурального числа оканчивается нечётной цифрой, то это число не делится нацело на 2.

### Признак делимости на 5

- Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится нацело на 5.
- Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0 или 5, то это число не делится нацело на 5.

### Признак делимости на 9

- Если сумма цифр числа делится нацело на 9, то и само число делится нацело на 9.
- Если сумма цифр числа не делится нацело на 9, то и само число не делится нацело на 9.

### Признак делимости на 3

- Если сумма цифр числа делится нацело на 3, то и само число делится нацело на 3.
- Если сумма цифр числа не делится нацело на 3, то и само число не делится нацело на 3.

### Простое число

Натуральное число называют простым, если оно имеет только два натуральных делителя: единицу и само это число.

### Составное число

Натуральное число называют составным, если оно имеет больше двух натуральных делителей.

### Разложение на простые множители

Любое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, т. е. разложить на простые множители.

### Наибольший общий делитель натуральных чисел

Наибольшее натуральное число, на которое делится нацело каждое из двух данных натуральных чисел, называют наибольшим общим делителем этих чисел.

### Нахождение наибольшего общего делителя натуральных чисел

1) Определить степени, основания которых являются общими простыми делителями данных чисел.
2) Из каждой пары степеней с одинаковыми основаниями выбрать степень с меньшим показателем.
3) Перемножить выбранные степени.

Полученное произведение является искомым наибольшим общим делителем.

### Взаимно простые числа

Если наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен 1, то их называют взаимно простыми.

### Наименьшее общее кратное натуральных чисел

Наименьшее натуральное число, которое делится нацело на каждое из двух данных натуральных чисел, называют наименьшим общим кратным этих чисел.

### Нахождение наименьшего общего кратного натуральных чисел

1) Выбрать степени, основания которых встречаются только в одном из разложений.
2) Из каждой пары степеней с одинаковыми основаниями выбрать степень с бóльшим показателем.

**3) Перемножить выбранные степени.**

**Полученное произведение является искомым наименьшим общим кратным.**

## Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел

**Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно их произведению.**

# Глава 2. Обыкновенные дроби

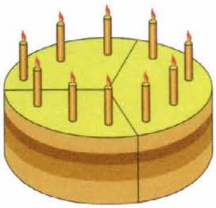
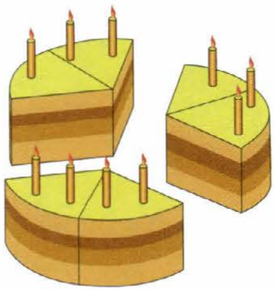
Изучив материал этой главы, вы расширите и углубите свои знания об обыкновенных дробях.

Вы научитесь: сравнивать дроби с разными знаменателями; выполнять арифметические действия с обыкновенными дробями; решать задачи на нахождение дроби от числа и числа по его дроби; преобразовывать обыкновенные дроби в десятичные; находить десятичное приближение обыкновенной дроби.

Вы узнаете, что называют бесконечной периодической десятичной дробью.

## § 7. Основное свойство дроби

К Пете в гости пришли два друга. Для них мама испекла торт и разрезала его на три равные части (рис. 2), полагая, что каждый мальчик съест $\frac{1}{3}$ торта. Но ребятам показалось, что порции слишком большие, и они разрезали каждую порцию на две равные части, разрезав таким образом весь торт на 6 равных частей (рис. 3).

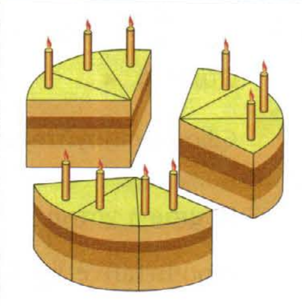
| Рис. 2 | Рис. 3 |
|---|---|
|  |  |

Однако торт был таким вкусным, что мальчики съели по два кусочка. Таким образом, каждый из них съел $\frac{2}{6}$ торта.

Получается, что $\frac{1}{3}$ торта равна $\frac{2}{6}$ торта, т. е. дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{6}$ выражают одну и ту же величину. Поэтому эти дроби называют равными и записывают $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Если бы мальчики разделили свои порции на три равные части, то каждый из них съел бы $\frac{3}{9}$ торта (рис. 4). О дробях $\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{9}$ также можно сказать, что они равны: $\frac{1}{3}=\frac{3}{9}$.

Рис. 4



Теперь понятно, что деление порции торта на четыре, пять, шесть и т. д. равных частей показывает, что имеют место такие равенства: $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$; $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$; $\frac{1}{3}=\frac{6}{18}$ и т. д.

Таким образом, $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{5}{15}=\frac{6}{18}=\ldots$ .

Эту цепочку равенств можно записать иначе:

$\frac{1}{3}=\frac{1\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}=\frac{1\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{1\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{1\cdot 6}{3\cdot 6}=\ldots$ .

Записанные равенства показывают, что, умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{1}{3}$ на одно и то же натуральное число, мы получим дробь, равную $\frac{1}{3}$.

Этот пример иллюстрирует следующее свойство.

**Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.**

В буквенном виде имеем:

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n}$$

Если последнее равенство записать так: $\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}$, то можно прийти к следующему выводу.

**Если числитель и знаменатель дроби разделить на их общий делитель, то получится равная ей дробь.**

Эти два утверждения выражают **основное свойство дроби**.

**Пример.** Пользуясь основным свойством дроби, найдите значение $a$, при котором верно равенство $\frac{a}{8}=\frac{3}{4}$.

Решение. Умножим на 2 числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$. Тогда получим $\frac{a}{8} = \frac{6}{8}$, отсюда $a = 6$.

Ответ: 6. ◄

Сформулируйте основное свойство дроби.

## Решаем устно

1. Прочитайте дроби $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{12}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{3}$ и назовите в каждой из них числитель и знаменатель.
2. В школьном саду растёт 14 яблонь и 13 вишен. Какую часть всех деревьев составляют: 1) яблони; 2) вишни?
3. Когда сгорела половина свечки и ещё 5 см, то высота свечки стала 5 см. Какой была высота свечки первоначально?

## Упражнения

**187.** Начертите координатный луч, взяв за единичный отрезок, длина которого в 20 раз больше стороны клетки тетради. Отметьте на луче точки, соответствующие числам: $\frac{1}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{4}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{6}{20}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{12}{20}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$. Какие из этих чисел изображаются на луче одной и той же точкой? Запишите соответствующие равенства.

**188.** Начертите координатный луч, взяв за единичный отрезок, длина которого в 18 раз больше стороны клетки тетради. Отметьте на луче точки, соответствующие числам: $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{18}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{4}{18}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{16}{18}$, $\frac{18}{18}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, 1. Какие из этих чисел изображаются на луче одной и той же точкой? Запишите соответствующие равенства.

**189.** Умножьте на 4 числитель и знаменатель каждой из дробей $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{10}{19}$. Запишите соответствующие равенства.

**190.** Разделите на 3 числитель и знаменатель каждой из дробей $\frac{3}{9}$, $\frac{12}{33}$, $\frac{30}{45}$, $\frac{15}{36}$, $\frac{99}{240}$. Запишите соответствующие равенства.

**191.** Укажите пропущенное значение числителя или знаменателя, при котором данная запись будет верной:

1) $\frac{1}{3} = \frac{}{6} = \frac{}{18} = \frac{7}{}$;  4) $\frac{13}{7} = \frac{26}{} = \frac{}{70} = \frac{104}{}$;

2) $\frac{2}{5} = \frac{6}{} = \frac{}{25} = \frac{28}{}$;  5) $\frac{80}{120} = \frac{}{12} = \frac{}{3} = \frac{10}{}$;

3) $\frac{6}{11} = \frac{}{22} = \frac{30}{} = \frac{36}{}$;  6) $\frac{30}{48} = \frac{}{8} = \frac{10}{} = \frac{15}{}$.

**192.** Объясните, почему верно равенство:

1) $\frac{1}{6} = \frac{7}{42}$;  2) $\frac{100}{240} = \frac{5}{12}$;  3) $\frac{3}{4} = \frac{33}{44}$;  4) $\frac{6}{54} = \frac{1}{9}$.

**193.** Запишите три дроби, равные:

1) $\frac{1}{7}$;  2) $\frac{2}{5}$;  3) $\frac{7}{11}$;  4) $\frac{3}{12}$.

**194.** Какие из данных равенств неверны:

1) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$;  2) $\frac{4}{5} = \frac{16}{25}$;  3) $\frac{72}{90} = \frac{8}{9}$;  4) $\frac{42}{49} = \frac{6}{7}$?

**195.** Каждую из данных дробей замените равной ей дробью, знаменатель которой равен 42:

1) $\frac{1}{6}$;  2) $\frac{3}{7}$;  3) $\frac{5}{14}$;  4) $\frac{2}{3}$;  5) $\frac{16}{21}$;  6) $\frac{1}{2}$.

**196.** Каждую из данных дробей замените равной ей дробью, знаменатель которой равен 72:

1) $\frac{2}{3}$;  2) $\frac{5}{4}$;  3) $\frac{1}{6}$;  4) $\frac{8}{9}$;  5) $\frac{17}{36}$;  6) $\frac{11}{8}$.

**197.** Запишите:

1) число 3 в виде дроби, знаменатель которой равен 6;
2) число 13 в виде дроби, знаменатель которой равен 5;
3) число 1 в виде дроби, знаменатель которой равен 29.

**198.** Запишите:

1) число 5 в виде дроби, знаменатель которой равен 8;
2) число 10 в виде дроби, знаменатель которой равен 14;
3) число 16 в виде дроби, знаменатель которой равен 16.

**199.** Пользуясь основным свойством дроби, найдите значение $a$, при котором верно равенство:

1) $\frac{a}{6} = \frac{9}{54}$;  2) $\frac{7}{a} = \frac{49}{28}$;  3) $\frac{27}{45} = \frac{3}{a}$;  4) $\frac{a}{32} = \frac{5}{8}$.

**200.** Пользуясь основным свойством дроби, найдите значение $a$, при котором верно равенство:

1) $\frac{a}{5} = \frac{6}{15}$;  2) $\frac{1}{12} = \frac{4}{a}$;  3) $\frac{56}{70} = \frac{8}{a}$;  4) $\frac{a}{60} = \frac{6}{5}$.

**201.** Решите уравнение:

1) $\frac{x+3}{65}=\frac{4}{13}$;  2) $\frac{7}{x+4}=\frac{21}{60}$;  3) $\frac{5x-8}{5}=\frac{18}{45}$.

**202.** Решите уравнение:

1) $\frac{x-2}{36}=\frac{5}{12}$;  2) $\frac{x-5}{23}=\frac{36}{92}$;  3) $\frac{4}{3x-11}=\frac{36}{63}$.

## Упражнения для повторения

**203.** Леденец стоит 16 р. У Димы есть 20 монет по 10 р. Какое наибольшее количество леденцов может купить Дима, чтобы продавцу не нужно было давать ему сдачу?

**204.** Число делится нацело на 2, на 5 и на 9. Каким ещё числам кратно это число?

**205.** В среднем сердце человека делает 75 ударов в минуту. Сколько ударов делает сердце в течение суток? Сколько литров крови оно перекачивает за 1 мин, если сердце перекачивает за сутки 8 640 л крови?

**206.** Начертите острый угол $ABC$. Проведите луч $BD$ так, чтобы угол $ABD$ был прямым, а угол $CBD$: 1) тупым; 2) острым.

**207.** От пристани отправился теплоход со скоростью 18 км/ч. Через 3 ч после этого от пристани в том же направлении отправился второй теплоход, который догнал первый через 9 ч после своего выхода. Найдите скорость второго теплохода.

**208.** Из одного города в другой со скоростью 60 км/ч выехал автомобиль. Через 3 ч из второго города навстречу ему выехал второй автомобиль. Они встретились через 7 ч после начала движения первого автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если расстояние между городами равно 700 км.

## Задача от мудрой совы

**209.** На поле размером $10 \times 10$ клеток для игры в «Морской бой» поставили корабль в прямоугольник размером $1 \times 3$ клетки. Можно ли, сделав 33 выстрела, наверняка в него попасть?

# § 8. Сокращение дробей

Вы знаете, что, разделив числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{6}$ на 2, получим равную ей дробь, т. е. $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$. В таком случае говорят, что дробь $\frac{2}{6}$ **сократили** на 2.

Например, равенство $\frac{35}{14} = \frac{5}{2}$ означает, что дробь $\frac{35}{14}$ сократили на 7.

**Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от 1, называют сокращением дроби.**

Дробь $\frac{12}{25}$ сократить нельзя, поскольку её числитель и знаменатель не имеют общих делителей, отличных от 1, т. е. являются взаимно простыми числами. В таком случае говорят, что $\frac{12}{25}$ – **несократимая дробь**.

**Дробь, числитель и знаменатель которой — взаимно простые числа, называют несократимой.**

Если дробь $\frac{60}{90}$ сократить на 2, то получим дробь $\frac{30}{45}$, т. е. $\frac{60}{90} = \frac{30}{45}$. В свою очередь, дробь $\frac{30}{45}$ можно сократить на 3. Имеем: $\frac{30}{45} = \frac{10}{15}$. Далее, сократив дробь $\frac{10}{15}$ на 5, получим дробь $\frac{2}{3}$, которая уже является несократимой.

Однако если дробь $\frac{60}{90}$ сократить на $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то несократимую дробь $\frac{2}{3}$ получим сразу: $\frac{60}{90} = \frac{60:30}{90:30} = \frac{2}{3}$.

Нам удалось сразу получить несократимую дробь, поскольку 30 = = НОД (60; 90).

**Если сократить дробь на наибольший общий делитель числителя и знаменателя, то получится несократимая дробь.**

**Пример.** Найдите значение выражения: 1) $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7}$; 2) $\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8}$.

Решение. 1) Имеем: $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7} = \frac{\overset{2}{\cancel{14}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{15}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

2) Воспользовавшись распределительным свойством умножения, получим:

$$\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8} = \frac{19 \cdot (11 + 5)}{38 \cdot (20 - 8)} = \frac{\overset{1}{\cancel{19}} \cdot \overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{2}{\cancel{38}} \cdot \underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$ ◄

**1.** Что называют сокращением дроби?

**2.** Какую дробь называют несократимой?

**3.** На какое число надо сократить дробь, чтобы получилась несократимая дробь?

## Решаем устно

**1.** Объясните, почему верно равенство:

1) $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$; 2) $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$.

**2.** Сколько двенадцатых частей: 1) в $\frac{1}{4}$; 2) в $\frac{1}{3}$; 3) в $\frac{3}{4}$; 4) в $\frac{5}{6}$; 5) в $\frac{3}{2}$?

**3.** Сколько сотых частей: 1) в $\frac{1}{10}$; 2) в $\frac{3}{20}$; 3) в $\frac{7}{25}$; 4) в $\frac{23}{50}$; 5) в $\frac{124}{200}$?

**4.** Какую часть года составляет: 1) 1 месяц; 2) 2 месяца; 3) 6 месяцев?

**5.** Сколько граммов составляет:

1) $\frac{1}{2}$ кг; 2) $\frac{1}{4}$ кг; 3) $\frac{1}{8}$ кг; 4) $\frac{2}{5}$ кг?

**6.** Сократимой или несократимой дробью является значение выражения $\frac{4\,563}{10^3 - 1}$?

## Упражнения

**210.** Сократите дробь:

1) $\frac{5}{15}$; 3) $\frac{14}{35}$; 5) $\frac{10}{60}$; 7) $\frac{56}{72}$; 9) $\frac{120}{180}$;

2) $\frac{6}{20}$; 4) $\frac{21}{39}$; 6) $\frac{28}{84}$; 8) $\frac{20}{25}$; 10) $\frac{207}{243}$.

**211.** Сократите дробь:

1) $\frac{3}{12}$; 3) $\frac{6}{54}$; 5) $\frac{26}{65}$; 7) $\frac{36}{48}$; 9) $\frac{480}{720}$;

2) $\frac{4}{12}$; 4) $\frac{25}{70}$; 6) $\frac{12}{60}$; 8) $\frac{35}{105}$; 10) $\frac{204}{306}$.

**212.** Какие из дробей $\frac{11}{12}, \frac{7}{42}, \frac{9}{111}, \frac{5}{42}, \frac{12}{68}, \frac{13}{36}$ несократимы?

**213.** Найдите среди дробей $\frac{15}{25}$, $\frac{24}{99}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{26}{51}$, $\frac{16}{42}$, $\frac{22}{69}$ несократимые.

**214.** Запишите десятичную дробь в виде обыкновенной дроби и результат, если возможно, сократите:

1) 0,4; 3) 0,12; 5) 0,16; 7) 0,128; 9) 0,2348;
2) 0,5; 4) 0,84; 6) 0,59; 8) 0,96; 10) 0,975.

**215.** Найдите среди данных дробей равные между собой:

1) $\frac{44}{56}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{16}{32}$;

2) $\frac{5}{4}$, $\frac{81}{99}$, $\frac{27}{33}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{35}{28}$.

Запишите соответствующие равенства.

**216.** Найдите среди дробей $\frac{24}{27}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{6}{60}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{40}{45}$ равные между собой и запишите соответствующие равенства.

**217.** Какую часть часа составляют:

1) 4 мин; 2) 10 мин; 3) 36 мин; 4) 54 мин; 5) 72 мин?

**218.** Какую часть суток составляют:

1) 3 ч; 2) 8 ч; 3) 12 ч; 4) 16 ч; 5) 21 ч?

**219.** Какую часть развёрнутого угла составляет угол, градусная мера которого равна:

1) 4°; 2) 12°; 3) 27°; 4) 126°; 5) 153°?

**220.** Какую часть прямого угла составляет угол, градусная мера которого равна:

1) 2°; 2) 15°; 3) 36°; 4) 75°; 5) 54°?

**221.** Выполните действие и сократите результат:

1) $\frac{7}{12}+\frac{3}{12}$; 2) $\frac{32}{39}-\frac{6}{39}$; 3) $4\frac{17}{45}+3\frac{13}{45}$; 4) $9\frac{59}{63}-5\frac{24}{63}$.

**222.** Выполните действие и сократите результат:

1) $\frac{16}{63}+\frac{12}{63}$; 2) $\frac{53}{85}-\frac{19}{85}$; 3) $8\frac{34}{81}+2\frac{38}{81}$; 4) $3\frac{49}{56}-3\frac{17}{56}$.

**223.** Запишите все правильные несократимые дроби со знаменателем 18.

**224.** Запишите все неправильные несократимые дроби с числителем 20.

**225.** Сократите:

1) $\frac{4\cdot5}{25\cdot6}$; 4) $\frac{2\cdot3\cdot4\cdot5}{4\cdot5\cdot6\cdot7}$; 7) $\frac{9\cdot13+9\cdot2}{54\cdot13}$;

2) $\frac{8\cdot13}{39\cdot2}$; 5) $\frac{6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{7\cdot9\cdot11\cdot12}$; 8) $\frac{27\cdot15-7\cdot27}{9\cdot15-9\cdot11}$;

3) $\frac{3\cdot38}{19\cdot27}$; 6) $\frac{3\cdot16-8\cdot3}{27}$; 9) $\frac{24\cdot2+6\cdot24}{60\cdot7-5\cdot60}$.

**226.** Сократите:

1) $\frac{12 \cdot 21}{35 \cdot 15}$; 3) $\frac{25 \cdot 17 \cdot 44}{51 \cdot 8 \cdot 75}$; 5) $\frac{17 \cdot 48}{17 \cdot 16 - 9 \cdot 16}$;

2) $\frac{72 \cdot 11}{33 \cdot 30}$; 4) $\frac{8 \cdot 3 + 8 \cdot 23}{3 \cdot 16}$; 6) $\frac{14 \cdot 5 - 14 \cdot 3}{21 \cdot 9 + 21 \cdot 3}$.

**227.** Сократите (буквами обозначены натуральные числа):

1) $\frac{6a}{18a}$; 3) $\frac{96c}{72c}$; 5) $\frac{39mn}{91mn}$;

2) $\frac{32b}{60}$; 4) $\frac{45}{9d}$; 6) $\frac{95ab}{38bc}$.

**228.** Дробь $\frac{x}{6}$ сократили на 2 и получили дробь $\frac{2}{y}$. Найдите значения $x$ и $y$.

**229.** После сокращения дроби $\frac{21}{a}$ на 3 получили дробь $\frac{b}{4}$. Найдите значения $a$ и $b$.

## Упражнения для повторения

**230.** Запишите, используя каждую цифру от 0 до 9 только один раз:
1) наименьшее число, кратное 2;
2) наибольшее число, кратное 18.

**231.** К какому числу надо прибавить 5,7, чтобы произведение полученной суммы и числа 3,6 было равно 120,6?

**232.** Из какого числа надо вычесть 3,8, чтобы произведение полученной разности и числа 5,5 было равно 34,1?

## Готовимся к изучению новой темы

**233.** Расположите в порядке возрастания дроби: $\frac{9}{19}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{5}{19}$, $\frac{14}{19}$, $\frac{10}{19}$.

**234.** Сравните:

1) $\frac{10}{21}$ и $\frac{8}{21}$; 3) $\frac{4}{7}$ и 1; 5) 1 и $\frac{11}{15}$; 7) 2 и $\frac{5}{3}$;

2) $\frac{8}{19}$ и $\frac{8}{9}$; 4) $\frac{7}{4}$ и 1; 6) $\frac{11}{15}$ и $\frac{15}{11}$; 8) 2 и $\frac{7}{3}$.

### Задача от мудрой совы

**235.** Из старинной книги выпала часть страниц, идущих подряд. Первая выпавшая страница имеет номер 251, а номер последней записан теми же цифрами в другом порядке. Какой номер последней выпавшей страницы?

## § 9. Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение дробей

В 5 классе вы научились сравнивать дроби с равными знаменателями. А как сравнивать дроби с разными знаменателями?

Если научиться заменять такие дроби на равные им, но с одинаковыми знаменателями, то решение новой задачи сведётся к решению уже знакомой задачи.

Дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ имеют разные знаменатели. Однако с помощью основного свойства дроби их можно **привести к общему знаменателю**. Имеем:

$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$.

Дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ мы привели к общему знаменателю 12. Для этого числитель и знаменатель первой дроби умножили на число 3, которое называют **дополнительным множителем**. Числитель и знаменатель второй дроби умножили на дополнительный множитель 2.

Эти дроби можно привести и к другим общим знаменателям, например:

$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24}$ (дополнительный множитель 6);

$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$ (дополнительный множитель 4).

Мы привели дроби к общему знаменателю 24.

Далее: $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}$, $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36}$.

В этом случае общим знаменателем является число 36.

Отметим, что найденные общие знаменатели 12, 24, 36 являются общими кратными чисел 4 и 6 — знаменателей дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$.

**Общий знаменатель двух дробей — это общее кратное их знаменателей.**

При приведении дробей к общему знаменателю удобнее приводить их к **наименьшему общему знаменателю**, равному наименьшему общему кратному знаменателей этих дробей.

**Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:**
**1) найти наименьшее общее кратное знаменателей данных дробей;**
**2) найти дополнительные множители для каждой из дробей, разделив общий знаменатель на знаменатели данных дробей;**
**3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на её дополнительный множитель.**

Сравним дроби $\frac{7}{8}$ и $\frac{11}{12}$. Для этого приведём их к наименьшему общему знаменателю, равному 24. Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{7}{8}$ на дополнительный множитель 3, а дроби $\frac{11}{12}$ — на дополнительный множитель 2. Дополнительный множитель обычно пишут над числителем справа (рис. 5) или слева от него.

**Рис. 5**

$$\frac{7}{8}^{\backslash 3} = \frac{21}{24}, \quad \frac{11}{12}^{\backslash 2} = \frac{22}{24}$$

Поскольку $\frac{21}{24} < \frac{22}{24}$, то $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$.

**Чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.**

<u>**Пример.**</u> Укажите три числа, каждое из которых больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{1}{5}$. Можно ли найти 100 таких чисел?

Решение. Приведём данные дроби к наименьшему общему знаменателю: $\frac{1}{7}^{\backslash 5} = \frac{5}{35}$, $\frac{1}{5}^{\backslash 7} = \frac{7}{35}$.

Поскольку $\frac{5}{35} < \frac{6}{35} < \frac{7}{35}$, то $\frac{6}{35}$ — одно из искомых чисел. Приведём данные дроби к другому общему знаменателю: $\frac{1}{7}^{\backslash 10} = \frac{10}{70}$, $\frac{1}{5}^{\backslash 14} = \frac{14}{70}$. Поскольку $\frac{10}{70} < \frac{11}{70} < \frac{14}{70}$ и $\frac{10}{70} < \frac{13}{70} < \frac{14}{70}$, то $\frac{11}{70}$ и $\frac{13}{70}$ ещё два искомых числа.

Если приведём данные дроби к знаменателям 105, 140, 175, 210 и т. д., то сможем найти любое количество чисел, каждое из которых больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{1}{5}$.

Ответ: $\frac{6}{35}$, $\frac{11}{70}$, $\frac{13}{70}$; можно найти 100 чисел, каждое из которых больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{1}{5}$. ◄

**1.** Какое число является общим знаменателем двух дробей?
**2.** Чему равен наименьший общий знаменатель двух дробей?
**3.** Как привести дроби к наименьшему общему знаменателю?
**4.** Как сравнить две дроби с разными знаменателями?

## Решаем устно

**1.** Андрей тратит на путь от дома до школы 24 мин. Какую часть пути он проходит: за 6 мин; за 12 мин; за 9 мин; за 16 мин?

**2.** Сократите дроби: $\frac{16}{20}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{25}{15}$.

**3.** Назовите какие-либо три дроби, каждая из которых равна $\frac{1}{7}$.

**4.** Среди следующих равенств укажите неверные:

1) $\frac{42}{63} = \frac{2}{3}$; 2) $\frac{15}{55} = \frac{3}{10}$; 3) $\frac{7}{8} = \frac{56}{72}$; 4) $\frac{12}{23} = \frac{36}{69}$.

## Упражнения

**236.** Приведите дроби:

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{10}$ к знаменателю 20;

2) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{8}{9}$ к знаменателю 36;

3) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{32}$ к знаменателю 64;

4) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{63}{50}$ к знаменателю 100.

**237.** Приведите дробь:

1) $\frac{7}{9}$ к знаменателю 27; 2) $\frac{3}{5}$ к знаменателю 40;

3) $\frac{4}{13}$ к знаменателю 78;

4) $\frac{12}{17}$ к знаменателю 102;

5) $\frac{4}{23}$ к знаменателю 69;

6) $\frac{5}{24}$ к знаменателю 144.

**238.** Среди дробей $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{8}{28}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{13}{36}$, $\frac{1}{14}$ найдите те, которые можно привести к знаменателю 48. Найденные дроби приведите к указанному знаменателю.

**239.** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$;
2) $\frac{4}{9}$ и $\frac{7}{12}$;
3) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{18}$;
4) $\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{15}$;
5) $\frac{2}{15}$ и $\frac{11}{12}$;
6) $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$;
7) $\frac{1}{24}$ и $\frac{1}{18}$;
8) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{4}$.

**240.** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{12}$;
2) $\frac{2}{15}$ и $\frac{3}{10}$;
3) $\frac{10}{17}$ и $\frac{13}{34}$;
4) $\frac{4}{13}$ и $\frac{3}{4}$;
5) $\frac{9}{14}$ и $\frac{2}{21}$;
6) $\frac{1}{20}$ и $\frac{1}{30}$;
7) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$;
8) $\frac{3}{28}$, $\frac{9}{14}$ и $\frac{7}{8}$.

**241.** Сравните дроби:

1) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{9}$;
2) $\frac{11}{20}$ и $\frac{17}{30}$;
3) $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{6}$;
4) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{4}$;
5) $\frac{8}{38}$ и $\frac{4}{19}$;
6) $\frac{7}{9}$ и $\frac{8}{11}$;
7) $\frac{8}{25}$ и $\frac{7}{20}$;
8) $\frac{5}{12}$ и $\frac{4}{9}$.

**242.** Сравните дроби:

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{11}$;
2) $\frac{7}{13}$ и $\frac{7}{16}$;
3) $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{6}$;
4) $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{10}$;
5) $\frac{3}{7}$ и $\frac{9}{21}$;
6) $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{8}$;
7) $\frac{7}{12}$ и $\frac{11}{18}$;
8) $\frac{10}{21}$ и $\frac{9}{14}$.

**243.** Укажите какую-либо дробь, которая меньше $\frac{1}{2}$ и знаменатель которой равен:
1) 6; 2) 10; 3) 22.

**244.** Укажите какую-либо дробь, которая больше $\frac{1}{6}$ и знаменатель которой равен:
1) 12; 2) 30; 3) 66.

**245.** Расположите в порядке возрастания числа:

1) $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$;

2) $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{9}{20}$.

**246.** Расположите в порядке убывания числа:

1) $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{18}$; 2) $\frac{28}{45}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{8}{15}$.

**247.** Лакомка съедает 7 пирожных за 12 мин, а Сладкоежка – 13 пирожных за 20 мин. У кого аппетит лучше – у Лакомки или у Сладкоежки?

**248.** Головку сыра массой 9 кг разделили на 16 равных кусков, а головку массой 13 кг – на 20 равных кусков. Кусок какой головки сыра, первой или второй, вы посоветуете съесть мышонку Джерри, который очень его любит?

**249.** Расстояние между двумя городами легковой автомобиль преодолевает за 4 ч, а грузовой – за 7 ч. Какой автомобиль проедет большее расстояние: легковой за 3 ч или грузовой за 5 ч?

**250.** Теплоход проходит расстояние между двумя пристанями за 9 ч, а катер – за 6 ч. Сравните расстояния: пройденное теплоходом за 7 ч и пройденное катером за 5 ч.

**251.** Какие из дробей $\frac{3}{7}$, $\frac{11}{28}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{42}$, $\frac{23}{70}$ больше дроби $\frac{5}{14}$?

**252.** Какие из дробей $\frac{43}{112}$, $\frac{9}{28}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$ меньше дроби $\frac{19}{56}$?

**253.** Найдите все натуральные значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $\frac{8}{19} < \frac{x}{19} < 1$; 2) $\frac{1}{3} < \frac{x}{18} < \frac{5}{6}$.

**254.** Найдите все натуральные значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $\frac{12}{23} < \frac{x}{23} < 1$; 2) $\frac{4}{9} < \frac{x}{36} < \frac{11}{12}$.

**255.** Какие из дробей $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{11}{24}$ можно поставить вместо $x$, чтобы было верно неравенство $\frac{11}{48} < x < \frac{29}{48}$?

**256.** Какие из дробей $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{15}{28}$, $\frac{11}{14}$ можно поставить вместо $x$, чтобы было верно неравенство $\frac{19}{56} < x < \frac{37}{56}$?

**257.** Найдите все дроби со знаменателем 48, которые больше $\frac{1}{4}$, но меньше $\frac{1}{3}$.

**258.** Укажите два числа, каждое из которых:

1) больше $\frac{1}{5}$, но меньше $\frac{1}{4}$; 3) больше $\frac{1}{10}$, но меньше $\frac{1}{9}$;

2) больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{1}{6}$; 4) больше $\frac{3}{7}$, но меньше $\frac{4}{7}$.

**259.** Укажите три числа, каждое из которых:

1) больше $\frac{1}{3}$, но меньше $\frac{1}{2}$;

2) больше $\frac{3}{5}$, но меньше $\frac{4}{5}$;

3) больше $\frac{98}{99}$, но меньше 1.

**260.** Сравните дроби $\frac{171}{181}$ и $\frac{171\,171}{181\,181}$.

**261.** Найдите все натуральные значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $\frac{x}{17} < \frac{8}{51}$; 2) $\frac{x}{65} < \frac{1}{13}$; 3) $\frac{x}{5} < \frac{3}{15}$; 4) $\frac{1}{16} < \frac{x}{8}$.

## Упражнения для повторения

**262.** Дробь сначала сократили на 2, затем на 3, потом на 7. На какое число можно было сократить эту дробь сразу?

**263.** Запишите все правильные дроби со знаменателем 12. Сократите те из них, которые не являются несократимыми.

**264.** Сумма двух чисел равна 374. Последней цифрой одного из этих чисел является нуль. Если его отбросить, то получим второе число. Найдите эти числа.

## Готовимся к изучению новой темы

**265.** Вычислите:

1) $\frac{5}{11} + \frac{3}{11}$;

2) $\frac{7}{15} - \frac{4}{15}$;

3) $6 + \frac{5}{13}$;

4) $2\frac{4}{13} + 5\frac{2}{13}$;

5) $4\frac{11}{18} - 1\frac{5}{18}$;

6) $7\frac{2}{9} - 2\frac{5}{9}$.

**266.** Решите уравнение:

1) $\frac{5}{16} + x = \frac{11}{16}$; 2) $\left(\frac{17}{28} - x\right) - \frac{11}{28} = \frac{3}{28}$.

## Задача от мудрой совы

**267.** Из чашки с молоком одну ложку молока переливают в чашку с кофе и тщательно размешивают. После этого одну ложку смеси переливают в чашку с молоком. Чего теперь больше: кофе в чашке с молоком или молока в чашке с кофе?

## § 10. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

В 5 классе вы научились складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}.$$

А как, например, сложить дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{6}$? Ведь эти дроби имеют разные знаменатели. Однако при сложении (вычитании) дробей разные знаменатели для вас уже не препятствие.

**Чтобы сложить (вычесть) две дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями.**

Найдём сумму $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}$. Наименьший общий знаменатель дробей $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{6}$ равен 24. Каждую из этих дробей заменим на ей равную со знаменателем 24. Этой заменой мы сложение дробей с разными знаменателями сведём к сложению дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{3}{8}^{\backslash 3}+\frac{1}{6}^{\backslash 4}=\frac{9}{24}+\frac{4}{24}=\frac{9+4}{24}=\frac{13}{24}.$$

Найдём разность $\frac{7}{16}-\frac{5}{12}$. Наименьший общий знаменатель этих дробей равен 48. Тогда:

$$\frac{7}{16}^{\backslash 3}-\frac{5}{12}^{\backslash 4}=\frac{21}{48}-\frac{20}{48}=\frac{21-20}{48}=\frac{1}{48}.$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются свойства сложения:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$$ — переместительное свойство сложения,

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{p}{q}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{p}{q}\right)$$ — сочетательное свойство сложения

**Пример 1.** Выполните действия:

1) $4\frac{5}{12}+2\frac{3}{4}$; 2) $1-\frac{9}{16}$; 3) $6-3\frac{7}{11}$; 4) $5\frac{1}{6}-2\frac{4}{9}$.

Решение. 1) Напомним правило, которое вы изучили в курсе математики 5 класса: чтобы сложить два смешанных числа, надо отдельно сложить их целые и дробные части.

$$4\frac{5}{12}+2\frac{3}{4}=4+\frac{5}{12}+2+\frac{3}{4}=(4+2)+\left(\frac{5}{12}+\frac{3}{4}\right)=6+\left(\frac{5}{12}+\frac{9}{12}\right)=6+\frac{14}{12}=$$
$$=6+\frac{7}{6}=6+1\frac{1}{6}=7\frac{1}{6}.$$

Обратите внимание: если в результате сложения (вычитания) дробей получается сократимая дробь, то надо выполнить сокращение.

2) Представим число 1 в виде дроби $\frac{16}{16}$. Тогда можно записать:
$1-\frac{9}{16}=\frac{16}{16}-\frac{9}{16}=\frac{7}{16}$.

3) $6-3\frac{7}{11}=5\frac{11}{11}-3\frac{7}{11}=2\frac{4}{11}$.

4) $5\frac{1}{6}-2\frac{4}{9}=5\frac{3}{18}-2\frac{8}{18}$.

Видим, что дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого. Для того чтобы выполнить вычитание, надо сначала «подготовить» уменьшаемое к вычитанию, а затем найти разность.

Запишем: $5\frac{3}{18}-2\frac{8}{18}=4\frac{21}{18}-2\frac{8}{18}=2\frac{13}{18}$.

Ответ: 1) $7\frac{1}{6}$; 2) $\frac{7}{16}$; 3) $2\frac{4}{11}$; 4) $2\frac{13}{18}$. ◄

**Пример 2.** Один маляр может покрасить стену за 6 ч, а другой — за 8 ч. Какую часть стены они покрасят за 1 ч, работая вместе?

Решение. Первый маляр за 1 ч красит $\frac{1}{6}$ стены, а второй — $\frac{1}{8}$ стены.

Тогда вместе за 1 ч они покрасят: $\frac{1}{6}^{\backslash 4}+\frac{1}{8}^{\backslash 3}=\frac{4}{24}+\frac{3}{24}=\frac{7}{24}$ стены.

Ответ: $\frac{7}{24}$ стены. ◄

**1.** Сформулируйте правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями.

**2.** Какими свойствами обладает действие сложение дробей?

## Решаем устно

**1.** Сколько минут составляют:

1) $\frac{2}{3}$ ч; 2) $\frac{3}{4}$ ч; 3) $\frac{3}{6}$ ч; 4) $\frac{1}{5}$ ч?

**2.** На прямоугольном участке земли, стороны которого равны 50 м и 40 м, планируют разбить розарий прямоугольной формы со сторонами 20 м и 15 м. Какую часть площади всего участка займёт розарий?

**3.** Масса 1 л керосина равна $\frac{4}{5}$ кг, а 1 л бензина – $\frac{7}{10}$ кг. Масса литра какого топлива, керосина или бензина, больше и на сколько килограммов?

**4.** Три подруги съели торт. Первая подруга съела $\frac{1}{4}$ торта, вторая – $\frac{1}{3}$ торта. Какую часть торта съела третья подруга?

## Упражнения

**268.** Вычислите:

1) $\frac{3}{7}+\frac{4}{9}$; 4) $\frac{20}{21}+\frac{3}{7}$; 7) $\frac{2}{9}+\frac{5}{6}$; 10) $\frac{9}{14}-\frac{3}{7}+\frac{15}{28}$;

2) $\frac{8}{9}-\frac{7}{8}$; 5) $\frac{17}{18}-\frac{11}{12}$; 8) $\frac{10}{21}+\frac{9}{14}$; 11) $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$;

3) $\frac{13}{15}-\frac{2}{3}$; 6) $\frac{7}{16}+\frac{1}{6}$; 9) $\frac{7}{9}-\frac{4}{15}$; 12) $\frac{13}{18}-\frac{29}{45}+\frac{8}{15}$.

**269.** Вычислите:

1) $\frac{1}{4}+\frac{3}{5}$; 4) $\frac{3}{28}+\frac{5}{14}$; 7) $\frac{9}{25}-\frac{7}{20}$; 10) $\frac{9}{16}+\frac{7}{24}-\frac{3}{8}$;

2) $\frac{9}{11}-\frac{2}{5}$; 5) $\frac{14}{15}-\frac{7}{10}$; 8) $\frac{37}{42}-\frac{17}{24}$; 11) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$;

3) $\frac{13}{16}-\frac{9}{32}$; 6) $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}$; 9) $\frac{11}{24}-\frac{3}{16}$; 12) $\frac{2}{5}+\frac{4}{15}-\frac{5}{9}$.

**270.** Найдите значение выражения, предварительно сократив дроби:

1) $\frac{25}{80}+\frac{45}{60}$; 3) $\frac{36}{300}+\frac{12}{40}-\frac{350}{1\,000}$; 5) $\frac{42}{120}+\frac{20}{32}-\frac{28}{160}$;

2) $\frac{20}{45}+\frac{26}{54}$; 4) $\frac{14}{24}-\frac{39}{90}+\frac{15}{100}$; 6) $\frac{45}{72}-\frac{33}{144}-\frac{20}{64}$.

**271.** В одной банке было $\frac{3}{10}$ л сметаны, а в другой – $\frac{4}{15}$ л. В какой банке было больше сметаны и на сколько литров?

**272.** Окунев поймал рыбу длиной $\frac{8}{25}$ м, а Щукин – длиной $\frac{13}{40}$ м. Кто из них поймал рыбу длиннее и на сколько метров?

**273.** Золушка $\frac{11}{20}$ ч убирала комнаты, что на $\frac{2}{15}$ ч больше времени, которое она затратила на мытьё посуды. Сколько времени заняли у Золушки уборка и мытьё посуды?

**274.** На завтрак Винни-Пух съел $\frac{2}{9}$ горшочка мёда, что на $\frac{2}{15}$ горшочка меньше, чем он съел на обед. Какую часть горшочка мёда Винни-Пух съел на завтрак и на обед?

**275.** Найдите сумму:

1) $4\frac{5}{9}+7\frac{1}{6}$; 2) $6\frac{11}{12}+8\frac{13}{18}$; 3) $2\frac{3}{16}+1\frac{7}{24}+3\frac{1}{12}$.

**276.** Найдите сумму:

1) $5\frac{7}{8}+6\frac{3}{10}$; 2) $6\frac{3}{8}+2\frac{5}{9}$; 3) $1\frac{8}{21}+4\frac{3}{14}+2\frac{2}{7}$.

**277.** Вычислите значение выражения:

1) $8\frac{9}{14}-3\frac{3}{7}$; 2) $7\frac{5}{12}-3\frac{7}{24}$; 3) $12\frac{11}{12}-5\frac{13}{18}$.

**278.** Вычислите:

1) $1-\frac{17}{29}$; 2) $4-\frac{7}{19}$; 3) $13-7\frac{3}{16}$; 4) $15-12\frac{16}{17}$.

**279.** Вычислите:

1) $1-\frac{13}{55}$; 2) $6-\frac{9}{20}$; 3) $10-5\frac{12}{35}$; 4) $8-4\frac{5}{22}$.

**280.** Выполните вычитание:

1) $3\frac{1}{12}-\frac{1}{6}$; 2) $8\frac{7}{30}-2\frac{9}{20}$; 3) $7\frac{10}{51}-4\frac{21}{34}$; 4) $5\frac{1}{4}-1\frac{3}{8}$.

**281.** Выполните вычитание:

1) $4\frac{3}{16}-\frac{5}{8}$; 2) $6\frac{4}{9}-3\frac{6}{7}$; 3) $10\frac{11}{24}-8\frac{19}{36}$; 4) $9\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}$.

**282.** Решите уравнение:

1) $x+7\frac{4}{15}=9\frac{7}{10}$; 2) $8\frac{9}{14}-x=4\frac{3}{7}$; 3) $x-3\frac{8}{9}=5\frac{1}{12}$.

**283.** Решите уравнение:

1) $6\frac{3}{11}+x=10\frac{6}{7}$; 2) $9\frac{5}{36}-x=2\frac{4}{9}$; 3) $x-5\frac{17}{60}=7\frac{9}{20}$.

**284.** Преобразуйте десятичные дроби в обыкновенные и вычислите:

1) $0,8-\frac{5}{7}$; 3) $7\frac{7}{8}-3,18$;

2) $0,36+\frac{8}{15}$; 4) $4,75-2\frac{3}{16}$.

**285.** Преобразуйте десятичные дроби в обыкновенные и вычислите:

1) $0,5+\frac{1}{3}$; 3) $0,125+\frac{5}{12}$;

2) $\frac{2}{3}-0,25$; 4) $3,25-2\frac{9}{14}$.

**286.** Собственная скорость теплохода составляет $20\frac{2}{7}$ км/ч, а скорость течения реки – $2\frac{11}{14}$ км/ч. Найдите скорость теплохода по течению реки и его скорость против течения.

**287.** Скорость катера по течению реки составляет $27\frac{1}{3}$ км/ч, а скорость течения – $1\frac{4}{9}$ км/ч. Найдите собственную скорость катера и скорость катера против течения реки.

**288.** Расшифруйте фамилию выдающегося русского математика, жившего на рубеже XIX и XX вв., академика Петербургской академии наук, вице-президента Академии наук СССР, основателя школы математической физики, чьё имя носит Математический институт Российской академии наук в Москве. Номер примера соответствует месту, на котором стоит буква в слове.

Современное здание Математического института РАН

1) $\frac{2}{9}+\frac{5}{6}$;
3) $6-1\frac{4}{9}$;
5) $1\frac{1}{7}+2\frac{3}{28}$;
7) $\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{2}{3}$.
2) $1-\frac{5}{17}$;
4) $2\frac{1}{3}-1\frac{1}{2}$;
6) $5\frac{1}{6}-4\frac{1}{4}$;

| Ответ | $\frac{5}{6}$ | $1\frac{1}{18}$ | $4\frac{5}{9}$ | $3\frac{1}{4}$ | 1 | $\frac{11}{12}$ | $\frac{12}{17}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Буква | К | С | Е | Л | В | О | Т |

**289.** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

1) $\frac{3}{7}+\frac{14}{19}+\frac{4}{7}+\frac{5}{19}$;
4) $\frac{9}{40}+\frac{13}{50}+\frac{12}{50}+\frac{11}{40}$;
2) $\frac{7}{16}+\frac{11}{42}+\frac{9}{16}+\frac{17}{42}$;
5) $3\frac{5}{11}+1\frac{3}{16}+2\frac{5}{16}+4\frac{6}{11}$;
3) $\frac{5}{18}+\frac{4}{81}+\frac{7}{18}+\frac{5}{81}$;
6) $1\frac{17}{24}+3\frac{1}{36}+5\frac{4}{24}+2\frac{8}{36}$.

**290.** Решите уравнение:

1) $\left(x+\frac{5}{12}\right)-\frac{9}{20}=\frac{11}{15}$;
2) $\left(x-\frac{11}{30}\right)-\frac{16}{45}=\frac{2}{9}$;

3) $\left(x-\frac{7}{15}\right)+\frac{5}{8}=\frac{17}{24}$;

4) $\frac{4}{5}-\left(x+\frac{1}{60}\right)=\frac{2}{3}$;

5) $4\frac{3}{4}-\left(x-2\frac{5}{8}\right)=3\frac{5}{6}$;

6) $9\frac{9}{28}-\left(4\frac{5}{21}-x\right)=6\frac{2}{7}$.

**291.** Решите уравнение:

1) $\left(x+\frac{4}{21}\right)-\frac{4}{15}=\frac{16}{35}$;

2) $\left(x-\frac{8}{19}\right)-\frac{4}{57}=\frac{2}{3}$;

3) $\left(x-\frac{8}{9}\right)+\frac{3}{8}=\frac{19}{36}$;

4) $3\frac{1}{6}-\left(x+1\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{4}$;

5) $6\frac{5}{27}-\left(x-1\frac{2}{9}\right)=3\frac{20}{81}$;

6) $3\frac{5}{36}-\left(1\frac{4}{9}-x\right)=1\frac{17}{18}$.

**292.** Выполните действия:

1) $7\frac{7}{9}-4\frac{1}{12}+2\frac{3}{4}$;

2) $17\frac{2}{3}-6\frac{1}{36}+4\frac{3}{8}$;

3) $10\frac{9}{16}-\left(3\frac{11}{12}+4\frac{4}{9}\right)$;

4) $\left(20-7\frac{23}{36}\right)-\left(14\frac{4}{27}-6\frac{1}{18}\right)$.

**293.** Выполните действия:

1) $5\frac{5}{9}+3\frac{1}{6}-6\frac{4}{27}$;

2) $1\frac{5}{7}+3\frac{11}{14}-2\frac{1}{4}$;

3) $12\frac{13}{48}-\left(9\frac{17}{32}-4\frac{5}{24}\right)$;

4) $\left(18-10\frac{18}{35}\right)-\left(3\frac{9}{28}+2\frac{3}{20}\right)$.

**294.** В трёх ящиках было $36\frac{9}{16}$ кг апельсинов. В первом и втором ящиках было $28\frac{7}{8}$ кг апельсинов, а в первом и третьем – $24\frac{3}{4}$ кг. Сколько килограммов апельсинов было в каждом ящике?

**295.** На компьютере обрабатывали три задачи в течение 30 мин. На первую и вторую задачи было затрачено $24\frac{14}{15}$ мин, а на вторую и третью – $18\frac{19}{45}$ мин. Сколько минут было затрачено на обработку каждой задачи?

**296.** Для приготовления $6\frac{1}{2}$ кг крема кулинар взял $3\frac{8}{15}$ кг молока, $\frac{7}{12}$ кг какао и сахар. Сколько килограммов сахара взял кулинар для приготовления крема?

**297.** Для изготовления 12 кг мороженого взяли $7\frac{4}{15}$ кг воды, $2\frac{11}{20}$ кг молочного жира, $1\frac{23}{30}$ кг сахара и фруктовый сироп. Сколько килограммов сиропа взяли для изготовления мороженого?

**298.** Длина одной из сторон треугольника равна $12\frac{3}{8}$ см, что на $4\frac{5}{24}$ см больше длины второй стороны и на $3\frac{2}{3}$ см меньше длины третьей. Вычислите периметр треугольника.

**299.** Периметр треугольника равен 42 см, а длина одной из сторон — $10\frac{7}{15}$ см, что на $2\frac{5}{6}$ см меньше длины второй. Найдите длину третьей стороны треугольника.

**300.** Филипок потратил $\frac{1}{2}$ своих денег на приобретение книги «Занимательная математика», $\frac{1}{4}$ — на книгу «Занимательная физика», $\frac{1}{12}$ — на карандаши, а оставшиеся деньги — на конфеты. Какую часть своих денег Филипок потратил на конфеты?

**301.** Золотов, Серебров, Платинов и Бриллиантов нашли клад. Золотову досталась $\frac{1}{6}$ клада, Сереброву — $\frac{2}{9}$, Платинову — $\frac{5}{18}$, а остальное — Бриллиантову. Какую часть клада получил Бриллиантов?

**302.** Ивасик-Телесик может вспахать поле за 6 ч, а Катигорошек — за 4 ч. Какую часть поля они вспашут, работая вместе, за 1 ч? За 2 ч?

**303.** Первый маляр может покрасить забор за 15 ч, второй — за 12 ч, а третий — за 10 ч. Какую часть забора они покрасят вместе за 1 ч? За 2 ч? За 4 ч?

**304.** 1) Миша может съесть арбуз за 12 мин, а Коля — за 16 мин. Какая часть арбуза останется через 1 мин, если мальчики одновременно начнут есть его вместе?

2) Бассейн можно наполнить водой за 6 ч через одну трубу и слить воду за 10 ч через другую. Бассейн был пуст, когда Иван Забывайкин открыл краны одновременно на двух трубах. Какая часть бассейна останется незаполненной водой через 1 ч после того, как открыли краны?

**305.** Пётр Ленивцев может покрасить стену за 24 ч, а Иван Трудолюб — за 8 ч. Какая часть стены останется неокрашенной после 1 ч совместной работы Ленивцева и Трудолюба?

**306.** Елена и Мария могут вместе набрать текст рукописи за 6 ч. Какую часть рукописи наберёт Елена за 1 ч, если Мария может набрать текст всей рукописи за 9 ч?

**307.** Через две трубы бассейн можно наполнить водой за 3 ч. Какую часть бассейна можно наполнить за 1 ч через одну из этих труб, если через другую трубу его можно наполнить за 5 ч?

**308.** Увеличится или уменьшится сумма и на сколько, если:

1) одно из слагаемых увеличить на $2\frac{3}{8}$, а другое уменьшить на $1\frac{11}{12}$;

2) одно из слагаемых увеличить на $4\frac{6}{11}$, а другое уменьшить на $5\frac{5}{22}$?

**309.** Увеличится или уменьшится разность и на сколько, если:

1) уменьшаемое увеличить на $14\frac{7}{83}$;

2) вычитаемое увеличить на $4\frac{13}{57}$;

3) уменьшаемое увеличить на $\frac{4}{21}$, а вычитаемое – на $\frac{9}{14}$;

4) уменьшаемое уменьшить на $1\frac{1}{6}$, а вычитаемое увеличить на $\frac{2}{3}$?

**310.** Увеличится или уменьшится разность и на сколько, если:

1) уменьшаемое уменьшить на $6\frac{19}{91}$;

2) вычитаемое уменьшить на $5\frac{1}{58}$;

3) уменьшаемое уменьшить на $\frac{14}{45}$, а вычитаемое – на $\frac{3}{10}$;

4) уменьшаемое увеличить на $7\frac{3}{28}$, а вычитаемое уменьшить на $8\frac{5}{8}$?

**311.** Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $\left(9\frac{3}{7}+2\frac{9}{16}\right)-5\frac{3}{7}$;

2) $\left(4\frac{5}{8}+1\frac{6}{11}\right)-\frac{6}{11}$;

3) $10\frac{5}{14}-\left(3\frac{5}{14}+2\frac{9}{34}\right)$;

4) $7\frac{1}{7}-\left(2\frac{6}{13}+3\frac{1}{7}\right)$.

**312.** Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $\left(12\frac{19}{24}+5\frac{19}{28}\right)-3\frac{19}{24}$;

2) $6\frac{4}{9}-\left(1\frac{7}{24}+4\frac{4}{9}\right)$.

**313.** Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:

1) $\frac{61}{62}$ и $\frac{62}{63}$;

2) $\frac{1\,003}{1\,007}$ и $\frac{103}{107}$.

**314.** Упростите выражение (буквами обозначены натуральные числа):

1) $\frac{3a}{8b}-\frac{a}{5b}$;

2) $\frac{4m}{9n}+\frac{5m}{12n}$;

3) $\frac{7x}{6y}-\frac{4x}{15y}$.

**315.** Упростите выражение (буквами обозначены натуральные числа):

1) $\frac{3}{a}+\frac{9}{2a}$;

2) $\frac{11c}{14d}+\frac{c}{21d}$;

3) $\frac{17p}{18q}-\frac{11p}{12q}$.

**316.** Какое натуральное число является корнем уравнения:

1) $a + \frac{1}{a} = 7\frac{1}{7}$;   2) $b - \frac{1}{b} = 14\frac{14}{15}$?

**317.** При каких наименьших натуральных значениях $a$ и $b$ верно равенство:

1) $\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3}$;   2) $\frac{4}{3 \cdot 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{5}$?

**318.** Увеличится или уменьшится значение дроби и на сколько, если её числитель увеличить на знаменатель?

**319.** Вычислите значение выражения $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \ldots + \frac{1}{19 \cdot 20}$.

**320.** Вычислите значение выражения $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \ldots + \frac{2}{29 \cdot 31}$.

**321.** Докажите, что $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{18} > \frac{1}{2}$.

**322.** Докажите, что $\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \ldots + \frac{1}{39} + \frac{1}{40} > \frac{1}{4}$.

## Упражнения для повторения

**323.** Укажите пять чисел, каждое из которых имеет только три разных делителя. Можно ли утверждать, что таких чисел бесконечно много?

**324.** Не выполняя вычислений, определите, простым или составным числом является значение выражения $11 + 22^2 + 33^3$.

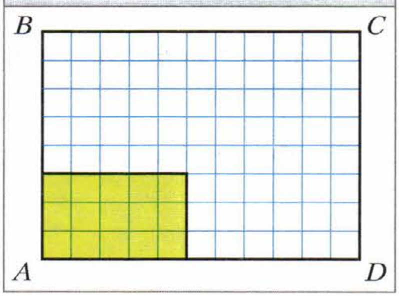
**325.** За 5 мин бревно распилили на равные части длиной 30 см. Какой длины было бревно, если каждое распиливание длилось 1 мин?

**326.** Расстояние между двумя пристанями по реке равно 36,6 км. От пристани, расположенной выше по течению, отплыл плот. Через 0,8 ч после начала движения плота навстречу ему от другой пристани отправился катер, собственная скорость которого равна 25 км/ч. Через сколько часов после начала движения плота они встретятся, если скорость течения реки составляет 2 км/ч?

## Готовимся к изучению новой темы

**327.** Какую часть площади прямоугольника $ABCD$ составляет площадь закрашенного прямоугольника (рис. 6)?

Рис. 6



**328.** Найдите произведение дробей $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{4}$, предварительно преобразовав их в десятичные. Результат запишите в виде обыкновенной дроби.

**329.** Упростите выражение:
1) $12 \cdot 3a$; 2) $0{,}6a \cdot 7b$; 3) $0{,}8m \cdot 0{,}5n \cdot 4p$.

**330.** Раскройте скобки:
1) $2(x + 7)$; 2) $7(5 - a)$; 3) $(c - 0{,}4) \cdot 1{,}2$.

**331.** Упростите выражение:
1) $1{,}6b - 0{,}5b$; 2) $3x + 17x - 5x$; 3) $5{,}6a + 0{,}4a - 2$.

### Задача от мудрой совы

**332.** Серёжа и Саша играют в такую игру: они по очереди берут камешки из кучки, в которой лежит 100 камешков. За один ход каждому разрешается взять или 1 камешек, или 3. Кто из них возьмёт последний камешек, если игру начинает Серёжа?

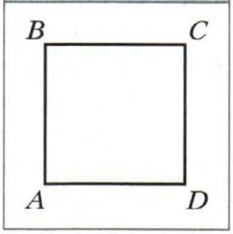
## § 11. Умножение дробей

На рисунке 7 изображён квадрат $ABCD$, сторона которого равна $\frac{2}{9}$ дм. Чему равен периметр $P$ этого квадрата?

Поскольку периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон, то:

$$P = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9} \text{ (дм)}.$$

Рис. 7




Однако вы знаете, что с помощью произведения сумму равных слагаемых можно записывать короче:

$$\underbrace{\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}}_{\text{4 слагаемых}} = \frac{2}{9} \cdot 4.$$

Следовательно, $\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{8}{9}$.

Этот пример иллюстрирует следующее правило.

**Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо её числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменений.**

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$$

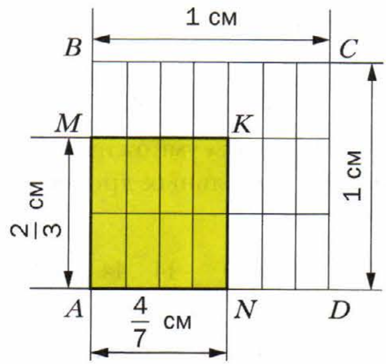
Также верными являются следующие равенства: $0 \cdot \frac{a}{b} = 0$ и $\frac{a}{b} \cdot 0 = 0$.

А как умножить дробь на дробь? Найдём, например, произведение $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$.

На рисунке 8 изображены квадрат $ABCD$ со стороной 1 см и прямоугольник $AMKN$, стороны которого равны $\frac{4}{7}$ см и $\frac{2}{3}$ см. Площадь прямоугольника $AMKN$ равна $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$ (см²).

В то же время из рисунка видно, что площадь прямоугольника $AMKN$ составляет $\frac{8}{21}$ площади квадрата, т. е. равна $\frac{8}{21}$ см². Следовательно, $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{21}$.

Рис. 8




Этот пример иллюстрирует следующее правило.

**Произведением двух дробей является дробь, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель — произведению знаменателей.**

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются свойства умножения:

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$ — переместительное свойство умножения;

$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q}\right)$ — сочетательное свойство умножения;

$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q}$ — распределительное свойство умножения относительно сложения;

$\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} - \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q}$ — распределительное свойство умножения относительно вычитания

**Пример 1.** Выполните действия: 1) $\frac{4}{9}\cdot\frac{15}{28}$; 2) $1\frac{3}{11}\cdot 1\frac{9}{35}$.

Решение. 1) Имеем: $\frac{4}{9}\cdot\frac{15}{28}=\frac{4\cdot 15}{9\cdot 28}$.

Не будем спешить вычислять произведения, записанные в числителе и знаменателе, поскольку удобнее сначала выполнить сокращение:

$$\frac{4}{9}\cdot\frac{15}{28}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}\cdot\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{3}{\cancel{9}}\cdot\underset{7}{\cancel{28}}}=\frac{5}{21}.$$

2) Чтобы умножить два смешанных числа, надо сначала записать их в виде неправильных дробей, а затем воспользоваться правилом умножения дробей.

$$1\frac{3}{11}\cdot 1\frac{9}{35}=\frac{14}{11}\cdot\frac{44}{35}=\frac{\overset{2}{\cancel{14}}\cdot\overset{4}{\cancel{44}}}{\underset{1}{\cancel{11}}\cdot\underset{5}{\cancel{35}}}=\frac{2\cdot 4}{1\cdot 5}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}. \blacktriangleleft$$

**Пример 2.** Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

1) $\left(3-\frac{5}{6}+\frac{7}{9}\right)\cdot 18$; 2) $2\frac{3}{11}\cdot\frac{7}{16}+1\frac{8}{11}\cdot\frac{7}{16}$.

Решение. 1) Имеем:

$$\left(3-\frac{5}{6}+\frac{7}{9}\right)\cdot 18=3\cdot 18-\frac{5}{6}\cdot 18+\frac{7}{9}\cdot 18=54-5\cdot 3+7\cdot 2=$$
$$=54-15+14=53.$$

2) Из распределительного свойства умножения следует, что $\frac{a}{b}\cdot\frac{p}{q}+\frac{c}{d}\cdot\frac{p}{q}=\frac{p}{q}\cdot\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)$. Тогда:

$$2\frac{3}{11}\cdot\frac{7}{16}+1\frac{8}{11}\cdot\frac{7}{16}=\frac{7}{16}\cdot\left(2\frac{3}{11}+1\frac{8}{11}\right)=\frac{7}{16}\cdot 3\frac{11}{11}=\frac{7}{16}\cdot 4=\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}. \blacktriangleleft$$

**1.** Сформулируйте правило умножения дроби на натуральное число.
**2.** Какая дробь является произведением двух дробей?
**3.** Чему равно произведение дроби и числа 0?
**4.** Какие свойства умножения выполняются при умножении дробей?
**5.** Как умножить два смешанных числа?

## Решаем устно

**1.** Найдите значение выражения:

1) $\frac{5\cdot 2}{15}$; 2) $\frac{6\cdot 7}{7\cdot 8}$; 3) $\frac{4\cdot 9}{27\cdot 2}$; 4) $\frac{10\cdot 18}{36\cdot 25}$.

**2.** Назовите неправильную дробь, которой равно смешанное число:

1) $1\frac{1}{2}$; 2) $4\frac{3}{4}$; 3) $7\frac{5}{6}$; 4) $2\frac{1}{17}$.

**3.** Найдите целую часть числа:

1) $\frac{35}{8}$; 2) $\frac{13}{9}$; 3) $\frac{23}{6}$; 4) $\frac{69}{13}$.

**4.** Упростите выражение:

1) $0{,}2a + 2{,}4b + 0{,}8a - 0{,}4b$; 3) $0{,}8m \cdot 3n$;
2) $0{,}7m + 1{,}6m + 0{,}5m$; 4) $5{,}2x - 1{,}7x + x + 8$.

**5.** Пешеход за $\frac{1}{5}$ ч проходит 1 км. За какое время он пройдёт:

1) 5 км; 2) 15 км; 3) $\frac{1}{2}$ км; 4) $\frac{5}{8}$ км?

**6.** Назовите дроби со знаменателем 12 больше, чем $\frac{1}{6}$, и меньше, чем $\frac{1}{2}$?

## Упражнения

**333.** Выполните умножение:

1) $\frac{2}{13} \cdot 5$; 3) $\frac{8}{9} \cdot 2$; 5) $7 \cdot \frac{3}{40}$; 7) $\frac{7}{12} \cdot 24$;
2) $\frac{4}{17} \cdot 3$; 4) $\frac{4}{49} \cdot 7$; 6) $6 \cdot \frac{15}{18}$; 8) $45 \cdot \frac{8}{15}$.

**334.** Выполните умножение:

1) $\frac{9}{35} \cdot 8$; 2) $\frac{7}{24} \cdot 16$; 3) $42 \cdot \frac{4}{7}$; 4) $\frac{6}{19} \cdot 57$.

**335.** Найдите произведение:

1) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}$; 3) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 5) $\frac{22}{25} \cdot \frac{10}{77}$; 7) $\frac{6}{35} \cdot \frac{14}{15}$;
2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; 4) $\frac{15}{16} \cdot \frac{48}{55}$; 6) $\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; 8) $\frac{36}{85} \cdot \frac{34}{39}$.

**336.** Найдите произведение:

1) $\frac{6}{11} \cdot \frac{4}{7}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32}$; 5) $\frac{34}{86} \cdot \frac{43}{51}$; 7) $\frac{63}{64} \cdot \frac{48}{91}$;
2) $\frac{7}{20} \cdot \frac{10}{21}$; 4) $\frac{23}{28} \cdot \frac{49}{46}$; 6) $\frac{7}{18} \cdot \frac{90}{77}$; 8) $\frac{19}{100} \cdot \frac{5}{38}$.

**337.** Выполните умножение:

1) $9\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{22}$; 3) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5}$; 5) $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{27}$; 7) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot 5\frac{2}{5}$;
2) $6\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{17}$; 4) $19\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{9}$; 6) $2\frac{8}{11} \cdot 5\frac{2}{15}$; 8) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot 5\frac{2}{5}$.

**338.** Выполните умножение:

1) $9\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{21}$; 3) $1\frac{5}{7}\cdot 6\frac{1}{8}$; 5) $1\frac{13}{15}\cdot\frac{5}{8}\cdot 2\frac{2}{7}$;

2) $3\frac{11}{12}\cdot\frac{9}{94}$; 4) $3\frac{5}{9}\cdot 5\frac{1}{4}$; 6) $2\frac{1}{4}\cdot\frac{16}{27}\cdot 4\frac{1}{3}$.

**339.** Найдите произведение:

1) $0,4\cdot\frac{5}{9}$; 2) $\frac{8}{27}\cdot 0,75$; 3) $1,5\cdot\frac{1}{6}$; 4) $2\frac{1}{7}\cdot 2,8$.

**340.** Выполните умножение:

1) $0,8\cdot\frac{7}{12}$; 2) $1\frac{2}{3}\cdot 0,6$; 3) $1,25\cdot\frac{32}{45}$; 4) $4,5\cdot 3\frac{1}{3}$.

**341.** Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{11}{18}-\frac{4}{9}\right)\cdot\frac{3}{16}$;

2) $\frac{11}{18}-\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{16}$;

3) $1\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}+1\frac{3}{8}\right)$;

4) $1\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{4}+1\frac{3}{8}$;

5) $13\frac{4}{5}-3\frac{1}{5}\cdot 3\frac{3}{4}$;

6) $1\frac{3}{25}\cdot 2\frac{1}{7}-2\frac{1}{9}\cdot\frac{27}{190}$;

7) $4\frac{7}{12}\cdot 1\frac{3}{11}+1\frac{1}{15}\cdot\frac{45}{64}$;

8) $\left(8-2\frac{1}{7}\cdot 3\frac{1}{9}\right)\cdot\frac{27}{44}$;

9) $\left(\frac{4}{5}+\frac{4}{7}\right)\left(7\frac{11}{12}-5\frac{7}{9}\right)$;

10) $\frac{4}{5}+\frac{4}{7}\cdot\left(7\frac{11}{12}-5\frac{7}{9}\right)$.

**342.** Найдите значение выражения:

1) $15\frac{4}{9}-4\frac{4}{9}\cdot 3\frac{3}{8}$;

2) $\frac{81}{88}\cdot\left(6-1\frac{13}{15}\cdot 1\frac{19}{21}\right)$;

3) $\left(5\frac{1}{16}-1\frac{1}{8}\right)\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{14}\right)$;

4) $5\frac{1}{16}-1\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{14}\right)$.

**343.** Какой путь пройдёт поезд за $\frac{5}{6}$ ч, если его скорость составляет 66 км/ч?

**344.** Какое расстояние проедет автомобиль со скоростью 72 км/ч за $2\frac{1}{4}$ ч?

**345.** Сколько стоят $3\frac{3}{5}$ кг бананов, если цена 1 кг бананов составляет $27\frac{1}{2}$ р.?

**346.** Сколько стоят $6\frac{1}{4}$ кг конфет, если 1 кг конфет стоит $70\frac{2}{5}$ р.?

**347.** Выполните умножение:

1) $\frac{11}{15}\cdot\frac{21}{22}\cdot\frac{9}{28}\cdot\frac{8}{9}$; 2) $2\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{3}\cdot 4\frac{1}{5}\cdot\frac{8}{35}$;

3) $\frac{3}{8}\cdot 1\frac{5}{7}\cdot\frac{4}{9}\cdot 2\frac{1}{3}$;   4) $1\frac{4}{5}\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 2\frac{1}{7}\cdot 4\frac{2}{3}$.

**348.** Выполните умножение:

1) $\frac{5}{16}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{9}{25}\cdot\frac{5}{9}$;   3) $2\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot 10$;

2) $\frac{19}{25}\cdot\frac{40}{57}\cdot\frac{5}{36}\cdot\frac{9}{16}$;   4) $18\frac{1}{3}\cdot 1\frac{2}{11}\cdot 1\frac{4}{5}\cdot 15$.

**349.** Найдите значение степени:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$;   2) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$;   3) $\left(1\frac{1}{3}\right)^4$;   4) $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$.

**350.** Найдите значение степени:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$;   2) $\left(\frac{3}{7}\right)^3$;   3) $\left(1\frac{2}{5}\right)^2$;   4) $\left(3\frac{1}{4}\right)^2$.

**351.** Найдите значение выражения:

1) $5\frac{3}{4}\cdot 8-2\frac{1}{3}\cdot 1\frac{3}{14}-1\frac{37}{48}\cdot 2\frac{2}{15}$;   3) $6\frac{2}{5}\cdot 1\frac{9}{16}-\left(2\frac{1}{4}\right)^2$;

2) $1\frac{3}{22}\cdot 2\frac{14}{15}-\left(1\frac{5}{8}+2\frac{1}{8}\cdot\frac{11}{17}\right)\cdot\frac{3}{7}$;   4) $\left(2\frac{7}{10}-1\frac{8}{15}\right)^2\cdot\frac{9}{14}$.

**352.** Найдите значение выражения:

1) $4\frac{2}{3}\cdot 6-1\frac{23}{42}\cdot 3\frac{1}{13}+2\frac{1}{8}\cdot 1\frac{29}{51}$;   3) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2-2\frac{13}{16}\cdot 2\frac{2}{5}$;

2) $\left(5\frac{3}{10}-3\frac{4}{5}\cdot\frac{13}{38}\right)\cdot\frac{5}{84}+2\frac{1}{12}\cdot\frac{4}{15}$;   4) $\left(\frac{5}{12}+\frac{13}{20}\right)^2\cdot 1\frac{13}{32}$.

**353.** Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

1) $15\cdot\left(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$;   3) $\frac{7}{9}\cdot\left(\frac{6}{7}-\frac{9}{14}\right)$;

2) $48\cdot\left(\frac{19}{24}-\frac{7}{12}+\frac{3}{8}\right)$;   4) $\left(\frac{15}{16}-\frac{5}{12}+2\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{5}$.

**354.** Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

1) $18\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{9}\right)$;   3) $\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{9}\right)\cdot 18$;

2) $\left(2-\frac{3}{4}-\frac{4}{5}\right)\cdot 20$;   4) $\left(\frac{5}{6}+\frac{5}{9}\right)\cdot\frac{18}{25}$.

**355.** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

1) $3\frac{5}{14}\cdot\frac{7}{9}-2\frac{3}{14}\cdot\frac{7}{9}$;   3) $\frac{3}{4}\cdot 1\frac{3}{5}+1\frac{3}{5}\cdot 1\frac{3}{8}-1\frac{1}{2}\cdot 1\frac{3}{5}$;

2) $7\frac{1}{5}\cdot 2\frac{1}{8}+7\frac{1}{5}\cdot 1\frac{5}{8}$;   4) $3\frac{9}{14}\cdot 0,3-0,3\cdot 1\frac{10}{21}+0,3\cdot 1\frac{1}{6}$.

**356.** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

1) $4\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8}+\frac{5}{8}\cdot3\frac{5}{9}$;

2) $3\frac{7}{8}\cdot\frac{4}{5}-1\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{5}$;

3) $2\frac{11}{15}\cdot1\frac{1}{19}-1\frac{1}{19}\cdot\frac{3}{10}-1\frac{1}{6}\cdot1\frac{1}{19}$;

4) $4\frac{7}{9}\cdot1\frac{13}{14}-3\frac{7}{12}\cdot1\frac{13}{14}+1\frac{13}{14}\cdot1\frac{13}{18}$.

**357.** Упростите выражение:

1) $\frac{7}{27}m\cdot\frac{9}{28}n$;

2) $5\frac{3}{5}k\cdot1\frac{4}{21}p$;

3) $20x\cdot\frac{11}{35}y$;

4) $3\frac{4}{15}x\cdot1\frac{17}{28}y\cdot\frac{4}{7}z$.

**358.** Упростите выражение:

1) $\frac{5}{8}a\cdot\frac{4}{15}b$;

2) $6\frac{3}{4}x\cdot1\frac{11}{45}y$;

3) $\frac{13}{24}d\cdot32c$;

4) $18\frac{1}{3}a\cdot1\frac{2}{11}b\cdot\frac{9}{13}c$.

**359.** Упростите выражение:

1) $\frac{2}{3}a+\frac{5}{8}a+\frac{1}{6}a$;

2) $\frac{4}{5}b-\frac{2}{3}b+\frac{4}{15}b$;

3) $\frac{2}{5}x+\frac{4}{7}x-\frac{5}{14}x$;

4) $\frac{7}{12}y-\frac{3}{16}y+\frac{5}{24}y$;

5) $\frac{5}{7}m+\frac{3}{4}m-\frac{5}{8}m$;

6) $\frac{11}{15}c-\frac{5}{18}c-0,4c$.

**360.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $3\frac{3}{5}y-2\frac{1}{3}y-\frac{1}{15}y$, если $y=10$;

2) $\frac{9}{10}c-\frac{2}{15}c-\frac{3}{5}c$, если $c=2,4$;

3) $\frac{3}{8}x+\frac{4}{9}x-\frac{5}{12}x$, если $x=3\frac{3}{29}$.

**361.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}a$, если $a=1\frac{5}{7}$;

2) $\frac{4}{7}b+\frac{5}{21}b-\frac{2}{3}b$, если $b=2\frac{1}{3}$;

3) $1\frac{5}{12}m+2\frac{7}{18}m-1\frac{2}{9}m$, если $m=1\frac{17}{31}$.

**362.** Докажите, что значение выражения не зависит от значения переменной:

1) $0,5x+1,4-\frac{7}{18}x-\frac{1}{9}x$;

2) $0,5x+\frac{1}{7}x+7,4-\frac{9}{14}x$;

3) $1\frac{17}{18}a+1-1,5a-\frac{4}{9}a$;

4) $2,4+1,25b+\frac{5}{6}b-2\frac{1}{12}b$.

**363.** Раскройте скобки:

1) $6 \cdot \left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{12}b\right)$;  3) $12 \cdot \left(\frac{3}{4}x + \frac{13}{18}y - \frac{1}{24}z\right)$;

2) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{11}m - \frac{6}{7}n\right)$;  4) $1\frac{1}{7} \cdot \left(7p + \frac{21}{24}q - 1\frac{3}{4}\right)$.

**364.** Раскройте скобки:

1) $14 \cdot \left(\frac{1}{2}m + \frac{3}{7}n\right)$;  3) $8 \cdot \left(\frac{1}{4}p - \frac{5}{24}q + \frac{7}{12}t\right)$;

2) $\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{12}{17}b - \frac{18}{23}c\right)$;  4) $1\frac{3}{4} \cdot \left(4a + \frac{16}{21}b - 2\frac{2}{3}\right)$.

**365.** Длина прямоугольного параллелепипеда равна $8\frac{1}{3}$ см, что на $\frac{5}{6}$ см больше его ширины и в $3\frac{3}{5}$ раза меньше его высоты. Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда.

**366.** Одна из сторон прямоугольника равна $3\frac{1}{5}$ м, а другая – в $1\frac{1}{4}$ раза больше. Вычислите площадь прямоугольника.

**367.** Турист шёл пешком $5\frac{1}{3}$ ч со скоростью $4\frac{1}{8}$ км/ч и ехал на велосипеде $1\frac{7}{15}$ ч со скоростью $12\frac{1}{2}$ км/ч. Какое расстояние больше: то, которое турист преодолел пешком, или то, которое он проехал на велосипеде, и на сколько километров?

**368.** Мальвина купила $4\frac{3}{5}$ кг апельсинов по цене $7\frac{1}{2}$ сольдо за килограмм и $5\frac{1}{4}$ кг яблок по цене $3\frac{1}{5}$ сольдо. За какие фрукты – апельсины или яблоки – Мальвина заплатила больше и на сколько сольдо?

**369.** Велосипедист Андрей ехал со скоростью $8\frac{3}{4}$ км/ч, а велосипедист Богдан – со скоростью в $1\frac{1}{7}$ раза большей. Каким было расстояние между велосипедистами сначала, если Богдан догнал Андрея через $3\frac{4}{5}$ ч после того, как они одновременно начали двигаться?

**370.** Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились велосипедист и мотоциклист. Велосипедист ехал со скоростью $10\frac{4}{5}$ км/ч, а мотоциклист – со скоростью в $5\frac{5}{12}$ раза большей. Найдите расстояние между городами, если велосипедист и мотоциклист встретились через $3\frac{1}{3}$ ч после начала движения.

**371.** Лодка плыла $\frac{3}{5}$ ч против течения реки и $1\frac{1}{2}$ ч по течению. Какой путь преодолела лодка за всё время движения, если собственная скорость лодки равна 18 км/ч, а скорость течения – $1\frac{1}{3}$ км/ч?

**372.** Теплоход шёл 3 ч против течения и $1\frac{3}{5}$ ч по течению реки. На сколько километров меньше прошёл теплоход по течению, чем против течения, если скорость течения составляет $2\frac{1}{4}$ км/ч, а собственная скорость теплохода – $22\frac{1}{3}$ км/ч?

**373.** Одна швея может выполнить заказ за 4 ч, а другая – за 6 ч. Какую часть заказа они выполнят за $\frac{3}{4}$ ч, работая вместе? Хватит ли им 3 ч, чтобы, работая вместе, выполнить заказ?

**374.** Один рабочий может выполнить производственное задание за 5 ч, а другой – за 15 ч. Какую часть задания они выполнят, если будут работать вместе $1\frac{1}{4}$ ч? Успеют ли они, работая вместе, выполнить задание за 3 ч?

**375.** Выполните умножение (буквами обозначены натуральные числа):

1) $\frac{2x}{9} \cdot \frac{3}{4y}$; 2) $\frac{7ab}{8} \cdot \frac{6c}{35a}$; 3) $\frac{5m}{4n} \cdot \frac{4m}{5n}$; 4) $\frac{18xy}{13z} \cdot \frac{26z}{27x}$.

**376.** Не выполняя умножения, сравните:

1) $200 \cdot \frac{6}{13}$ и 200; 2) $\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4}$ и $\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{8}$; 3) $\frac{13}{20}$ и $\frac{13}{20} \cdot \frac{7}{8}$.

**377.** Не выполняя умножения, сравните:

1) 1 000 и $1\,000 \cdot \frac{2}{3}$; 2) $\frac{19}{6} \cdot \frac{5}{5}$ и $\frac{19}{6}$; 3) $\frac{7}{12}$ и $\frac{7}{12} \cdot \frac{9}{8}$.

## Упражнения для повторения

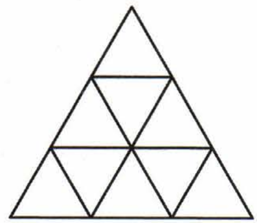
**378.** Игорь переложил из одного ящика в другой $2\frac{1}{3}$ кг яблок, после чего в каждом ящике стало по 20 кг. Сколько килограммов яблок было в каждом ящике первоначально?

**379.** Запишите все правильные дроби с числителем 3, которые больше $\frac{3}{7}$.

**380.** Фермер решил посадить кусты смородины. Он мог посадить их или в четыре ряда, или в шесть. Сколько кустов смородины он решил посадить, если известно, что их было больше 85, но меньше 100?

**381.** С одного аэродрома в одном направлении с интервалом 0,4 ч вылетели два самолёта. Первый самолёт летел со скоростью 640 км/ч, а второй – 720 км/ч. Через сколько часов после своего вылета второй самолёт будет впереди первого на расстоянии 24 км?

**Рис. 9**



**382.** Сколько равносторонних треугольников изображено на рисунке 9?

**383.** Сравните:

1) $\frac{14}{3}$ и 4; 2) $\frac{12}{5}$ и 3; 3) 6 и $\frac{35}{6}$.

**384.** Сократите дробь:

1) $\frac{124}{279}$; 3) $\frac{888}{999}$; 5) $\frac{2\,323}{3\,434}$;

2) $\frac{324}{378}$; 4) $\frac{1\,111}{111\,111}$; 6) $\frac{121\,212}{191\,919}$.

### Готовимся к изучению новой темы

**385.** Запишите в виде десятичной дроби:

1) 7 %; 2) 26 %; 3) 60 %; 4) 180 %.

**386.** Запишите в виде обыкновенной дроби:

1) 6 %; 2) 36 %; 3) 80 %; 4) 140 %.

**387.** Запишите в процентах:

1) 0,12; 3) 0,5; 5) 0,467; 7) 1,12;

2) 0,05; 4) 0,324; 6) 4; 8) $1\frac{1}{25}$.

### Задача от мудрой совы

**388.** На доске написаны три двузначных числа. Первая слева цифра одного из них – 5, второго – 6, а третьего – 7. Учитель попросил троих учащихся сложить любые два из этих чисел. Первый учащийся получил в сумме число 147, второй и третий – разные трёхзначные числа, первые слева две цифры которых 1 и 2. Какие числа написаны на доске?

## § 12. Нахождение дроби от числа

На приусадебном участке растёт 36 деревьев. Из них $\frac{7}{9}$ составляют вишни. Сколько вишен растёт на участке?

В 5 классе мы решали эту задачу по такой схеме:

1) найдём, сколько деревьев составляет $\frac{1}{9}$ всех деревьев:

$36 : 9 = 4$ (дерева);

2) найдём, сколько деревьев составляет $\frac{7}{9}$ всех деревьев:

$4 \cdot 7 = 28$ (деревьев).

Следовательно, в саду растёт 28 вишен.

В таких случаях говорят, что мы **нашли $\frac{7}{9}$ от числа 36**, а подобные задачи называют **задачами на нахождение дроби от числа**.

Однако найденный ответ (28 деревьев) можно получить другим способом. Для этого достаточно умножить число 36 на дробь $\frac{7}{9}$:

$$36 \cdot \frac{7}{9} = \frac{\overset{4}{\cancel{36}} \cdot 7}{\underset{1}{\cancel{9}}} = 4 \cdot 7 = 28.$$

Рассмотренный пример иллюстрирует следующее правило.

**Чтобы найти дробь от числа, можно число умножить на эту дробь.**

__Пример 1.__ Клубника содержит в среднем 6 % сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Решение. Запишем 6 % в виде десятичной дроби: 6 % = 0,06. Тогда:

$15 \cdot 0{,}06 = 0{,}9$ (кг) – сахара содержится в 15 кг клубники.

Ответ: 0,9 кг. ◄

Этот пример иллюстрирует следующее правило.

**Чтобы найти проценты от числа, можно представить проценты в виде дроби и умножить число на эту дробь.**

__Пример 2.__ В магазин привезли 480 кг шоколадных конфет и карамели, причём карамель составляла 60 % количества шоколадных конфет. Сколько килограммов шоколадных конфет привезли в магазин?

Решение. Пусть шоколадных конфет было $x$ кг, тогда, учитывая, что 60 % = 0,6, карамели было $0{,}6x$ кг. Поскольку массы шоколадных конфет и карамели вместе составляют 480 кг, то получаем уравнение:

$x + 0{,}6x = 480$.

Решим уравнение: $1{,}6x = 480$;

$x = 480 : 1{,}6$;

$x = 300$.

Следовательно, шоколадных конфет было 300 кг.

Ответ: 300 кг. ◄

**1.** Как найти дробь от числа?

**2.** Как найти проценты от числа?

## Решаем устно

**1.** Корнем какого из данных уравнений является число $3\frac{1}{2}$:

1) $\frac{2}{7}x = 1$; 2) $\frac{7}{2}x = 1$; 3) $7x = 1$; 4) $2x = 1$?

**2.** Вычислите, используя распределительное свойство умножения:

1) $\left(\frac{3}{7} + \frac{5}{14}\right) \cdot 14$; 2) $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{6}\right) \cdot 24$; 3) $\left(\frac{4}{15} - \frac{1}{30}\right) \cdot 30$.

**3.** Трое друзей поймали 5 кг рыбы и поделили её между собой поровну. Какую часть улова получил каждый из друзей? Сколько килограммов рыбы досталось каждому?

## Упражнения

**389.** Найдите:

1) $\frac{3}{5}$ от числа 60; 3) $\frac{5}{6}$ от числа $\frac{3}{20}$; 5) $\frac{3}{7}$ от числа $5\frac{3}{5}$;

2) 0,16 от числа 20; 4) $\frac{24}{65}$ от числа $\frac{39}{40}$; 6) $\frac{3}{8}$ от числа $2\frac{2}{3}$.

**390.** Найдите:

1) 14 % от числа 60; 3) 8 % от числа $\frac{3}{16}$;

2) 40 % от числа 32; 4) 180 % от числа $3\frac{1}{3}$.

**391.** Сколько градусов содержит угол, который составляет:

1) $\frac{2}{15}$ прямого угла; 2) $\frac{13}{20}$ развёрнутого угла?

**392.** Сколько градусов содержит угол, который составляет:

1) $\frac{23}{18}$ прямого угла; 2) $\frac{11}{12}$ развёрнутого угла?

**393.** Миша собрал 260 грибов, из них $\frac{5}{13}$ составляли белые. Сколько белых грибов собрал Миша?

**394.** Оля испекла 45 пирожков, из них $\frac{4}{9}$ составляли пирожки с вишнями. Сколько пирожков с вишнями испекла Оля?

**395.** Магазин продал 480 кг огурцов и помидоров, причём огурцы составляли 85 % этих овощей. Сколько килограммов огурцов продали?

**396.** Отряд из 120 человек отправился в поход на лодках. В каждую лодку село 12,5 % отряда. Сколько человек было в каждом лодке? На скольких лодках отряд отправился в поход?

**397.** Агрофирма владеет 140 га земли, 16 % которой занимает яблоневый сад. Найдите площадь сада.

**398.** Медь составляет $\frac{4}{7}$ массы сплава. Сколько килограммов меди содержится в 280 кг такого сплава?

**399.** Соль составляет $\frac{5}{9}$ массы раствора. Сколько килограммов соли содержится в 18 кг такого раствора?

**400.** Продали $m$ порций мороженого, $\frac{5}{8}$ которых составляло эскимо. Составьте выражение для нахождения количества порций эскимо и вычислите его значение при $m = 120$.

**401.** В саду растёт $a$ кустов роз, $\frac{3}{14}$ которых составляют розовые. Составьте выражение для нахождения количества кустов розовых роз и вычислите его значение при $a = 210$.

**402.** В дом отдыха привезли 1 440 кг апельсинов и мандаринов. Апельсины составляли $\frac{7}{12}$ привезённых фруктов. Сколько килограммов мандаринов привезли в дом отдыха?

**403.** Построили 192 коттеджа, из них $\frac{7}{16}$ – двухэтажные, а остальные – трёхэтажные. Сколько построили трёхэтажных коттеджей?

**404.** На сколько 3,5 % от числа 32 больше, чем $\frac{2}{9}$ от числа 0,45?

**405.** На сколько $\frac{8}{27}$ от числа 5,4 больше, чем $4\frac{2}{3}$ % от числа $\frac{6}{7}$?

**406.** Учебники составляют $\frac{1}{3}$ всех книг школьной библиотеки, а учебники по математике – $\frac{6}{25}$ всех учебников. Какую часть всех книг, имеющихся в библиотеке, составляют учебники по математике?

**407.** Каштаны составляют $\frac{5}{18}$ всех деревьев, растущих в парке, а дубы – $\frac{9}{10}$ количества каштанов. Какую часть всех деревьев в парке составляют дубы?

**408.** Трое рабочих изготовили 216 деталей. Первый рабочий изготовил $\frac{7}{18}$ этих деталей, второй – $\frac{13}{36}$. Сколько деталей изготовил третий рабочий?

**409.** Барон Мюнхгаузен рассказывал, что, посланный с важным донесением из Москвы в Париж, он проскакал на коне 2 460 км за четыре дня. В первый день он преодолел $\frac{3}{20}$ расстояния, во второй – $\frac{4}{15}$, в третий – $\frac{7}{30}$. Сколько километров проскакал барон Мюнхгаузен в четвёртый день?

**410.** Железный Дровосек нарубил $9\frac{3}{8}$ м$^3$ дров. В первый день он нарубил $\frac{2}{5}$ всего объёма дров, а во второй – $\frac{4}{9}$ остатка. Сколько кубометров дров нарубил Железный Дровосек во второй день?

**411.** За три недели продали 324 коробки конфет. За первую неделю продали $\frac{5}{18}$ этого количества, за вторую – $\frac{15}{26}$ остатка. Сколько коробок конфет продали за третью неделю?

**412.** Том Сойер покрасил забор прямоугольной формы, длина которого равна $9\frac{1}{3}$ фута (1 фут = 30,48 см), а высота составляет $\frac{5}{14}$ длины. Сколько фунтов краски израсходовал Том, если на 1 квадратный фут пошло $4\frac{1}{2}$ фунта (1 фунт ≈ 454 г) краски?

**413.** Для банка заказали новый сейф, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. Длина сейфа равна 3 м, ширина составляет $\frac{13}{50}$ длины, а высота – $\frac{15}{26}$ ширины. Сколько слитков золота, имеющих форму куба с ребром 6 см, можно положить в этот сейф?

**414.** Банк «Ломаный грош» получил в июне 200 сольдо прибыли, в июле – 0,65 прибыли июня, в августе – $\frac{16}{13}$ прибыли июля. Сколько сольдо составляла прибыль банка за три летних месяца?

**415.** Акционерное общество «Поле чудес» имело в декабре 1 200 сольдо убытков, в январе – 135 % от убытков декабря, в феврале – $\frac{25}{18}$ убытков января. Сколько сольдо составили убытки АО «Поле чудес» за три зимних месяца?

**416.** В столовую привезли 405 кг овощей: капусту, морковь и картофель. Морковь составляла 32 % количества капусты, картофель – 138 % количества капусты. Сколько килограммов капусты привезли в столовую?

**417.** Фёдоров, Иванов и Петров выиграли вместе в лотерею 1 800 р. Выигрыш Иванова составлял 64 % выигрыша Фёдорова, а выигрыш Петрова – 76 % выигрыша Фёдорова. Сколько рублей составлял выигрыш каждого из них?

**418.** С поля площадью $14\frac{2}{7}$ га собрали урожай сахарной свёклы по 280 ц с каждого гектара. На сахарный завод отвезли $\frac{9}{16}$ урожая. Сколько сахара произвёл завод из этой свёклы, если выход сахара составляет $\frac{1}{6}$ массы переработанной свёклы?

**419.** С поля площадью $11\frac{1}{4}$ га собрали урожай семян подсолнечника по $21\frac{1}{3}$ ц с каждого гектара. На масло переработали $\frac{33}{40}$ собранного количества семян. Сколько центнеров масла получили, если его выход составляет $\frac{1}{3}$ массы переработанных семян?

**420.** Казак Данила сварил кулеш. Сам съел $\frac{1}{4}$ казана, казаку Чубу дал $\frac{1}{3}$ остатка, казаку Белоусу – $\frac{1}{2}$ нового остатка, а казаку Ворону – остальное. После обеда казаки никак не могли выяснить, кому из них досталось больше кулеша. Помогите им разобраться.

**421.** Числа $a$ и $b$ не равны 0. Какое из них больше, если:

1) $\frac{3}{4}$ от $a$ равны $\frac{2}{3}$ от $b$; 2) $\frac{2}{5}$ от $a$ равны $\frac{5}{7}$ от $b$?

**422.** От шнура длиной 10 м сначала отрезали $\frac{1}{5}$ его длины, затем – $\frac{1}{25}$ начальной длины, а потом – $\frac{1}{19}$ того, что осталось. Сколько метров шнура осталось после этих трёх операций?

**423.** Докажите, что $a$ % от числа $b$ равно $b$ % от числа $a$.

**424.** Известно, что $\frac{1}{2}$ одного числа равна $\frac{1}{3}$ другого. Какое из этих чисел больше (данные числа отличны от 0)?

**425.** Контрольную работу по математике писали менее 50 шестиклассников. Оценку «5» получили $\frac{1}{7}$ учащихся, писавших работу, оценку «4» – $\frac{1}{3}$ учащихся, оценку «3» – $\frac{1}{2}$ учащихся. Остальные, к сожалению, получили оценку «2». Сколько учащихся получили оценку «2»?

**426.** Вода при замораживании увеличивает свой объём на $\frac{1}{11}$ часть. На какую часть уменьшится объём льда при превращении его в воду?

**427.** На футбольный матч «Зенит» – ЦСКА из Москвы приехали 13 автобусов с болельщиками. На стадионе их разделили на две равные группы. Сколько болельщиков приехало, если $\frac{11}{17}$ всех московских болельщиков не превышает 300, а в каждом автобусе ехало одинаковое количество пассажиров?

**428.** В саду растут груши и яблони, всего 100 деревьев. Сколько яблонь растёт в саду, если 20 % их количества равно 60 % количества груш?

**429.** Количество отсутствующих в классе учащихся составляет $\frac{1}{6}$ количества присутствующих. После того как один ученик вышел из класса, количество отсутствующих составило $\frac{1}{5}$ количества присутствующих. Сколько всего учащихся в этом классе?

## Упражнения для повторения

**430.** Сравните:

1) $\frac{26}{63}$ и $\frac{17}{56}$; 2) $\frac{31}{42}$ и $\frac{19}{24}$; 3) $\frac{2\,003}{2\,004}$ и $\frac{2\,004}{2\,005}$.

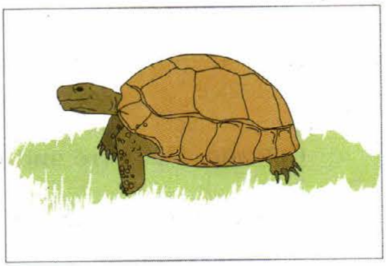
**431.** Найдите значение выражения:

$4\frac{4}{9}\cdot 1\frac{1}{32}\cdot 1\frac{1}{5}-\left(2\frac{11}{14}-2\frac{2}{35}\right)\cdot 4\frac{2}{3}$.

**432.** Что больше и на сколько: разность чисел $1\frac{1}{9}$ и $\frac{3}{8}$ или их произведение?

## Задача от мудрой совы

**433.** Черепаха ползёт по плоскости с постоянной скоростью, изменяя направление движения на 90° через каждые 15 мин. Докажите, что вернуться в точку «старта» она сможет только через целое количество часов после начала движения.



## § 13. Взаимно обратные числа

Если дробь $\frac{4}{9}$ «перевернуть», т. е. поменять местами числитель и знаменатель, то получим дробь $\frac{9}{4}$.

Найдём произведение этих дробей: $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4 \cdot 9}{9 \cdot 4} = 1$.

**Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными.**

Следовательно, числа $\frac{4}{9}$ и $\frac{9}{4}$ – взаимно обратные.

Также говорят, что число $\frac{9}{4}$ является **обратным** числу $\frac{4}{9}$, а число $\frac{4}{9}$ – **обратным** числу $\frac{9}{4}$.

Приведём примеры пар взаимно обратных чисел.

2,5 и 0,4 – взаимно обратные числа, так как $2{,}5 \cdot 0{,}4 = 1$.

$\frac{3}{17}$ и $5\frac{2}{3}$ – взаимно обратные числа, так как $\frac{3}{17} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{3}{17} \cdot \frac{17}{3} = 1$.

1,02 и $\frac{50}{51}$ – взаимно обратные числа, так как $1{,}02 \cdot \frac{50}{51} = 1\frac{2}{100} \cdot \frac{50}{51} = 1\frac{1}{50} \cdot \frac{50}{51} = \frac{51}{50} \cdot \frac{50}{51} = 1$.

*Числом, обратным 1, является само число 1.*

*Для числа 0 обратного числа не существует.*

*Обратным числу* $\frac{a}{b}$ *является число* $\frac{b}{a}$. Действительно, $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1$.

Поскольку любое натуральное число $n$ можно представить в виде дроби $\frac{n}{1}$, то можно сделать следующий вывод.

*Если $n$ – натуральное число, то обратным ему является число* $\frac{1}{n}$.

**Пример.** Найдите число, обратное числу: 1) $7\frac{2}{9}$; 2) 1,4.

Решение. 1) Запишем число $7\frac{2}{9}$ в виде неправильной дроби: $7\frac{2}{9} = \frac{65}{9}$. Тогда обратным числу $7\frac{2}{9}$ является число $\frac{9}{65}$.

2) Имеем: $1,4 = 1\frac{4}{10} = 1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$. Тогда искомое число $\frac{5}{7}$.

Ответ: 1) $\frac{9}{65}$; 2) $\frac{5}{7}$. ◄

1. Какие два числа называют взаимно обратными?
2. Существует ли число, обратное самому себе?
3. Для любого ли числа существует обратное ему число?
4. Какое число является обратным числу $\frac{a}{b}$?
5. Какое число является обратным натуральному числу $n$?
6. Как найти число, обратное смешанному числу?
7. Верно ли, что для любой правильной дроби обратное число будет неправильной дробью?
8. Верно ли, что для любой неправильной дроби обратное число будет правильной дробью?

## Решаем устно

**1.** Найдите произведение:

1) $0,25 \cdot 4$; 2) $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3}$; 3) $2\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{22}$.

**2.** Какое из чисел $0,7$; $1\frac{1}{7}$; $7$; $\frac{1}{7}$ является корнем уравнения $7x = 1$?

**3.** Назовите все дроби, которые больше, чем $\frac{1}{10}$, и числитель которых равен 1.

## Упражнения

**434.** Являются ли взаимно обратными числа:

1) $3\frac{1}{6}$ и $\frac{6}{19}$; 3) 0,4 и 0,25; 5) 1,4 и $\frac{6}{7}$;

2) 0,4 и $2\frac{1}{2}$; 4) 1,2 и $\frac{5}{6}$; 6) $1\frac{3}{7}$ и 0,7?

**435.** Укажите число, обратное числу:

1) $\frac{3}{5}$; 2) 12; 3) $3\frac{2}{9}$; 4) 0,16; 5) $\frac{1}{17}$; 6) 2,3.

**436.** Укажите число, обратное числу:

1) $\frac{7}{11}$; 2) 6; 3) $2\frac{2}{5}$; 4) 0,23; 5) $\frac{1}{9}$; 6) 3,6.

**437.** Вычислите наиболее удобным способом:

1) $\frac{12}{19} \cdot \left(1\frac{7}{12} \cdot 4\frac{13}{21}\right)$; 2) $\left(3\frac{2}{7} \cdot 25{,}8\right) \cdot \frac{7}{23}$.

**438.** Вычислите наиболее удобным способом:

1) $\left(6\frac{8}{11} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot 1\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{5}{6} \cdot \left(17{,}8 \cdot \frac{6}{17}\right)$.

**439.** Найдите число, обратное:

1) сумме чисел $\frac{7}{18}$ и $\frac{7}{12}$;

2) сумме чисел $2\frac{13}{14}$ и $1\frac{20}{21}$;

3) разности чисел $\frac{13}{60}$ и $\frac{7}{40}$;

4) произведению чисел $\frac{22}{35}$ и $\frac{11}{44}$.

**440.** Найдите число, обратное:

1) разности чисел $8\frac{3}{4}$ и $7\frac{5}{6}$;

2) произведению чисел $1\frac{1}{15}$ и $\frac{5}{16}$.

**441.** 1) Первое число составляет $\frac{1}{2}$ второго. Во сколько раз второе число больше первого?

2) Первое число составляет $\frac{3}{2}$ второго. Какую часть первого числа составляет второе?

## Упражнения для повторения

**442.** Найдите среди чисел 1,4; $1\frac{2}{5}$; $\frac{28}{20}$; 1,04; $1\frac{6}{15}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{35}{30}$; $1\frac{2}{7}$ равные.

**443.** Расстояние между городами $A$ и $B$ равно 72 км. Из города $A$ в город $B$ выехал велосипедист со скоростью 9 км/ч. Через 3 ч после отъезда велосипедиста из города $A$ в город $B$ выехал мотоциклист, который догнал велосипедиста на расстоянии 31,5 км от города $A$. На каком расстоянии от города $B$ будет велосипедист, когда туда приедет мотоциклист?

## Готовимся к изучению новой темы

**444.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{3} = 5$; 2) $\frac{x}{0{,}4} = 0{,}8$; 3) $7x = 4$; 4) $3x = 1$.

## Задача от мудрой совы

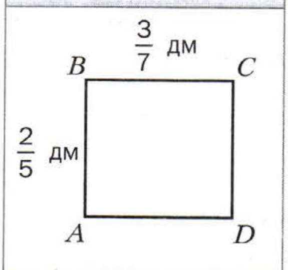
**445.** Вася и Саша играют в такую игру: они по очереди (Вася первым) ломают шоколадку, имеющую $6 \times 8$ квадратных долек. За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого куска вдоль углубления между клеточками шоколадки. Проигрывает тот, кто в очередной раз не сможет этого сделать. Кто из них выиграет?

## § 14. Деление дробей

Найдём площадь $S$ прямоугольника, стороны которого равны $\frac{2}{5}$ дм и $\frac{3}{7}$ дм (рис. 10):

$$S = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \text{ (дм}^2\text{)}.$$

Рис. 10




А как найти одну из сторон прямоугольника, если другая сторона равна $\frac{2}{5}$ дм, а площадь прямоугольника — $\frac{6}{35}$ дм$^2$?

Понятно, что следует выполнить деление: $\frac{6}{35} : \frac{2}{5}$.

Однако мы знаем, что «неизвестная» сторона равна $\frac{3}{7}$ дм. Следовательно,

$$\frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7}.$$

Заметим, что частное $\frac{3}{7}$ можно получить в результате умножения делимого $\frac{6}{35}$ на дробь, обратную делителю $\frac{2}{5}$, т. е. на дробь $\frac{5}{2}$. Действительно,

$$\frac{6}{35} \cdot \frac{5}{2} = \frac{{}^{3}\cancel{6} \cdot \cancel{5}^{1}}{{}_{7}\cancel{35} \cdot \cancel{2}_{1}} = \frac{3}{7}.$$

Имеем: $\frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{6}{35} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{7}$.

Вообще, деление дробей можно свести к умножению дробей, пользуясь следующим правилом.

**Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.**

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Обратим внимание, что

$1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a}$; $0 : \frac{a}{b} = 0$.

*На нуль делить нельзя.*

**Пример 1.** Выполните деление: 1) $10 : \frac{6}{7}$; 2) $1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16}$.

Решение. 1) Записав делимое в виде дроби со знаменателем 1 и применив правило деления дробей, получим:

$$10 : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}} \cdot 7}{1 \cdot \underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}.$$

2) Преобразуем смешанные числа в неправильные дроби, а затем выполним деление по правилу деления дробей:

$$1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16} = \frac{15}{8} : \frac{25}{16} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{8}} \cdot \underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$$ ◄

**Пример 2.** Велосипедист проезжает расстояние между сёлами Солнечное и Счастливое за 2 ч, а пешеход проходит это расстояние за 6 ч. Велосипедист и пешеход одновременно отправились из этих сёл навстречу друг другу. Через сколько часов после начала движения они встретятся?

Решение. Расстояние между сёлами примем за единицу. За 1 ч велосипедист проезжает $\frac{1}{2}$ этого расстояния, а пешеход проходит $\frac{1}{6}$ расстояния.

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (расстояния) — преодолеют велосипедист и пешеход за 1 ч вместе.

2) $1 : \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$ (ч) — время, за которое велосипедист и пешеход преодолеют всё расстояние. Таким образом, они встретятся через 1,5 ч.

Ответ: 1,5 ч. ◄

**1.** Сформулируйте правило деления дробей.

**2.** Как разделить одно смешанное число на другое?

## Решаем устно

**1.** Найдите число, обратное числу:

1) $\frac{6}{7}$; 2) 3; 3) $1\frac{3}{8}$; 4) 0,5; 5) 0,01; 6) 3,1.

**2.** Найдите произведение:

1) числа $\frac{3}{8}$ и числа, обратного $\frac{1}{3}$;

2) числа $\frac{7}{11}$ и числа, обратного 7;

3) числа 6 и числа, обратного 18;

4) числа $1\frac{1}{5}$ и числа, обратного $\frac{2}{5}$.

**3.** Сколько килограммов содержится:

1) в $\frac{1}{4}$ т; 3) в $\frac{3}{10}$ т; 5) в $\frac{3}{25}$ ц;

2) в $\frac{1}{5}$ т; 4) в $\frac{2}{5}$ ц; 6) в $\frac{7}{20}$ ц?

**4.** За пять дней отремонтировали $\frac{5}{6}$ дороги. Какую часть дороги ремонтировали за 1 день? За сколько дней отремонтируют всю дорогу? (Производительность труда во все дни одинакова.)

## Упражнения

**446.** Выполните деление:

1) $\frac{3}{7} : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{16} : \frac{42}{43}$; 5) $\frac{9}{25} : \frac{27}{50}$; 7) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$;

2) $\frac{3}{14} : \frac{2}{21}$; 4) $\frac{3}{4} : \frac{21}{40}$; 6) $\frac{45}{56} : \frac{63}{64}$; 8) $\frac{65}{98} : \frac{26}{49}$.

**447.** Выполните деление:

1) $\frac{11}{15} : \frac{3}{8}$; 3) $\frac{12}{55} : \frac{48}{77}$; 5) $\frac{27}{50} : \frac{9}{25}$; 7) $\frac{5}{8} : \frac{5}{32}$;

2) $\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 4) $\frac{21}{40} : \frac{3}{4}$; 6) $\frac{63}{64} : \frac{45}{56}$; 8) $\frac{14}{55} : \frac{1}{5}$.

**448.** Найдите частное:

1) $10 : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{3}{4} : 2$; 5) $1 : \frac{7}{8}$; 7) $1\frac{7}{8} : 2\frac{11}{32}$;

2) $12 : \frac{15}{16}$; 4) $\frac{10}{11} : 10$; 6) $7\frac{3}{5} : \frac{19}{25}$; 8) $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9}$.

**449.** Найдите частное:

1) $6 : \frac{7}{9}$; 3) $13 : \frac{26}{29}$; 5) $\frac{9}{16} : 6$; 7) $2\frac{10}{13} : 3\frac{3}{26}$;

2) $16 : \frac{4}{11}$; 4) $\frac{7}{9} : 5$; 6) $1\frac{5}{9} : 1\frac{8}{27}$; 8) $2\frac{4}{7} : 1\frac{1}{35}$.

**450.** Найдите значение выражения:

1) $3\frac{3}{4} : \frac{3}{8} : 1\frac{3}{7}$;

2) $3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} : 1\frac{3}{7}\right)$;

3) $1\frac{7}{9} \cdot \frac{15}{32} : 1\frac{19}{36}$;

4) $1\frac{7}{9} \cdot \left(\frac{15}{32} : 1\frac{19}{36}\right)$;

5) $3\frac{4}{7} : 1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}$;

6) $3\frac{4}{7} : \left(1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}\right)$;

7) $\left(\frac{5}{12} + \frac{1}{8}\right) : \frac{3}{8}$;

8) $\frac{5}{12} + \frac{1}{8} : \frac{3}{8}$;

9) $2\frac{6}{7} : \left(\frac{5}{6} - \frac{9}{14}\right)$;

10) $2\frac{6}{7} : \frac{5}{6} - \frac{9}{14}$;

11) $2\frac{1}{4} : 1\frac{4}{11} - \frac{3}{8} : \frac{7}{8}$;

12) $\left(3\frac{1}{6} - 5\frac{1}{6} : 4\frac{2}{15}\right) \cdot \frac{3}{92}$.

**451.** Найдите значение выражения:

1) $12 : 3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4} : \frac{15}{32}$;

2) $1\frac{31}{35} : \left(2 - \frac{8}{9} : 1\frac{19}{45}\right)$;

3) $\left(1\frac{1}{35} : \frac{4}{5} - 1\frac{8}{35}\right) \cdot 3\frac{1}{3}$;

4) $\left(7 - 1\frac{5}{9} : \frac{7}{24}\right) : \frac{20}{27}$.

**452.** Решите уравнение:

1) $\frac{2}{7}x = \frac{9}{14}$;

2) $\frac{3}{8}x = 6$;

3) $3x = \frac{2}{9}$;

4) $x : \frac{6}{11} = \frac{3}{7}$;

5) $\frac{18}{49} : x = \frac{6}{35}$;

6) $\frac{3}{8}x = 2,4$.

**453.** Решите уравнение:

1) $\frac{25}{27}x = \frac{5}{18}$;

2) $\frac{13}{17}x = 39$;

3) $4x = \frac{5}{7}$;

4) $x : 2\frac{2}{15} = 1\frac{9}{16}$;

5) $4\frac{4}{9} : x = \frac{5}{27}$;

6) $1\frac{4}{9}x = 5,2$.

**454.** Найдите скорость поезда, если за $\frac{8}{15}$ ч он проехал $34\frac{2}{3}$ км.

**455.** За какое время автобус проедет 63 км, если его скорость составляет $50\frac{2}{5}$ км/ч?

**456.** Сколько стоит 1 кг конфет, если за $2\frac{1}{5}$ кг заплатили 220 р.?

**457.** Какова масса 1 дм$^3$ сплава, если масса $5\frac{1}{3}$ дм$^3$ этого сплава равна $3\frac{5}{9}$ кг?

**458.** В двух цистернах 120 т нефти. Сколько тонн нефти в каждой цистерне, если в одной из них в $1\frac{2}{9}$ раза больше нефти, чем в другой?

**459.** В двух контейнерах 90 кг яблок. Сколько килограммов яблок в каждом контейнере, если в одном из них в $2\frac{1}{3}$ раза меньше яблок, чем в другом?

**460.** Найдите среднее арифметическое чисел:

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{20}$;
2) $1\frac{3}{7}$ и $2\frac{5}{21}$;
3) $2\frac{3}{5}$, $3\frac{3}{10}$ и $2\frac{1}{2}$;
4) $7\frac{5}{24}$, $6\frac{7}{24}$ и $8\frac{1}{6}$.

**461.** Найдите значение выражения:

1) $\left(2\frac{13}{48}+2\frac{5}{12}\right):3\frac{3}{4}-9\frac{3}{4}:12$;
2) $\left(8:2\frac{10}{19}-1\frac{13}{15}\cdot1\frac{6}{49}\right):\left(3\frac{1}{12}-1\frac{25}{36}\right)$.

**462.** Найдите значение выражения:

1) $\left(2\frac{5}{9}-1\frac{20}{21}\right):1\frac{8}{49}+1\frac{8}{9}:6$;
2) $\left(1\frac{17}{18}\cdot1\frac{13}{14}-2\frac{5}{8}:1\frac{19}{20}\right):\left(2\frac{25}{78}-1\frac{1}{26}\right)$.

**463.** Решите уравнение:

1) $5\frac{11}{14}x-\frac{8}{15}=\frac{5}{21}$;
2) $7\frac{3}{10}+\frac{25}{28}x=8\frac{13}{35}$;
3) $3\frac{1}{3}-1\frac{1}{20}x=1\frac{14}{15}$;
4) $\frac{3}{8}x+\frac{7}{12}x-\frac{5}{6}x=\frac{9}{32}$;
5) $2\frac{1}{3}:x-1\frac{1}{6}=1\frac{5}{9}$;
6) $2\frac{1}{3}:\left(x-1\frac{1}{6}\right)=1\frac{5}{9}$;
7) $27:\left(31\frac{3}{7}-2\frac{11}{14}x\right)=1\frac{1}{8}$;
8) $48:\left(3\frac{4}{5}x-25\right)=1\frac{1}{2}$.

**464.** Решите уравнение:

1) $2\frac{2}{11}x-\frac{5}{16}=1\frac{3}{4}$;
2) $4\frac{2}{9}x+3\frac{5}{14}=6\frac{11}{21}$;
3) $\frac{11}{18}-\frac{14}{27}x=\frac{5}{12}$;
4) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x=1\frac{19}{75}$;
5) $4\frac{1}{2}:x+1\frac{3}{4}=3\frac{19}{28}$;
6) $3\frac{2}{3}:\left(x-2\frac{4}{15}\right)=3\frac{5}{13}$.

**465.** Автомобиль едет со скоростью 80 км/ч. Сколько километров он проезжает за 1 мин? Выразите скорость автомобиля в метрах в минуту.

**466.** Пешеход двигается со скоростью 5 км/ч. Выразите его скорость в метрах в минуту и в метрах в секунду.

**467.** Из села до места рыбалки Иван Петрович проплыл на плоту $10\frac{4}{5}$ км, а возвращался на лодке, которая двигалась со скоростью $4\frac{1}{20}$ км/ч, потратив на обратный путь на $1\frac{5}{6}$ ч меньше. Найдите скорость течения реки.

**468.** Теплоход проходит $40\frac{1}{2}$ км по течению реки за $1\frac{1}{2}$ ч. На сколько больше времени уйдёт на обратный путь, если скорость течения равна $3\frac{3}{8}$ км/ч?

**469.** Длина трамвайного маршрута $15\frac{3}{4}$ км. На маршруте есть 12 остановок, на каждой из которых трамвай стоит $1\frac{1}{6}$ мин. За какое время трамвай преодолеет весь маршрут, если его скорость равна $13\frac{1}{8}$ км/ч?

**470.** Длина маршрута, который автобус проезжает за $\frac{7}{10}$ ч, равна $20\frac{1}{4}$ км. Автобус движется по маршруту со скоростью 45 км/ч и делает 10 остановок. Сколько времени длится каждая остановка автобуса, если на каждой остановке он стоит одинаковое время?

**471.** Необходимо расфасовать $32\frac{1}{2}$ кг сахара в пакеты по $\frac{3}{4}$ кг в каждом. Сколько получится полных пакетов?

**472.** Для перевязывания одной пачки книг требуется $1\frac{1}{3}$ м верёвки. На сколько таких пачек хватит 18 м верёвки?

**473.** Какое наименьшее количество банок ёмкостью 0,3 л необходимо взять, чтобы разлить в них 5 л варенья?

**474.** Какое наименьшее количество бидонов ёмкостью $6\frac{2}{3}$ л необходимо взять, чтобы разлить в них 70 л молока?

**475.** Мастер Иван Иванович может отремонтировать кабинет математики за 24 ч, а мастер Пётр Петрович – за 48 ч. За сколько часов, работая вместе, они отремонтируют этот кабинет?

**476.** Кот Том съедает жареную индейку за 20 мин, а мышонок Джерри – за 30 мин. За сколько минут Том и Джерри съедят индейку вместе?

**477.** Первый рабочий может выполнить задание за 30 ч, а второму для этого необходимо в $1\frac{1}{2}$ раза больше времени, чем первому. За сколько часов они выполнят это задание, работая вместе? Какую часть задания при этом выполнит каждый из них?

**478.** Первый тракторист может вспахать поле за 12 дней, второму на это требуется в $1\frac{1}{5}$ раза меньше времени, чем первому, а третьему – в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем второму. За сколько дней они вместе могут вспахать поле? Какую часть поля при этом вспашет каждый из них?

**479.** Через первую трубу бассейн можно наполнить водой за 10 ч. Наполнение бассейна через вторую трубу потребует в $1\frac{1}{4}$ раза меньше времени. За какое время наполнится бассейн, если открыть одновременно обе трубы? Какую часть бассейна наполнит при этом каждая труба?

---

**480.** Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 6 ч. Один из них, работая самостоятельно, может выполнить эту работу за 15 ч. За сколько часов её может выполнить самостоятельно другой рабочий?

**481.** Пассажирский поезд проходит расстояние между двумя городами за 36 ч. Если одновременно из этих городов выйдут навстречу друг другу пассажирский и товарный поезда, то они встретятся через 20 ч после начала движения. За какое время товарный поезд может преодолеть расстояние между городами?

**482.** Через первую трубу бассейн можно наполнить водой за 3 ч, а через вторую – за 6 ч. Сначала 2 ч была открыта первая труба, затем её закрыли и открыли вторую трубу. За сколько часов был наполнен бассейн?

**483.** Первая бригада может выполнить заказ за 9 дней, а вторая – за 12 дней. Сначала три дня работала первая бригада, а затем её заменила вторая. За сколько дней был выполнен заказ?

**484.** Выполните деление (буквами обозначены натуральные числа):

1) $\frac{2a}{21} : \frac{4b}{49}$;  2) $\frac{11m}{9n} : \frac{22n}{27m}$;  3) $\frac{36ab}{17c} : \frac{21b}{34c}$;  4) $\frac{51x}{32y} : \frac{17x}{16y}$.

**485.** Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на $\frac{4}{5}$ и на $\frac{6}{7}$ в результате получим натуральные числа.

**486.** Который сейчас час, если до конца суток осталось $\frac{4}{5}$ того времени, что уже прошло от начала суток?

**487.** Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на $\frac{6}{11}$, на $\frac{8}{17}$ и на $\frac{12}{19}$ в результате получим натуральные числа.

**488.** Найдите значение выражения:

1) $1-\dfrac{2}{3+\dfrac{1}{2}}$; 2) $\dfrac{8-\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}}}{8+\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}}}$; 3) $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}}$.

**489.** Вычислите:

1) $2+\dfrac{1}{1+\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{3}}}$; 2) $\dfrac{2-\dfrac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}}{2}}{2+\dfrac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}}{2}}$; 3) $\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{3}}}}$.

**490.** Увеличится или уменьшится значение дроби и во сколько раз, если к её знаменателю прибавить число, равное этому знаменателю?

**491.** Лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 6 ч, а по течению реки то же расстояние – за 5 ч. За сколько часов такое же расстояние проплывёт плот по реке?

**492.** Некоторое расстояние по течению реки катер проходит за 3 ч, а плот – за 15 ч. За сколько часов катер проходит такое же расстояние против течения реки?

**493.** Теплоход проходит некоторое расстояние по течению реки за 2 ч, а против течения – за 3 ч. За сколько часов это же расстояние проплывёт плот?

## Упражнения для повторения

**494.** В первый день туристы прошли $\frac{5}{12}$ намеченного пути, во второй – 30 % пути, а в третий – остальной путь. Какую часть пути прошли туристы за третий день?

**495.** Угол $ABC$ – прямой, луч $BM$ проведён так, что $\angle MBC = 120°$, луч $BK$ – биссектриса угла $ABC$. Вычислите градусную меру угла $MBK$. Сколько решений имеет задача?

## Задача от мудрой совы

**496.** В один ряд расположены 1 000 фишек. Любые две фишки, расположенные через одну, разрешается поменять местами. Можно ли переставить фишки в обратном порядке?

## § 15. Нахождение числа по заданному значению его дроби

Рассмотрим такую задачу. На приусадебном участке растёт 28 вишен, что составляет $\frac{7}{9}$ количества всех деревьев, растущих в саду. Сколько всего деревьев растёт на участке?

В 5 классе мы решали эту задачу по такой схеме:

1) найдём, сколько деревьев составляет $\frac{1}{9}$ количества всех деревьев:
$28 : 7 = 4$ (дерева);
2) найдём, сколько всего деревьев растёт на участке:
$4 \cdot 9 = 36$ (деревьев).

В этой задаче, зная, что 28 деревьев составляют $\frac{7}{9}$ количества всех деревьев, мы нашли общее количество деревьев в саду. Подобные задачи называют **задачами на нахождение числа по заданному значению его дроби**.

Заметим, что найденный ответ (36 деревьев) можно получить другим способом. Для этого число 28 можно разделить на дробь $\frac{7}{9}$:

$$28 : \frac{7}{9} = \frac{\overset{4}{\cancel{28}} \cdot 9}{\underset{1}{\cancel{7}}} = 4 \cdot 9 = 36.$$

Рассмотренный пример иллюстрирует следующее правило.

**Чтобы найти число по заданному значению его дроби, можно данное значение разделить на эту дробь.**

**Пример.** В бочку налили 84 л воды. Каков объём этой бочки, если оказалось, что заполнено 70 % её объёма?

Решение. Запишем 70 % в виде десятичной дроби: 70 % = 0,7. Следовательно, 84 л составляет 0,7 объёма всей бочки. Тогда объём бочки равен:
$84 : 0{,}7 = 120$ (л).

Ответ: 120 л. ◄

Рассмотренный пример иллюстрирует следующее правило.

**Чтобы найти число по его процентам, можно представить проценты в виде дроби и разделить значение процентов на эту дробь.**

**1.** Как найти число по значению его дроби?
**2.** Как найти число по его процентам?

## Решаем устно

**1.** За какое время работник выполнит всю работу, если за 1 ч он выполнил: 1) $\frac{1}{5}$ работы; 2) $\frac{3}{8}$ работы?

**2.** Конфеты разложили в коробки по $\frac{1}{8}$ кг в каждую. Сколько вышло коробок, если конфет было $5\frac{1}{4}$ кг?

**3.** Сергей покрасил в субботу $\frac{1}{4}$ забора. В воскресенье к нему присоединились двое друзей, и они с Сергеем докрасили оставшуюся часть, поделив её поровну между собой. Какую часть забора покрасил каждый из друзей Сергея в воскресенье?

## Упражнения

**497.** Найдите число, если: 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) 0,4; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{12}{13}$; 6) $\frac{24}{25}$ его равняется 48.

**498.** Найдите число, если: 1) $\frac{1}{2}$; 2) 0,2; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{7}{8}$; 5) $\frac{8}{11}$; 6) $\frac{14}{13}$ его равняется 56.

**499.** Найдите число:

1) $\frac{3}{4}$ которого равны 12;
2) $\frac{6}{13}$ которого равны 24;
3) $\frac{7}{9}$ которого равны 63;
4) 0,9 которого равны 81;
5) $\frac{9}{7}$ которого равны $7\frac{1}{14}$;
6) $\frac{5}{7}$ которого равны $\frac{5}{7}$.

**500.** Найдите число:

1) $\frac{8}{15}$ которого равны 40;
2) $\frac{5}{27}$ которого равны $4\frac{4}{9}$;
3) $\frac{15}{8}$ которого равны 120;
4) $\frac{3}{5}$ которого равны $\frac{9}{10}$.

**501.** Найдите число, если:

1) 24 % этого числа равны 48;
2) 75 % этого числа равны $\frac{1}{4}$;
3) $3\frac{1}{3}$ % этого числа равны 5;
4) 108 % этого числа равны 86,4.

**502.** Найдите число, если:

1) 13 % этого числа равны 52;
2) 80 % этого числа равны $\frac{3}{5}$.

**503.** В зрительном зале Пермского театра оперы и балета 972 места, что составляет $\frac{81}{148}$ количества мест для зрителей в большом зале Новосибирского театра оперы и балета. Сколько мест для зрителей в большом зале Новосибирского театра оперы и балета?

Пермский театр оперы и балета | Новосибирский театр оперы и балета

**504.** Миша прочитал 144 страницы, что составило $\frac{3}{5}$ количества страниц в книге. Сколько страниц в книге?

**505.** Команда шестиклассников выиграла соревнования по футболу. Её лучший бомбардир забил 16 голов, что составляло $\frac{4}{15}$ всех голов, забитых этой командой. Сколько всего голов забила команда шестиклассников?

**506.** Чему равно расстояние между двумя городами, если 36 км составляет 15 % этого расстояния?

**507.** На приобретение книг для школьной библиотеки выделили определённую сумму денег, 8 % которой потратили на приобретение словарей. Какую сумму выделили на приобретение книг, если на словари потратили 1 200 р.?

**508.** На завтрак Винни-Пух съел $\frac{6}{17}$ бочонка мёда, а на обед – остальные 22 кг. Сколько килограммов мёда было в бочонке?

**509.** В магазин привезли груши. В первый день продали $\frac{13}{21}$ всех груш, а во второй – остальные 128 кг. Сколько килограммов груш продали за два дня?

**510.** 1) Одно из двух слагаемых равно 320, что составляет $\frac{40}{51}$ их суммы. Найдите второе слагаемое.
2) Найдите разность двух чисел, если вычитаемое равно 49, что составляет $\frac{7}{12}$ уменьшаемого.

**511.** 1) Одно из двух слагаемых равно 42, что составляет $\frac{6}{23}$ второго слагаемого. Найдите их сумму.
2) Найдите разность двух чисел, если уменьшаемое равно 90 и составляет $\frac{9}{5}$ вычитаемого.

**512.** В школьном хоре поют 24 девочки, что составляет $\frac{3}{4}$ количества мальчиков, поющих в хоре. Сколько всего детей в этом хоре?

**513.** Одна из сторон прямоугольника равна $2\frac{5}{8}$ дм, что составляет $\frac{7}{6}$ длины другой стороны. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

**514.** Длина прямоугольного параллелепипеда равна 45 см, ширина составляет $\frac{4}{9}$ длины и $\frac{12}{7}$ высоты. Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда.

**515.** Периметр треугольника равен 56 см. Длина одной из его сторон составляет $\frac{5}{14}$ периметра и $\frac{15}{8}$ длины другой стороны. Найдите стороны треугольника.

**516.** Периметр прямоугольника равен $15\frac{1}{3}$ см, что составляет $\frac{23}{6}$ длины прямоугольника. Найдите ширину прямоугольника.

**517.** Ученики 6 класса посадили возле школы деревья. Фруктовые деревья составляют $\frac{11}{15}$ посаженных деревьев. Вишни составляют $\frac{4}{11}$ фруктовых деревьев. Сколько всего деревьев посадили шестиклассники, если вишен посадили 12?

**518.** На птицеферме разводят кур, уток и индеек. Утки составляют 0,42 всех птиц, а индейки – $\frac{9}{28}$ уток. Сколько всего птиц на ферме, если индеек – 54?

**519.** В детский санаторий привезли апельсины, мандарины и яблоки. Апельсины составляют $\frac{7}{18}$ всех фруктов, мандарины – $\frac{5}{12}$, а яблоки – остальные 28 кг. Сколько килограммов фруктов привезли в санаторий?

**520.** Известно, что $\frac{7}{20}$ армии царя Гороха составляли стрелецкие полки, $\frac{13}{30}$ армии – драгунские полки, а остальные 26 полков – казацкие. Сколько полков было в армии царя Гороха?

**521.** Пётр, Фёдор и Иван собирали яблоки. Иван собрал 23 % яблок, Пётр – 39 %, а Фёдор – остальные 190 кг. Сколько килограммов яблок они собрали вместе?

**522.** Сколько килограммов овощей привезли в магазин, если огурцы составляют 27 % овощей, картофель – 42 %, а остальные 496 кг – капуста?

**523.** Готовясь к олимпиаде по математике, Максим в субботу и воскресенье решал задачи. В субботу он решил $\frac{7}{18}$ всех задач, а в воскресенье – $\frac{2}{9}$ всех задач и остальные 14 задач. Сколько всего задач решил Максим за два дня?

**524.** Готовясь к олимпиаде по английскому языку, Галина занималась переводом текста. За один день она перевела $\frac{5}{12}$ всех страниц и ещё 10 страниц, после чего ей осталось перевести $\frac{3}{8}$ страниц текста. Сколько всего страниц составляет текст?

**525.** Рассказывают, что на вопрос, сколько учеников в его школе, великий древнегреческий учёный Пифагор ответил: «Половина изучает математику, четверть – музыку, седьмая часть проводит время в молчаливых размышлениях, кроме того, есть ещё три женщины». Сколько учеников было в школе Пифагора?

**Пифагор (ок. 580 — ок. 500 до н. э.)**

Древнегреческому философу и математику приписывают систематическое введение в математику доказательных рассуждений, создание учения о подобных фигурах, доказательство теоремы, носящей его имя, учение о чётных, нечётных, простых и составных числах, учение о пропорциях.

**526.** Найдите число, $\frac{10}{13}$ которого равны $\frac{11}{14}$ от числа 280.

**527.** Найдите $\frac{7}{24}$ числа, $\frac{3}{8}$ которого составляют 36.

**528.** Буратино потратил $\frac{13}{28}$ своих денег на покупку учебников, а на покупку конфет – $\frac{11}{18}$ оставшихся денег. После этого у него осталось 35 сольдо. Сколько сольдо было у Буратино сначала?

**529.** Три мышонка нашли головку сыра. Один мышонок съел $\frac{7}{12}$ головки, второй – $\frac{7}{15}$ остатка, а третий – остальные $1\frac{2}{3}$ кг сыра. Какова была масса головки сыра?

**530.** В первый день в магазине продали $\frac{5}{9}$ завезённой ткани, во второй – 35 % остатка, а в третий – остальные 52 м. Сколько метров ткани завезли в магазин?

**531.** За первый месяц отремонтировали 55 % дороги, за второй – $\frac{3}{8}$ остатка, а за третий – остальные 45 км. Сколько километров дороги отремонтировали за три месяца?

**532.** Альпинисты в первый день преодолели $\frac{1}{3}$ высоты горы, во второй – $\frac{1}{3}$ оставшейся высоты, в третий – снова $\frac{1}{3}$ оставшейся высоты, а в четвёртый – преодолели остальные 800 м и достигли вершины. Найдите высоту этой горы.

## Упражнения для повторения

**533.** Найдите значение выражения:

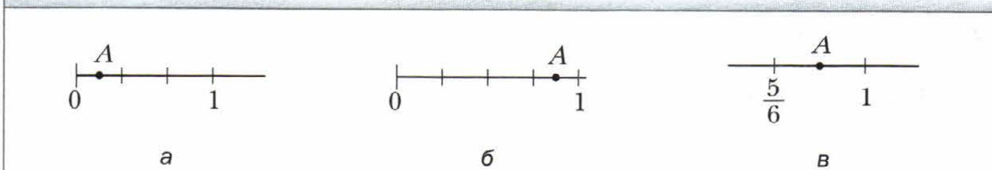
1) $\frac{5}{9}+\frac{4}{9}\cdot 3\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{4}{19}+1\frac{5}{38}-\frac{75}{76}\right)$;  2) $\left(1\frac{5}{54}-\frac{11}{36}\right)\cdot 3\frac{3}{5}\cdot 2\frac{2}{7}-1\frac{2}{7}\cdot 1\frac{5}{9}$.

**534.** Решите уравнение:

1) $\frac{2}{3}x=1$;  2) $5x=\frac{1}{6}$;  3) $4x=\frac{1}{4}$;  4) $7x=20$.

**535.** Найдите координату точки $A$ (рис. 11).

**Рис. 11**



**536.** Вместо звёздочек поставьте такие цифры, чтобы трёхзначное число *8* делилось нацело на 9. Найдите все возможные решения.

### Готовимся к изучению новой темы

**537.** Из чисел 20, 45, 50, 125, 64, 505 выберите те, разложение которых на простые множители содержит только числа 2 и 5.

**538.** Можно ли несократимую дробь со знаменателем 3 привести к дроби со знаменателем 10? 100? 1 000? Ответ обоснуйте.

### Задача от мудрой совы

**539.** После того как кусок мыла, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, использовали для стирки семь раз, его длина, ширина и высота уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска мыла?

## § 16. Преобразование обыкновенной дроби в десятичную

Напомним, что для обыкновенных дробей со знаменателями 10, 100, 1 000 и т. д. используется «одноэтажная» форма записи – десятичные дроби. Например, $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{23}{100} = 0,23$; $\frac{19}{1\,000} = 0,019$.

Любую десятичную дробь можно преобразовать в обыкновенную дробь. Например,

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5};\ 2,75 = 2\frac{75}{100} = 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}.$$

С помощью основного свойства дроби можно, например, дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{23}{50}$ преобразовать в десятичные:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5;$$

$$\frac{23}{50} = \frac{23 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{46}{100} = 0,46.$$

**Чтобы несократимую дробь $\frac{a}{b}$ преобразовать в десятичную, необходимо привести её к одному из знаменателей 10, 100, 1 000 и т. д.**

Какой же из этих знаменателей выбрать? Заметим, что при приведении несократимой дроби к новому знаменателю «старый» знаменатель является делителем нового. Поэтому знаменатель дроби $\frac{a}{b}$ должен быть делителем одного из чисел 10, 100, 1 000 и т. д.

Например, преобразуем дробь $\frac{3}{40}$ в десятичную. Числа 10 и 100 не делятся нацело на 40, поэтому они не подходят в качестве знаменателя. А вот число 1 000 делится нацело на 40 (1 000 : 40 = 25). Отсюда $\frac{3}{40}^{\backslash 25} = \frac{75}{1\,000} =$ $= 0{,}075$.

Однако не каждую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной.

Рассмотрим, например, дробь $\frac{5}{9}$. Из признака делимости на 9 следует, что ни одно из чисел 10, 100, 1 000 и т. д. нацело на 9 не делится. Следовательно, дробь $\frac{5}{9}$ преобразовать в десятичную не удастся.

А как распознавать несократимые дроби, которые можно представить в виде десятичных?

Заметим, что каждое из чисел 10, 100, 1 000 и т. д. имеет только два простых делителя: 2 и 5. Действительно, $10 = 2 \cdot 5$, $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $1\,000 = 2^3 \cdot 5^3$ и т. д.

Поэтому можно сделать следующий вывод.

**Несократимую дробь $\frac{a}{b}$ можно преобразовать в десятичную только тогда, когда разложение знаменателя $b$ на простые множители не содержит чисел, отличных от 2 и 5.**

Напомним, что обыкновенные дроби можно преобразовать в десятичные и другим способом. Преобразуем, например, дробь $\frac{3}{16}$ в десятичную. Имеем $\frac{3}{16} = 3 : 16$. Теперь выполним деление уголком:

$$
\begin{array}{r|l}
-\,3{,}0000 & 16 \\
\underline{0}\phantom{{,}0000} & 0{,}1875 \\
-\,30\phantom{000} & \\
\underline{16}\phantom{000} & \\
-\,140\phantom{00} & \\
\underline{128}\phantom{00} & \\
-\,120\phantom{0} & \\
\underline{112}\phantom{0} & \\
-\,80 & \\
\underline{80} & \\
0 &
\end{array}
$$

Следовательно, $\frac{3}{16} = 0{,}1875$.

**Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в десятичную, можно её числитель разделить на знаменатель.**

**1.** В каком случае несократимую дробь можно преобразовать в десятичную?

**2.** Как преобразовать обыкновенную дробь в десятичную?

## Решаем устно

**1.** Заполните цепочку вычислений:

$$\boxed{\frac{24}{25}} \xrightarrow{:\frac{2}{5}} \bigcirc \xrightarrow{:6} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{1}{3}} \bigcirc \xrightarrow{:\frac{1}{5}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{1}{6}} \square$$

**2.** Выполните деление:
1) $2 : 5$; 2) $1 : 2$; 3) $3 : 4$; 4) $8 : 5$.

**3.** Тракторист вспахал $\frac{2}{3}$ поля за $\frac{4}{5}$ ч. За какое время он вспашет всё поле, работая с той же производительностью труда?

## Упражнения

**540.** Какие из данных обыкновенных дробей можно преобразовать в десятичную:
1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{13}{400}$; 5) $\frac{9}{125}$; 6) $\frac{18}{150}$?

**541.** Какие из данных обыкновенных дробей можно преобразовать в десятичную:
1) $\frac{11}{16}$; 2) $\frac{17}{200}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{14}{625}$; 5) $\frac{23}{600}$; 6) $\frac{84}{140}$?

**542.** Преобразуйте в десятичную дробь:
1) $\frac{13}{20}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{97}{80}$; 6) $\frac{42}{15}$.

**543.** Преобразуйте в десятичную дробь:
1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{32}{125}$; 3) $\frac{159}{200}$; 4) $\frac{1}{25}$; 5) $\frac{53}{50}$; 6) $\frac{56}{175}$.

**544.** Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные и вычислите:
1) $0,29 + \frac{6}{25}$; 2) $4\frac{5}{8} - 3,94$; 3) $8,22 - 4\frac{7}{50}$; 4) $15,63 + 1\frac{9}{16}$.

**545.** Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные и вычислите:

1) $\frac{6}{25}-0{,}238$; 2) $\frac{237}{250}+0{,}052$; 3) $0{,}35+1\frac{7}{8}$; 4) $9\frac{329}{500}-8{,}658$.

### Упражнения для повторения

**546.** Найдите значение выражения:

$$\left(0{,}5:1{,}25+1{,}4\cdot\frac{7}{11}-\frac{3}{11}\right)\cdot 4\frac{1}{8}.$$

**547.** Одна сторона треугольника равна 32 см, вторая составляет 45 % первой, а третья — $\frac{11}{16}$ первой. Вычислите периметр треугольника.

### Готовимся к изучению новой темы

**548.** Сравните:

1) 6,4 и 6,42; 2) 0,4 и 0,08; 3) 0,075 и 0,1.

### Задача от мудрой совы

**549.** Каждая грань куба окрашена в белый или чёрный цвет. Докажите, что найдутся две грани с общим ребром, окрашенные в один цвет.

## § 17. Бесконечные периодические десятичные дроби

Как вы уже знаете, дробь $\frac{5}{11}$ обратить в десятичную нельзя, т. е. если 5 разделить на 11, то десятичную дробь не получим. А если всё же разделим:

$$\begin{array}{l|l}
-\,5{,}0000 & 11 \\ \hline
\;\;\underline{0} & 0{,}4545\ldots \\
-\,50 & \\
\;\;\underline{44} & \\
\quad -\,60 & \\
\quad\;\;\underline{55} & \\
\qquad -\,50 & \\
\qquad\;\;\underline{44} & \\
\qquad\quad -\,60 & \\
\qquad\quad\;\;\underline{55} & \\
\qquad\qquad\; 5 &
\end{array}$$

Как видим, это деление можно продолжать бесконечно. Частное имеет вид 0,4545... . В этой записи точки означают, что цифры 4 и 5, стоящие рядом, *периодически* повторяются бесконечно много раз.

Число 0,4545... называют **бесконечной периодической десятичной дробью**, или **периодической дробью**.

Полученную периодическую дробь принято записывать так: 0,(45) и читать: «нуль целых и сорок пять в периоде». Группу цифр (45) называют **периодом** дроби 0,(45).

Можно записать: $\frac{5}{11} = 0{,}4545... = 0{,}(45)$.

Заметим, что до этого примера мы рассматривали только те десятичные дроби, в записи которых после запятой стоит конечное число цифр. Их называют **конечными десятичными дробями**.

Когда говорят, что дробь $\frac{5}{11}$ преобразовать в десятичную нельзя, имеют в виду, что эту дробь нельзя записать в виде конечной десятичной дроби.

Теперь можно сделать следующий вывод.

**При делении натурального числа на натуральное число можно получить один из трёх результатов: натуральное число, конечную десятичную дробь или бесконечную периодическую десятичную дробь.**

**Пример 1.** Преобразуйте дробь $\frac{7}{12}$ в периодическую дробь.

Решение. Выполним деление числа 7 на число 12:

$$\begin{array}{l|l}
-\,7{,}00000 & 12 \\ \cline{2-2}
\phantom{-}\,\underline{6\,0} & 0{,}58333... \\
\phantom{-}\;-100 & \\
\phantom{-}\;\;\;\underline{\phantom{0}96} & \\
\phantom{-}\;\;\;\;-40 & \\
\phantom{-}\;\;\;\;\;\;\underline{36} & \\
\phantom{-}\;\;\;\;\;\;-40 & \\
\phantom{-}\;\;\;\;\;\;\;\;\underline{36} & \\
\phantom{-}\;\;\;\;\;\;\;\;-40 & \\
\phantom{-}\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\underline{36} & \\
\phantom{-}\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;4 &
\end{array}$$

Следовательно, $\frac{7}{12} = 0{,}58333... = 0{,}58(3)$. (Дробь 0,58(3) читают: «нуль целых пятьдесят восемь сотых и три в периоде».) ◄

**Пример 2.** Сравните $\frac{3}{11}$ и 0,273, записав предварительно обыкновенную дробь $\frac{3}{11}$ в виде периодической дроби.

Решение. $\frac{3}{11} = 0,272727...$. Сравнивая дроби 0,272727... и 0,273, видим, что в разрядах десятых и сотых соответственные цифры одинаковые. При этом в разряде тысячных в записи первого числа стоит 2, а в записи второго – 3. Следовательно, 0,272727... < 0,273, т. е. $\frac{3}{11} < 0,273$. ◄

**?** **Что может быть результатом деления одного натурального числа на другое?**

## Решаем устно

1. Число 6,3845 округлите:
   1) до тысячных; 3) до десятых;
   2) до сотых; 4) до единиц.
2. Выполните действия:
   1) $\frac{3}{5} + 4,6$; 2) $4\frac{1}{4} - 2,75$; 3) $0,6 \cdot 1\frac{1}{2}$.

## Упражнения

**550.** Прочитайте периодическую дробь и назовите её период:
1) 0,(5); 4) 0,(32); 7) 0,444... ; 10) 0,137474... ;
2) 2,4(3); 5) 1,(976); 8) 3,424242... ; 11) 4,101010... ;
3) 0,0(2); 6) 9,0(45); 9) 0,567567... ; 12) 2,1231212... .

**551.** Запишите в виде бесконечной периодической десятичной дроби частное:
1) 1 : 9; 2) 4 : 11; 3) 47 : 12; 4) 12,4 : 27.

**552.** Запишите в виде бесконечной периодической десятичной дроби частное:
1) 5 : 6; 2) 19 : 11; 3) 86 : 15; 4) 6,32 : 18.

**553.** Преобразуйте обыкновенную дробь в бесконечную периодическую десятичную дробь и укажите её период:
1) $\frac{7}{9}$; 2) $\frac{11}{30}$; 3) $\frac{13}{18}$; 4) $\frac{31}{33}$; 5) $\frac{49}{54}$.

**554.** Преобразуйте обыкновенную дробь в бесконечную периодическую десятичную дробь и укажите её период:
1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{11}{15}$; 3) $\frac{9}{11}$; 4) $\frac{19}{36}$; 5) $\frac{39}{44}$.

**555.** Сравните дроби, записав предварительно обыкновенные дроби в виде конечной десятичной дроби или бесконечной периодической десятичной дроби:

1) $\frac{1}{6}$ и 0,2; 2) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{22}{7}$ и 3,14; 4) $\frac{5}{13}$ и $\frac{387}{1000}$.

**556.** Сравните дроби, записав предварительно обыкновенные дроби в виде конечной десятичной дроби или бесконечной периодической десятичной дроби:

1) $\frac{3}{11}$ и 0,269; 2) $\frac{7}{9}$ и $\frac{77}{100}$; 3) $\frac{11}{12}$ и $\frac{19}{20}$; 4) $\frac{47}{15}$ и $\frac{119}{36}$.

## Упражнения для повторения

**557.** Найдите значение выражения:

1) $\frac{5}{16} : 1{,}25 \cdot 0{,}36 : 1\frac{4}{5}$; 2) $\frac{7}{8} : \left(0{,}75 \cdot \frac{14}{15} : 1{,}2\right)$.

**558.** Из двух городов, расстояние между которыми 108 км, одновременно навстречу друг другу выехали царь Салтан и царевич Гвидон. Карета царя Салтана двигалась со скоростью 10 км/ч, что составляло $\frac{5}{7}$ скорости, с которой на коне ехал царевич Гвидон. Через сколько часов после выезда они встретятся?

## Готовимся к изучению новой темы

**559.** Округлите дроби:

1) 9,486; 12,78; 0,5498; 10,333; 1,89 до десятых;
2) 3,405; 4,326; 82,2048; 0,2349; 0,999 до сотых;
3) 0,6372; 2,2981; 6,55555; 4,6767 до тысячных.

## Задача от мудрой совы

**560.** На доске написаны числа 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0. Разрешается к любым двум записанным числам прибавить одно и то же натуральное число. Можно ли, выполнив такую операцию несколько раз, достичь того, чтобы все записанные числа оказались равными?

## § 18. Десятичное приближение обыкновенной дроби

Вы умеете округлять десятичные дроби. Например:

$0{,}2415 \approx 0{,}2$ (округление до десятых);

$0{,}2415 \approx 0{,}24$ (округление до сотых);

$0{,}2415 \approx 0{,}242$ (округление до тысячных).

Округлять можно и бесконечные периодические десятичные дроби, «отсекая» в определённом месте «бесконечный хвост». Например:

$0,(6) = 0{,}6 \mid 66... \approx 0{,}7$ (округление до десятых);

$1{,}3(4) = 1{,}34 \mid 44... \approx 1{,}34$ (округление до сотых);

$2,(17) = 2{,}171 \mid 717... \approx 2{,}172$ (округление до тысячных).

Преобразуем обыкновенную дробь $\frac{26}{45}$ в периодическую: $\frac{26}{45} = 0{,}5777...$. Округлим полученную периодическую дробь до сотых: $0{,}5777... \approx 0{,}58$. Полученное число 0,58 называют **десятичным приближением** до сотых дроби $\frac{26}{45}$ и записывают $\frac{26}{45} \approx 0{,}58$.

Понятно, что можно найти и другие десятичные приближения данной обыкновенной дроби:

$\frac{26}{45} \approx 0{,}6$ (десятичное приближение до десятых);

$\frac{26}{45} \approx 0{,}578$ (десятичное приближение до тысячных) и т. д.

Рассмотренные примеры иллюстрируют следующее правило.

**Чтобы найти десятичное приближение обыкновенной дроби до нужного разряда, надо:**

**1) выполнить деление до следующего разряда;**

**2) полученную конечную десятичную дробь или бесконечную периодическую десятичную дробь округлить до нужного разряда.**

Как найти десятичное приближение обыкновенной дроби до нужного разряда?

### Решаем устно

**1.** Прочитайте периодическую дробь и назовите её период:

1) 0,(8); 4) 5,7(126); 7) 12,1646464... ;
2) 0,(14); 5) 0,1111... ; 8) 3,27321321321... .
3) 2,(6); 6) 0,8424242... ;

**2.** Чему равен корень уравнения:

1) $\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}$; 2) $\frac{2}{9}x = 0$; 3) $7y = 3$; 4) $6y = 4$?

**3.** На одной чаше весов лежит арбуз, а на другой – треть такого же арбуза и несколько гирь общей массой 6 кг. Весы находятся в равновесии. Какова масса арбуза?

## Упражнения

**561.** Найдите десятичное приближение до сотых дроби:

1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{6}{17}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $2\frac{1}{3}$; 5) $5\frac{4}{11}$; 6) $1\frac{17}{200}$.

**562.** Найдите десятичное приближение до тысячных дроби:

1) $\frac{12}{23}$; 2) $\frac{6}{43}$; 3) $\frac{8}{9}$; 4) $5\frac{5}{16}$; 5) $1\frac{2}{7}$; 6) $3\frac{1}{625}$.

**563.** Найдите десятичное приближение частного до указанного разряда:

1) 36,8 : 7 – до десятых;
2) 24,16 : 11 – до десятых;
3) 29 : 6 – до сотых;
4) 5 : 13 – до сотых;
5) 2 : 3 – до тысячных;
6) 26,7 : 14 – до сотых;
7) 52 : 15 – до тысячных;
8) 10 : 17 – до десятитысячных.

**564.** Найдите десятичное приближение частного до указанного разряда:

1) 43,3 : 9 – до десятых;
2) 78,32 : 18 – до десятых;
3) 38 : 11 – до сотых;
4) 10 : 18 – до сотых;
5) 5 : 9 – до тысячных;
6) 64,45 : 19 – до сотых;
7) 90 : 22 – до тысячных;
8) 65 : 23 – до десятитысячных.

**565.** В 7 пакетов развесили поровну 16 кг сахара. Сколько килограммов сахара в каждом пакете? Ответ запишите в виде десятичного приближения до сотых.

**566.** Среднее расстояние от Солнца до ближайшей к нему планеты Меркурий составляет 57,9 млн км, а до самой отдалённой планеты Нептун – 4504,4 млн км. Во сколько раз Меркурий расположен ближе к Солнцу, чем Нептун? Ответ запишите в виде десятичного приближения до единиц.

**567.** В 9 банок поровну налили 25 кг мёда. Сколько килограммов мёда налили в каждую банку? Ответ запишите в виде десятичного приближения до десятых.

**568.** Найдите корень уравнения с точностью до сотых:

1) $9x = 5$; 2) $8 : x = 125$; 3) $3x = 4$; 4) $\frac{2}{7}x = 1\frac{1}{6}$.

**569.** Найдите корень уравнения с точностью до сотых:

1) $12x = 7$; 2) $5 : x = 8$; 3) $7x = 16$; 4) $\frac{3}{8}x = 1\frac{9}{16}$.

**570.** Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные, округлите их до сотых и выполните вычисления:

1) $\frac{3}{7}+0{,}69$;

2) $4\frac{7}{9}-3\frac{5}{12}+4{,}96$.

**571.** Преобразуйте обыкновенные дроби в десятичные, округлите их до сотых и выполните вычисления:

1) $\frac{6}{13}-0{,}28$;

2) $12\frac{10}{19}-4{,}54-5\frac{1}{6}$.

## Упражнения для повторения

**572.** Увеличится или уменьшится дробь и во сколько раз, если её числитель увеличить в 4 раза, а знаменатель уменьшить в 3 раза?

**573.** Найдите значение выражения:

$$\left(3{,}6-1\frac{2}{3}\right):\left(4\frac{1}{15}-2\frac{7}{9}\right)\cdot 2{,}6.$$

## Готовимся к изучению новой темы

**574.** Увеличится или уменьшится частное и во сколько раз, если:

1) делимое увеличить в 4 раза;
2) делитель уменьшить в 3 раза;
3) делимое увеличить в 6 раз, а делитель – в 2 раза;
4) делимое уменьшить в 10 раз, а делитель увеличить в 5 раз?

## Задача от мудрой совы

**575.** Из натурального числа, которое не больше 100, вычли сумму его цифр. Из полученного числа снова вычли сумму его цифр, и так делали несколько раз. После 11 таких вычитаний впервые получили 0. Найдите исходное число.

## Итоги главы 2

### Основное свойство дроби

- **Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.**
- **Если числитель и знаменатель дроби разделить на их общий делитель, то получится равная ей дробь.**

### Сокращение дроби

**Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от 1, называют сокращением дроби.**

### Несократимая дробь

**Дробь, числитель и знаменатель которой — взаимно простые числа, называют несократимой.**

### Свойство сокращения дроби

**Если сократить дробь на наибольший общий делитель числителя и знаменателя, то получится несократимая дробь.**

### Общий знаменатель двух дробей

**Общий знаменатель двух дробей — это общее кратное их знаменателей.**

### Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю

**Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:**

**1) найти наименьшее общее кратное знаменателей данных дробей;**

**2) найти дополнительные множители для каждой из дробей, разделив общий знаменатель на знаменатели данных дробей;**

**3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на её дополнительный множитель.**

### Сравнение дробей

**Чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.**

### Сложение и вычитание дробей

Чтобы сложить (вычесть) две дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями.

### Умножение дробей

- Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо её числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменений.
- Произведением двух дробей является дробь, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель — произведению знаменателей.

### Нахождение дроби от числа

Чтобы найти дробь от числа, можно число умножить на эту дробь.

### Нахождение процентов от числа

Чтобы найти проценты от числа, можно представить проценты в виде дроби и умножить число на эту дробь.

### Взаимно обратные числа

Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными.

### Деление дробей

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

### Нахождение числа по заданному значению его дроби

Чтобы найти число по заданному значению его дроби, можно данное значение дроби разделить на эту дробь.

### Нахождение числа по его процентам

Чтобы найти число по его процентам, можно представить проценты в виде дроби и разделить значение процентов на эту дробь.

### Преобразование обыкновенной дроби в десятичную

- Чтобы несократимую дробь $\frac{a}{b}$ преобразовать в десятичную, необходимо привести её к одному из знаменателей 10, 100, 1 000 и т. д.

- Несократимую дробь $\frac{a}{b}$ можно преобразовать в десятичную только тогда, когда разложение знаменателя $b$ на простые множители не содержит чисел, отличных от 2 и 5.
- Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в десятичную, можно её числитель разделить на знаменатель.

### Результат деления одного натурального числа на другое

**При делении натурального числа на натуральное число можно получить один из трёх результатов: натуральное число, конечную десятичную дробь или бесконечную периодическую десятичную дробь.**

### Нахождение десятичного приближения обыкновенной дроби

**Чтобы найти десятичное приближение обыкновенной дроби до нужного разряда, надо:**
**1) выполнить деление до следующего разряда;**
**2) полученную конечную десятичную дробь или бесконечную периодическую десятичную дробь округлить до нужного разряда.**

# Глава 3. Отношения и пропорции

Изучив материал этой главы, вы узнаете, что называют отношением двух чисел; какое равенство называют пропорцией; что такое процентное отношение двух чисел; какие связи между величинами называют прямой и обратной пропорциональными зависимостями; как можно найти вероятность случайного события.

Вы познакомитесь со следующими геометрическими фигурами: окружность, круг, цилиндр, конус, сфера, шар. Научитесь находить длину окружности и площадь круга.

## § 19. Отношения

В русском языке много синонимов. Например, слова

**урок** и **занятие**,
**думать** и **мыслить**,
**учитель** и **педагог**

близки по значению.

Примеров, когда одно и то же понятие имеет разные названия, немало и в математике.

**Вторая степень числа** и **квадрат числа**,
**один процент** величины и **одна сотая** величины,
**луч** и **полупрямая** –

уже знакомые тебе математические синонимы.

Вот ещё один пример такого рода.

**Частное двух чисел $a$ и $b$, отличных от нуля, называют отношением чисел $a$ и $b$, или отношением числа $a$ к числу $b$.**

Например:
$16 : 4$ – отношение числа 16 к числу 4;
$3 : 7$ – отношение числа 3 к числу 7;
$\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$ – отношение числа $\frac{2}{3}$ к числу $\frac{1}{7}$;
$0{,}2 : 0{,}11$ – отношение числа 0,2 к числу 0,11.

В отношении числа $a$ к числу $b$ чи́сла $a$ и $b$ называют **членами отношения**, число $a$ – **предыдущим членом** отношения, а число $b$ – **последующим**.

Отношение двух натуральных чисел $a$ и $b$ можно записать в виде дроби $\frac{a}{b}$. Так же договорились использовать черту дроби и в тех случаях, когда

$a$ и $b$ – дробные числа. Например, отношение 0,3 : 1,2 записывают и так: $\frac{0,3}{1,2}$.

Таким образом, отношение чисел $a$ и $b$ можно записать двумя способами: $\frac{a}{b}$ или $a : b$.

Чаще всего выбор способа записи определяется её компактностью. Например, запись отношения числа $\frac{5}{6}$ к числу $\frac{7}{2}$ в виде $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$ не удобна.

Если $a$ и $b$ – натуральные числа, то, записав их в виде отношения $\frac{a}{b}$, на основании основного свойства дроби можно сделать следующий вывод.

**Отношение не изменится, если его члены умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.**

Это свойство называют **основным свойством отношения**. Оно остаётся справедливым и в тех случаях, когда члены отношения – дробные числа.

Например:

$$\frac{1,2}{2,5}=\frac{1,2\cdot 10}{2,5\cdot 10}=\frac{12}{25};$$

$$\frac{2}{3}:\frac{7}{9}=\left(\frac{2}{3}\cdot 9\right):\left(\frac{7}{9}\cdot 9\right)=6:7;$$

$$1\frac{1}{2}:0,25=\left(1\frac{1}{2}\cdot 4\right):(0,25\cdot 4)=6:1.$$

Эти примеры иллюстрируют следующее: *отношение дробных чисел можно заменить отношением натуральных чисел.*

**Пример 1.** Найдите отношение 3,2 м к 16 см.

Решение. Чтобы найти отношение данных величин, необходимо сначала выразить их в одинаковых единицах измерения, а затем выполнить деление. Имеем: 3,2 м : 16 см = 320 см : 16 см = 20.

Ответ: 20. ◄

**Пример 2.** Замените отношение $\frac{7}{15}:\frac{4}{9}$ отношением натуральных чисел.

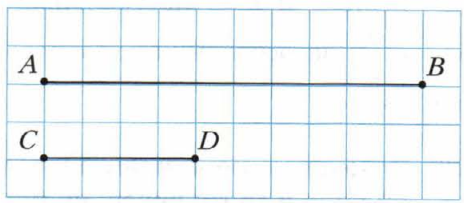
Решение. Умножив каждую из дробей $\frac{7}{15}$ и $\frac{4}{9}$ на их наименьший общий знаменатель — число 45, получим: $\frac{7}{15} : \frac{4}{9} = \left(\frac{7}{15} \cdot 45\right) : \left(\frac{4}{9} \cdot 45\right) = 21 : 20$.

Ответ: 21 : 20. ◄

Часто отношение используют тогда, когда необходимо сравнить две величины. На рисунке 12 изображены два отрезка: $AB = 5$ см, $CD = 2$ см. Отношение длины отрезка $AB$ к длине отрезка $CD$ равно $5 : 2$ или 2,5. Это отношение показывает, что длина отрезка $AB$ в 2,5 раза больше длины отрезка $CD$ или длина отрезка $AB$ составляет $\frac{5}{2}$ длины отрезка $CD$.

Отношение длины отрезка $CD$ к длине отрезка $AB$ равно $2 : 5$. Это отношение показывает, что длина отрезка $CD$ составляет $\frac{2}{5}$ длины отрезка $AB$.

Рис. 12




**Отношение чисел $a$ и $b$ показывает, во сколько раз число $a$ больше числа $b$ или какую часть число $a$ составляет от числа $b$.**

Приведём ещё примеры использования отношений:

- *скорость* — отношение длины пройденного пути ко времени, за которое пройден этот путь;
- *цена* — отношение стоимости товара к количеству единиц его измерения (килограммов, литров, метров, коробок и др.);
- *плотность* — отношение массы вещества к его объёму;
- *производительность труда* — отношение объёма выполненной работы ко времени, за которое выполняется эта работа.

При составлении планов и географических карт участки земной поверхности изображают на бумаге в уменьшенном виде. Важно, чтобы при этом полученный рисунок давал представление о реальных размерах изображённой на нём местности. Для этого на карте (плане) указывают отношение, показывающее, во сколько раз длина отрезка на рисунке меньше длины соответствующего отрезка на местности. Это отношение называют **масштабом** карты (плана).

На рисунке 13 изображена карта, масштаб которой равен 1 : 5 000 000. Это означает, что 1 см на карте соответствует 5 000 000 см на местности, что составляет 50 км. Чтобы с помощью этой карты определить расстояние от Салехарда до Надыма, надо измерить расстояние между точками, изображающими указанные города. Полученную величину (5,8 см) следует умножить на 5 000 000. Тогда искомое расстояние будет 29 000 000 см = 290 км.

Рис. 13


1. Что называют отношением двух чисел?
2. Как можно записать отношение чисел $a$ и $b$?
3. Назовите в отношении $m : n$ последующий и предыдущий члены.
4. В чём состоит основное свойство отношения?
5. Что показывает отношение двух чисел?
6. Какие вы знаете величины, являющиеся отношением двух других величин?
7. Объясните, что такое масштаб.

## Решаем устно

**1.** Чему равно частное чисел:

1) 54 и 6; 3) $\frac{3}{14}$ и $\frac{2}{7}$; 5) 8 и 11;

2) 0,4 и 5; 4) 6 и 9; 6) 3 и $\frac{1}{3}$?

**2.** Во сколько раз:
1) 24 больше, чем 3;
2) 0,2 меньше, чем 1,8?

**3.** Какую часть:
1) число 7 составляет от числа 21;
2) число 0,3 составляет от числа 6?

**4.** Замените дробь $\frac{3}{5}$ равной ей дробью:

1) со знаменателем 10, 15, 45;
2) с числителем 12, 15, 36.

## Упражнения

**576.** Запишите с помощью знака деления «:» отношение чисел:

1) 7 и 3; 2) 4 и 28; 3) 2,1 и 3,4; 4) $2\frac{1}{3}$ и $7\frac{3}{5}$.

**577.** Запишите с помощью черты дроби отношение чисел:

1) 13 и 50; 2) 5 и 2; 3) 8 и 4,6; 4) $\frac{7}{9}$ и $\frac{2}{3}$.

**578.** Найдите отношение:

1) 1,8 : 5,4;
2) 2,4 : 0,08;
3) 3,5 : 49;
4) 9,6 : 0,16;
5) 3 дм : 5 см;
6) 8 м : 1 км;
7) 12 м : 1,8 км;
8) 24 кг : 480 г;
9) 360 г : 5,4 кг;
10) 14,4 дм : 160 см;
11) 1 ч : 24 мин;
12) 78 см$^2$ : 2,6 дм$^2$.

**579.** Найдите отношение:

1) 45 к 5;
2) 4 к 24;
3) $2\frac{1}{7}$ к $1\frac{11}{14}$;
4) 4,8 к 0,12;
5) 1,8 м к 30 см;
6) 1 кг к 125 г.

**580.** В спортивных соревнованиях участвовали 72 школьника, среди которых было 18 девочек. Во сколько раз всех участников соревнований было больше, чем девочек? Какую часть всех участников составляли девочки?

**581.** В сплаве, масса которого равна 250 кг, содержится 20 кг меди. Во сколько раз масса сплава больше, чем масса меди, содержащейся в нём? Какую часть сплава составляет медь?

**582.** Равны ли отношения:

1) 16 : 4 и 0,8 : 0,2;
2) $\frac{34}{85}$ и $\frac{27}{45}$;
3) 0,3 : 0,06 и $1\frac{1}{7} : \frac{4}{21}$;
4) $\frac{4,2}{0,7}$ и $\frac{9}{1,5}$?

**583.** Во сколько раз расстояние на карте меньше расстояния на местности, если масштаб карты 1 : 200 000?

**584.** Во сколько раз расстояние на местности больше расстояния на карте, если масштаб карты 1 : 40 000?

**585.** Расстояние между городами Париж и Тулуза на карте, масштаб которой 1 : 9 000 000, равно 6,7 см. Вычислите расстояние между этими городами на местности.

**586.** Расстояние между городами Яблоневое и Грушёвое равно 240 км. Каким будет расстояние между этими городами на карте с масштабом 1 : 600 000?

**587.** Расстояние между городами Зеленогорский и Синеозёрный равно 320 км. Каким будет расстояние между этими городами на карте с масштабом 1 : 4 000 000?

**588.** Замените данное отношение отношением натуральных чисел:

1) $1 : \frac{3}{8}$;
2) $\frac{5}{12} : \frac{17}{18}$;
3) $\frac{3}{4} : \frac{5}{18}$;
4) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$.

**589.** Замените отношение дробных чисел отношением натуральных чисел:

1) $\frac{4}{9} : \frac{11}{9}$;
2) 0,8 : 0,03;
3) $2\frac{5}{8} : 3\frac{1}{6}$;
4) $3\frac{1}{2} : 3{,}6$.

**590.** Увеличится или уменьшится отношение и во сколько раз, если:

1) предыдущий член увеличить в 4 раза;
2) последующий член увеличить в 2,4 раза;
3) предыдущий и последующий члены увеличить в 10 раз;
4) последующий член увеличить в 7 раз, а предыдущий уменьшить в 3 раза;
5) предыдущий член уменьшить в 9 раз, а последующий – в 4,5 раза?

**591.** Увеличится или уменьшится отношение и во сколько раз, если:

1) предыдущий член уменьшить в 5 раз;
2) последующий член уменьшить в 6 раз;
3) предыдущий член увеличить в 9 раз, а последующий уменьшить в 2 раза;
4) последующий и предыдущий члены увеличить соответственно в 4 и 12 раз?

**592.** Расстояние между двумя городами на местности равно 435 км, а на карте – 14,5 см. Найдите масштаб карты.

**593.** Расстояние между двумя городами на местности равно 120 км, а на карте – 7,5 см. Найдите масштаб карты.

**594.** Размеры участка прямоугольной формы составляют 48 м и 30 м. Начертите в тетради план этого участка в масштабе 1 : 600.

**595.** На плане, масштаб которого равен 1 : 15 000, длина прямоугольного участка равна 12 см, а ширина – 8 см. Сколько пшеницы надо, чтобы засеять этот участок, если на 1 га земли высевают 0,24 т семян?

**596.** Расстояние между селениями Приречное и Приозёрное на местности составляет 288 км, а на карте – 9,6 см. Какое расстояние между селениями Кленовое и Калиновое на этой же карте, если расстояние на местности между ними равно 324 км?

**597.** Расстояние между сёлами Рябиновка и Ольшанка на местности равно 98 км, а на карте – 4,9 см. Расстояние между сёлами Крапивня и Камышовое на этой же карте равно 7,6 см. Какое расстояние между сёлами Крапивня и Камышовое на местности?

### Упражнения для повторения

**598.** Число 414 кратно числу 18. Найдите:
1) три числа, следующих за 414 и кратных 18;
2) два числа, предыдущих 414 и кратных 18.

**599.** Петя и Дима, работая вместе, могут прополоть огород за 2,4 ч. Петя может сделать это самостоятельно за 4 ч. Сколько времени требуется Диме, чтобы самостоятельно прополоть огород?

**600.** Найдите значение выражения:

$$\left(2{,}04 : \frac{1}{25} - 36{,}1 : \frac{19}{20}\right) \cdot \frac{5}{13} - 0{,}6 : 0{,}9.$$

### Задача от мудрой совы

**601.** Витя купил тетрадь объёмом 96 листов и пронумеровал все страницы по порядку от 1 до 192. Вася вырвал из этой тетради 35 листов и сложил все 70 чисел, которые на них были написаны. Могла ли полученная сумма быть равной 3 500?

## § 20. Пропорции

Поскольку 3,6 : 0,9 = 4 и 1,2 : 0,3 = 4, то верным является равенство 3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3, которое называют **пропорцией** (от лат. *proportio* – «соизмеримость»).

**Равенство двух отношений называют пропорцией.**

В буквенном виде пропорцию можно записать так:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Приведённые записи читают: «отношение $a$ к $b$ равно отношению $c$ к $d$», или «$a$ относится к $b$, как $c$ относится к $d$».

Числа $a$ и $d$ называют **крайними членами пропорции**, а числа $b$ и $c$ – **средними членами пропорции.**

Средние члены пропорции

$$a : b = c : d$$

Крайние члены пропорции

Крайние члены пропорции

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Средние члены пропорции

В пропорции $3{,}6 : 0{,}9 = 1{,}2 : 0{,}3$ числа $3{,}6$ и $0{,}3$ — крайние члены, числа $0{,}9$ и $1{,}2$ — средние члены.

Заметим, например, что отношения $2 : 4$ и $3 : 9$ не равны, поэтому образовать пропорцию они не могут.

Для пропорции $\frac{1{,}5}{2} = \frac{3}{4}$ рассмотрим произведение крайних членов $1{,}5 \cdot 4$ и произведение средних членов $2 \cdot 3$. Эти произведения равны. Такое свойство присуще любой пропорции.

**Произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов.**

Это означает:

$$\text{если } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}\text{, то } ad = bc$$

Это свойство называют **основным свойством пропорции**.

Верно и следующее утверждение.

**Если $a$, $b$, $c$ и $d$ — числа, отличные от нуля, и $ad = bc$, то отношения $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ равны и могут образовать пропорцию $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.**

Приведённое свойство даёт возможность устанавливать равенство двух отношений, не находя их значений. Например, чтобы установить, образуют ли отношения $0{,}25 : \frac{50}{7}$ и $1{,}4 : 40$ пропорцию, достаточно проверить, равны ли произведения $0{,}25 \cdot 40$ и $\frac{50}{7} \cdot 1{,}4$.

Получаем: $0{,}25 \cdot 40 = 10$; $\frac{50}{7} \cdot 1{,}4 = 10$. Итак, имеем пропорцию $0{,}25 : \frac{50}{7} = 1{,}4 : 40$.

Также отметим, что *из равенства* $ad = bc$ *следуют, например, и такие пропорции:* $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

**Пример 1.** Найдите неизвестный член пропорции $9 : x = 3 : 7$.
Решение. Используя основное свойство пропорции, запишем:
$3 \cdot x = 9 \cdot 7$.
Отсюда $x = \frac{9 \cdot 7}{3} = 21$.
Ответ: 21. ◄

**Пример 2.** Сколько стоит 3,2 м ткани, если за 4,2 м этой ткани заплатили 63 р.?

Решение. Пусть 3,2 м ткани стоят $x$ р. Запишем кратко условие задачи в следующем виде:

3,2 м – $x$ р.;

4,2 м – 63 р.

Отношения $\frac{x}{3,2}$ и $\frac{63}{4,2}$ равны, поскольку каждое из них показывает, сколько стоит 1 м данной ткани.

Тогда составим пропорцию: $\frac{x}{3,2} = \frac{63}{4,2}$.

Отсюда $x = \frac{3,2 \cdot 63}{4,2} = \frac{3,2 \cdot 3}{0,2} = 16 \cdot 3 = 48$.

Ответ: 48 р. ◄

**Пример 3.** Олово производят из минерала, который называют касситеритом. Сколько тонн олова получат из 25 т касситерита, если он содержит 78 % олова?

Решение. Пусть получат $x$ т олова. Взяв массу минерала за 100 %, запишем кратко условие задачи:

25 т – 100 %;

$x$ т – 78 %.

Отношения $\frac{25}{100}$ и $\frac{x}{78}$ равны, поскольку каждое из них показывает, сколько тонн составляет 1 %.

Тогда составим пропорцию: $\frac{25}{100} = \frac{x}{78}$.

Отсюда $x = \frac{78 \cdot 25}{100} = 19,5$.

Ответ: 19,5 т. ◄

Обратим внимание, что составление пропорций – ещё один способ решения задач на проценты.

**1.** Что называют пропорцией?

**2.** Как в равенстве $m : n = k : p$ называют числа $m$ и $p$? $n$ и $k$?

**3.** В чём состоит основное свойство пропорции?

**4.** Как проверить, образуют ли отношения $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ пропорцию?

## Решаем устно

**1.** Найдите отношение:
1) $14 : 7$; 3) $0{,}6 : 0{,}5$; 5) 4 м : 80 см;
2) $7 : 14$; 4) $0{,}5 : 0{,}6$; 6) 1,5 м : 40 см.

**2.** Равны ли отношения:
1) $9 : 4{,}5$ и $21 : 10{,}5$; 2) $6 : 18$ и $8 : 24$?

**3.** Сколько получилось пачек творога, если $8\frac{1}{2}$ кг творога расфасовали в пачки по $\frac{1}{4}$ кг?

**4.** Назовите три дроби, каждая из которых равна: 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{4}{7}$.

**5.** Турист прошёл половину всего пути и ещё 3 км. После этого ему осталось пройти 2 км. Сколько всего километров должен был пройти турист?

## Упражнения

**602.** Прочитайте пропорцию, назовите её крайние и средние члены:
1) $5 : 3 = 20 : 12$; 3) $\frac{18}{63} = \frac{16}{56}$; 5) $x : 9 = 2 : 23$;
2) $13 : 4 = 39 : 12$; 4) $\frac{16}{12} = \frac{68}{51}$; 6) $\frac{8}{y} = \frac{64}{15}$.

**603.** Запишите в виде пропорции утверждение:
1) 2 относится к 7, как 6 относится к 21;
2) отношение 7,2 к 0,8 равно отношению 0,09 к 0,01;
3) $\frac{2}{3}$ относится к $1\frac{1}{9}$, как $\frac{4}{21}$ относится к $\frac{20}{63}$.

**604.** Вычислив данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:
1) $2{,}8 : 0{,}7$ и $152 : 38$; 2) $\frac{6}{11} : \frac{3}{22}$ и $\frac{12}{17} : \frac{5}{34}$.

В случае утвердительного ответа запишите эту пропорцию.

**605.** Вычислив данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:
1) $15 : 1{,}8$ и $\frac{15}{16} : \frac{3}{20}$; 2) $5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{16}$ и $1\frac{11}{19} : \frac{35}{38}$.

В случае утвердительного ответа запишите эту пропорцию.

**606.** Не вычисляя данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:

1) $1,6 : 3,6$ и $0,5 : 1,125$; 2) $2\frac{7}{16} : \frac{5}{13}$ и $1\frac{41}{50} : \frac{24}{65}$.

В случае утвердительного ответа запишите эту пропорцию.

**607.** Не вычисляя данные отношения, установите, можно ли из них составить пропорцию:

1) $3,8 : 2,7$ и $5,7 : 4,6$; 2) $3 : 1\frac{7}{8}$ и $\frac{2}{3} : \frac{5}{12}$.

В случае утвердительного ответа запишите эту пропорцию.

**608.** Решите уравнение:

1) $6 : x = 36 : 30$; 3) $4,9 : 0,35 = x : 35$; 5) $\frac{x}{16} = \frac{3}{8}$;

2) $12 : 7 = 3 : x$; 4) $\frac{x}{21} = \frac{9}{14}$; 6) $\frac{108}{90} = \frac{42}{b}$.

**609.** Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x : 5 = 21 : 15$; 3) $4,5 : 0,6 = x : 2,4$;

2) $\frac{12}{x} = \frac{8}{18}$; 4) $\frac{3,4}{5,1} = \frac{1,4}{x}$.

**610.** Решите с помощью пропорции задачу.

1) Для изготовления 8 одинаковых приборов необходимо 18 кг металла. Сколько таких приборов можно изготовить из 27 кг металла?

2) За 5 ч турист прошёл 24 км. Какое расстояние он пройдёт за 8 ч с той же скоростью?

3) Из 140 кг свежих вишен получают 21 кг сушёных. Сколько килограммов сушёных вишен получится из 160 кг свежих? Сколько килограммов свежих вишен необходимо взять, чтобы получить 31,5 кг сушёных?

4) Объём бруска, изготовленного из древесины вишни, равен 800 см$^3$, а его масса – 528 г. Какова масса бруска, изготовленного из этого же материала, если его объём равен 1 500 см$^3$?

5) Из 45 т железной руды выплавляют 25 т железа. Сколько требуется тонн руды, чтобы выплавить 10 т железа?

6) Площадь поля 480 га. Пшеницей засеяли 24 % площади поля. Сколько гектаров земли засеяли пшеницей?

7) За первый час автомобиль проехал 70 км, что составило 14 % всего пути. Сколько километров составляет весь путь?

8) Сплав содержит 12 % цинка. Сколько килограммов цинка содержится в 80 кг сплава?

**611.** Решите с помощью пропорции задачу.

1) На пошив 14 одинаковых костюмов израсходовали 49 м ткани. Сколько таких костюмов можно сшить из 84 м ткани?

2) За 7 ч в бассейн налилось 224 л воды. За какое время в него нальётся 288 л воды?

3) Из 150 кг картофеля получают 27 кг крахмала. Сколько крахмала получат из 420 кг картофеля? Сколько килограммов картофеля необходимо, чтобы получить 30,6 кг крахмала?

4) В саду растёт 320 деревьев, из которых 40 % составляют яблони. Сколько яблонь растёт в саду?

5) Масса соли составляет 24 % массы раствора. Сколько килограммов раствора необходимо взять, чтобы он содержал 96 кг соли?

**612.** 1) Расстояние между двумя городами на карте равно 17 см. Каково расстояние между этими городами на местности, если масштаб карты — 1 : 300 000?

2) Расстояние между двумя посёлками на местности равно 245 км, а на карте — 3,5 см. Найдите масштаб карты.

**613.** 1) Расстояние между двумя городами на местности равно 240 км. Какое расстояние между ними на карте, масштаб которой 1 : 6 000 000?

2) Расстояние между городами $A$ и $B$ на местности равно 315 км, а на карте — 4,2 см. Какое расстояние между городами $C$ и $D$ на этой карте, если расстояние на местности между ними составляет 135 км?

**614.** Используя данные числа, составьте пропорцию:

1) 12; 7; 42; 2; 2) 0,2; 1,6; 0,72; 0,09.

**615.** Составьте все возможные пропорции, которые следуют из равенства $4 \cdot 9 = 18 \cdot 2$.

**616.** Используя пропорцию $2 : 14 = 5 : 35$, запишите ещё три пропорции.

**617.** Найдите отношение $a$ к $b$, если:

1) $\frac{b}{a} = \frac{3}{7}$; 2) $\frac{16}{b} = \frac{9}{a}$.

**618.** Найдите отношение $a$ к $b$, если:

1) $\frac{a}{39} = \frac{b}{8}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{6}{b}$.

**619.** Решите уравнение:

1) $\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2x-1}{3} = \frac{1}{2}$; 5) $2{,}5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$;

2) $\frac{2}{x-0{,}4} = \frac{1}{0{,}4}$; 4) $\frac{3}{4} = \frac{x-1}{3{,}2}$; 6) $36 : 35 = \frac{1}{5}x : \frac{1}{12}$.

**620.** Решите уравнение:

1) $7\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} = x : \frac{3}{25}$; 3) $\frac{y-5}{6} = \frac{4}{3}$; 5) $\frac{5}{6} = \frac{15}{2x-3}$;

2) $\frac{24}{x+2} = \frac{1}{5}$; 4) $\frac{2}{5} = \frac{6}{x+3}$; 6) $12 : \frac{4}{5}x = 20 : \frac{1}{4}$.

**621.** Чтобы сварить четыре порции манной каши, нужно 220 г манной крупы, 960 г молока и 50 г сахара. Сколько необходимо взять продуктов каждого вида, чтобы сварить 18 порций каши?

**622.** Чтобы получить 120 кг мельхиора, необходимо сплавить 18 кг никеля, 24 кг цинка, а остальное – медь. Сколько килограммов каждого металла необходимо взять, чтобы получить 164 кг мельхиора?

**623.** Нарушится ли пропорция, если:

1) оба члена одного из отношений умножить на 8;

2) оба члена одного отношения разделить на 2, а оба члена другого отношения умножить на 5;

3) оба средних члена разделить на 3,6?

**624.** Нарушится ли пропорция, если:

1) оба члена одного из отношений разделить на 4;

2) оба крайних члена умножить на 10;

3) один из её крайних членов и один из средних членов умножить на 6?

**625.** Докажите, что если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то:

1) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$;  2) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.

**626.** Девять кокосов стоят столько дублонов, сколько кокосов можно купить за 1 дублон. Сколько стоят 15 кокосов?

## Упражнения для повторения

**627.** Во сколько раз число: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) 0,6 меньше обратного ему числа?

**628.** Из сёл Заречное и Заозёрное одновременно навстречу друг другу вышли два мальчика и встретились через 10 мин после начала движения. Затем мальчики продолжили движение в тех же направлениях, и один из них пришёл в Заозёрное через 8 мин после встречи. Через сколько минут после своего выхода из Заозёрного второй мальчик придёт в Заречное?

**629.** Найдите значение выражения:

1) $\left(3\frac{1}{3} + 2{,}5\right) \cdot \left(4{,}6 - 2\frac{1}{3}\right)$;  2) $\left(4{,}5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6{,}75\right) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^3$.

## Готовимся к изучению новой темы

**630.** В саду растёт 56 деревьев, из них 14 деревьев составляют яблони. Какую часть деревьев сада составляют яблони?

**631.** В саду растёт 56 деревьев, из них 14 деревьев составляют яблони, а остальные деревья – груши. Какую часть от количества груш составляют количество яблонь?

### Задача от мудрой совы

**632.** На столе лежат четыре чёрные палочки разной длины, причём сумма их длин равна 40 см, и пять белых палочек, сумма длин которых также равна 40 см. Можно ли разрезать те и другие палочки так, чтобы потом расположить их парами, в каждой из которых длины палочек будут одинаковыми, а цвета разными?

## § 21. Процентное отношение двух чисел

Всем нам приходилось пить чай из чашек разного размера, при этом сахар каждый добавляет по своему вкусу, добиваясь привычного ощущения сладости независимо от ёмкости посуды. Например, если вы каждое утро выпиваете 250 г чая, в котором растворено три ложки сахара, т. е. 30 г сахара, то отношение $\frac{30}{250}$, равное $\frac{3}{25}$, и будет характеризовать ваш «сахарный вкус».

Число $\frac{3}{25}$ показывает, какую часть от массы напитка составляет масса сахара. А если вы захотите выпить 400 г чая, то, чтобы он был привычного вкуса, в нём должно быть растворено $400 \cdot \frac{3}{25} = 48$ (г) сахара.

Выразим отношение $\frac{3}{25}$ в процентах: $\frac{3}{25} = 0{,}12 = 12\ \%$. Число 12 показывает, сколько процентов в выпитом чае составляет сахар. Это число называют **процентным отношением** массы сахара к массе чая.

**Процентное отношение двух чисел — это их отношение, выраженное в процентах.**
**Процентное отношение показывает, сколько процентов одно число составляет от другого.**

Например, если в 6 классе учатся 12 девочек и 20 мальчиков, то процентное отношение количества девочек к количеству мальчиков равно $\frac{12}{20} \cdot 100 = 60$ (%). Оно показывает, что количество девочек составляет 60 % от количества мальчиков.

А вот число $\frac{20}{12} \cdot 100 = 166\frac{2}{3}$ (%) показывает, что количество мальчиков составляет $166\frac{2}{3}$ % от количества девочек.

Число $\frac{20}{32} \cdot 100 = 62{,}5$ (%) показывает, какой процент составляет количество мальчиков от количества учащихся всего класса.

**Чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо их отношение умножить на 100 и к результату дописать знак процента.**

При решении задач на процентное отношение, кроме этого правила, можно использовать пропорции.

**Пример 1.** В парке растёт 400 деревьев, из них 96 – ели. Сколько процентов всех деревьев парка составляют ели?

Решение. Пусть ели составляют $x$ %. Запишем кратко условие задачи в таком виде:

400 деревьев – 100 %;

96 деревьев – $x$ %.

Отношения $\frac{400}{100}$ и $\frac{96}{x}$ равны, поскольку каждое из них показывает, сколько деревьев приходится на 1 %.

Тогда: $\frac{96}{x} = \frac{400}{100}$; $x = \frac{96 \cdot 100}{400} = 24$.

Ответ: 24 %. ◄

**Пример 2.** Стоимость товара возросла со 150 р. до 240 р. На сколько процентов увеличилась стоимость товара?

Решение. Пусть новая стоимость товара составляет $x$ % относительно начальной стоимости. Тогда кратко условие задачи можно записать так:

150 р. – 100 %;

240 р. – $x$ %.

Тогда: $\frac{240}{x} = \frac{150}{100}$; $x = \frac{240 \cdot 100}{150} = 160$.

Получаем 160 – 100 = 60 (%) – составляет увеличение стоимости товара.

Ответ: на 60 %. ◄

1. Что такое процентное отношение двух чисел?
2. Что показывает процентное отношение двух чисел?
3. Сформулируйте правило нахождения процентного отношения двух чисел.

### Решаем устно

**1.** Выразите в процентах:
1) 0,02; 2) 0,2; 3) 2; 4) 0,002.

**2.** В магазине было 600 кг капусты. Продали 40 % капусты.
1) Сколько килограммов капусты продали?
2) Сколько процентов всей капусты осталось в магазине?

**3.** В коробке лежат 20 шаров, из них восемь шаров белые, а остальные – синие. Какую часть всех шаров составляют: 1) белые шары; 2) синие шары? Какую часть количество белых шаров составляет от количества синих? Какую часть количество синих шаров составляет от количества белых?

**4.** У Саши и Димы было по 12 яблок. Сначала Саша отдал Диме 50 % своих яблок, а потом Дима отдал Саше 50 % яблок, которые у него оказались. У кого из мальчиков яблок стало больше и на сколько?

### Упражнения

**633.** Сколько процентов числа составляет его: 1) половина; 2) четверть; 3) десятая часть; 4) пятая часть?

**634.** Сколько процентов составляет:
1) число 4 от числа 8;
2) число 2 от числа 10;
3) число 12 от числа 48;
4) число 45 от числа 300;
5) число 64 от числа 400;
6) число 138 от числа 120?

**635.** Сколько процентов число 40 составляет от числа:
1) 100; 2) 80; 3) 160; 4) 10?

**636.** 1) Вика прочитала 169 страниц книги, в которой 260 страниц. Сколько процентов страниц книги прочитала Вика?
2) У Маши было 340 р. За 238 р. она купила подарок маме. Какой процент денег истратила Маша на подарок?
3) Найдите процент содержания олова в руде, если 80 т этой руды содержит 6,4 т олова.
4) За каникулы Витя планировал решить 60 задач по математике, а решил 102 задачи. На сколько процентов Витя выполнил «план по решению задач»?
5) Определите процент содержания сахара в растворе, если 250 г раствора содержит 115 г сахара.

**637.** 1) Из 36 учеников 6 класса девять учащихся получили за контрольную работу по математике оценку «5». Сколько процентов учащихся получили оценку «5»?

2) Найдите процент содержания соли в растворе, если 400 г раствора содержит 34 г соли.

3) Посеяли 240 семян, из которых взошло 228. Найдите процент всхожести семян.

**638.** На сколько процентов изменилось значение величины, если она изменилась:

1) от 3 кг до 6 кг;
2) от 2 м до 3 м;
3) от 40 к. до 70 к.;
4) от 80 м до 72 м;
5) от 100 р. до 115 р.;
6) от 60 мин до 42 мин?

**639.** 1) Цена товара выросла со 140 р. до 175 р. На сколько процентов повысилась цена товара?

2) Цена товара снизилась со 175 р. до 140 р. На сколько процентов снизилась цена товара?

**640.** Известно, что 380 кг руды первого вида содержит 68,4 кг железа, а 420 кг руды второго вида — 96,6 кг железа. В какой руде, в первого или второго вида, выше процентное содержание железа?

**641.** Известно, что 280 г первого раствора содержит 98 г соли, а 220 г второго раствора — 88 г соли. В каком растворе, первом или втором, выше процентное содержание соли?

**642.** По данным на первое полугодие 2009 г., общая численность населения Российской Федерации составляла 141,91 млн человек, из них 103,71 млн — жители городов. Сколько процентов всего населения России составляет городское население? Ответ округлите до десятых.

**643.** Костюм стоил 1 800 р. Сначала его цену повысили на 20 %, а потом новую цену снизили на 10 %. Какой стала цена костюма после этих изменений? На сколько процентов изменилась начальная цена костюма?

**644.** Шкаф стоил 2 400 р. Сначала его цену снизили на 10 %, а потом новую цену повысили на 25 %. Какой стала цена шкафа после этих изменений? На сколько процентов изменилась начальная цена шкафа?

**645.** С 1995 по 2008 г. количество профессиональных театров в России возросло на 116, и в 2008 г. их было уже 586. На сколько процентов увеличилось количество профессиональных театров за указанный период? Ответ округлите до десятых.

**646.** К сплаву массой 600 г, содержавшему 20 % меди, добавили 40 г меди. Каким стало процентное содержание меди в новом сплаве?

**647.** Было 300 г 6%-го раствора соли. Через некоторое время 60 г воды испарилось. Каким стало процентное содержание соли в растворе?

**648.** К 620 г 40%-го раствора соли долили 180 г воды. Найдите процентное содержание соли в новом растворе.

**649.** Количество клёнов составляет 40 % от количества дубов, растущих в парке. Сколько процентов составляет количество дубов от количества клёнов?

**650.** На сколько процентов увеличится число при увеличении его в 2,4 раза?

**651.** На сколько процентов уменьшится число при уменьшении его в 2,5 раза?

**652.** Мальчик купил две книги. Одна книга была на 50 % дороже другой. На сколько процентов вторая книга дешевле первой?

**653.** Число $x$ составляет 1 % от числа $y$. Как надо изменить число $y$, чтобы число $x$ составило от него 2 %?

**654.** К числам 100 и 1 000 дописали справа цифру 1. Какое из чисел увеличилось на большее количество процентов?

**655.** К некоторому числу прибавили 10 % этого числа, а затем вычли 10 % суммы и получили 990. Найдите это число.

## Упражнения для повторения

**656.** Найдите числа, которых недостаёт в цепочке вычислений:

$$\boxed{\phantom{00}} \xrightarrow{+\frac{1}{4}} \frac{5}{8} \xrightarrow{\cdot 1\frac{23}{25}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \_\_\_} 11 \xrightarrow{- \_\_\_} \boxed{1\frac{7}{18}}$$

**657.** Из городов Солнечный и Счастливый одновременно навстречу друг другу отправились пешеход и велосипедист, которые встретились через 2 ч после начала движения. Через 4 ч после встречи пешеход прибыл в город Счастливый. Сколько времени затратил велосипедист на путь из Счастливого в Солнечный?

## Готовимся к изучению новой темы

**658.** Сторона первого квадрата равна 3 см, а второго – 6 см. Во сколько раз:

1) сторона второго квадрата больше стороны первого;
2) периметр второго квадрата больше периметра первого;
3) площадь второго квадрата больше площади первого?

**659.** Вычислите значение $y$ по формуле $y = 0,2x$, если: 1) $x = 5$; 2) $x = 1,2$. Найдите, используя данную формулу, значение $x$, если $y = 4$.

## Задача от мудрой совы

**660.** Из пункта $A$ в 6 ч утра вышел турист. Вечером он дошёл до пункта $B$ и, переночевав, снова в 6 ч утра отправился в пункт $A$. Докажите, что на маршруте есть такой пункт $C$, в котором турист оказался в одно и то же время как в первый, так и во второй день (скорость туриста на маршруте могла меняться).

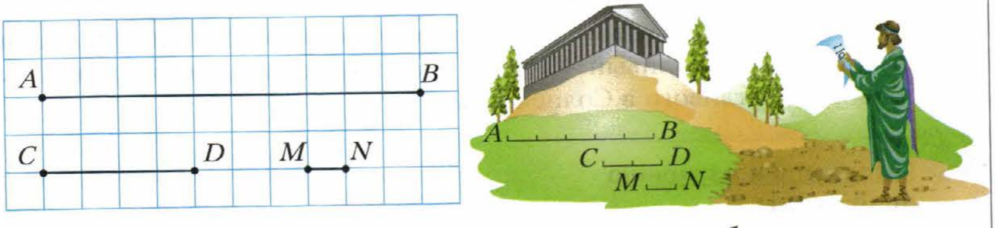
## Когда сделаны уроки

### Как найти «золотую середину»

Представьте, что из нашей жизни исчезли дробные числа. Как тогда измерять расстояния, находить площадь, объём, массу? Ведь не все величины можно измерить, пользуясь лишь натуральными числами. Сейчас трудно в это поверить, но учёные Древней Греции сознательно отказались от дробей.

Сравнивая отрезки $AB$ и $CD$ (рис. 14, *а*), вы, например, можете сказать, что отрезок $AB$ в 2,5 раза больше отрезка $CD$. Запрет на дроби не даёт возможности сравнивать отрезки таким образом: ведь числá 2,5 как будто не существует. В Древней Греции поступали так: подбирали такой отрезок $MN$, который целое число раз укладывался как в отрезке $AB$, так и в отрезке $CD$ (рис. 14, *б*). Из этого делали следующий вывод: длины отрезков $AB$ и $CD$ относятся как 5 к 2. При этом отношение не считали числом, а рассматривали как самостоятельный объект.

**Рис. 14**




а б

Недостатки этого подхода очевидны. Вы, конечно, понимаете, что не для любых отрезков $AB$ и $CD$ легко отыскать такой отрезок $MN$, который обладает вышеописанным свойством. В старших классах вы узнаете, что не для любой пары отрезков существует третий отрезок, который укладывается в каждом из данных целое число раз. Два отрезка, для которых такого третьего отрезка не существует, называют несоизмеримыми. В 8 классе вы сможете доказать, что если $ABCD$ – квадрат (рис. 15), то отрезки $AB$ и $AC$ несоизмеримы. Отрезки на рисунке 14 являются соизмеримыми, так как отрезок, длина которого равна стороне клетки, укладывается в отрезках $AB$ и $CD$ целое число раз. Пропорция $AB : CD = 5 : 2$ означает, что отрезки $AB$ и $CD$ соизмеримы. Напомним, что слово «пропорция» происходит от латинского *proportio*, что означает «соизмеримость».

С числами можно выполнять арифметические действия. Если же отношения не считать числами, то всё равно необходимо научиться ими както оперировать. Так в Древней Греции возникло учение об отношениях, а следовательно, и о пропорциях.

Эту теорию развили довольно глубоко. Например, из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ древнегреческие математики умели получать такие пропорции:

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}; \quad \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Людей всегда интересовало, что является основой красоты, порядка, гармонии, почему некоторые предметы, созданные как природой, так и человеком, привлекают внимание, радуют глаз и даже вызывают восхищение.

Приблизительно сто лет назад был проведён следующий эксперимент. Нарисовали десять разных прямоугольников. Каждому опрошенному предложили выбрать среди них один самый приятный для глаз. В этом «конкурсе красоты» с большим отрывом «победил» прямоугольник, отношение сторон которого приближённо равно 0,618 (рис. 16). И это не случайно! Ведь ещё в древности с этим отношением люди связывали своё представление о красоте и гармонии. Греческие скульпторы хорошо знали о соответствии правильных пропорций человеческого тела этому магическому числу. И не зря античные зодчие использовали его в своих бессмертных творениях. Так, отношение высоты Парфенона, храма в Афинах, построенного в V в. до н. э. (рис. 17), к его длине приближённо равно 0,618.

**Рис. 15**

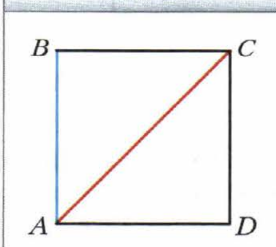



**Рис. 16**

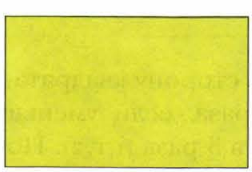
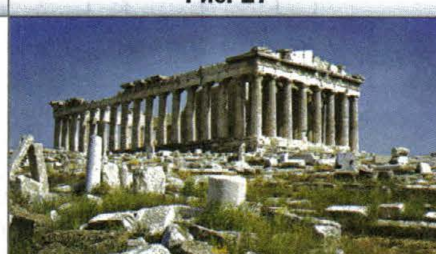


**Рис. 17**



Гений эпохи Возрождения Леонардо да Винчи полагал, что среди многих отношений, которые использует Творец, существует одно, единственное и неповторимое. Именно его он назвал **«золотым сечением»**.

На отрезке $AB$ (рис. 18) точка $M$ отмечена так, что выполняется пропорция $\frac{AM}{AB} = \frac{MB}{AM}$, т. е. длина большей части отрезка относится к длине всего отрезка так, как длина меньшей части к длине большей части. Оказывается, что каждое из отношений, входящих в эту пропорцию, приближённо равно 0,618. Точка $M$ не делит отрезок $AB$ пополам, но именно её называют «золотой серединой».

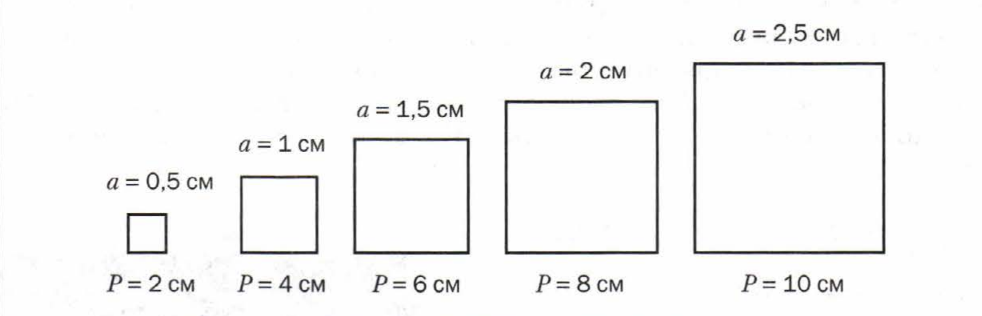
Рис. 18


## § 22. Прямая и обратная пропорциональные зависимости

Периметр $P$ квадрата со стороной, равной $a$, вычисляют по формуле $P = 4a$. Например, если $a = 2$ см, то $P = 4 \cdot 2 = 8$ (см).

Если изменяется длина стороны квадрата, то изменяется и его периметр. В таких случаях говорят, что периметр и сторона квадрата являются **переменными величинами**, причём величина $P$ (периметра) **зависит** от величины $a$ (длины стороны). Эта зависимость наглядно представлена на рисунке 19.

Рис. 19




Заметим, что если увеличить сторону квадрата, например, в 2 раза, то и его периметр увеличится в 2 раза; если уменьшить сторону квадрата в 3 раза, то периметр уменьшится в 3 раза и т. п. Понятно, что увеличение (уменьшение) периметра в несколько раз приводит к соответствующему увеличению (уменьшению) стороны квадрата.

**Две переменные величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.**

Так, величины $P$ и $a$ прямо пропорциональны. Можно также сказать, что *величина $P$ прямо пропорциональна величине $a$* или *зависимость между величинами $P$ и $a$ является прямой пропорциональностью.*

Приведём пример ещё одной прямой пропорциональной зависимости.

Пусть турист движется со скоростью 5 км/ч. Тогда путь $s$, пройденный за время $t$, вычисляют по формуле $s = 5t$. Величины $s$ и $t$ прямо пропорциональны. Этот факт подтверждает таблица соответствующих значений времени и пути, пройденного туристом.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$ — время движения туриста, ч | 1 | 1,5 | 2 | 2,2 | 3 | 3,4 |
| $s$ — путь, пройденный за время $t$, км | 5 | 7,5 | 10 | 11 | 15 | 17 |

Рассмотрим отношения 5 : 1; 7,5 : 1,5; 10 : 2; 11 : 2,2; 15 : 3; 17 : 3,4. Все они равны 5, т. е.

$$\frac{5}{1} = \frac{7,5}{1,5} = \frac{10}{2} = \frac{11}{2,2} = \frac{15}{3} = \frac{17}{3,4} = 5.$$

Эти равенства иллюстрируют свойство переменных величин, которые находятся в прямой пропорциональной зависимости.

**Если две переменные величины прямо пропорциональны, то отношение соответствующих значений этих величин равно одному и тому же, постоянному для данных величин, числу.**

В рассмотренных примерах для величин $P$ и $a$ это число равно 4, а для величин $s$ и $t$ равно 5. Следовательно, соответствующие значения величин $P$ и $a$ удовлетворяют равенству $\frac{P}{a} = 4$, для величин $s$ и $t$ — $\frac{s}{t} = 5$.

Не всякая зависимость между переменными величинами является прямой пропорциональностью.

Рассмотрим пример. Пусть путь из одного села в другое велосипедист проехал за 2 ч, двигаясь со скоростью 7 км/ч, а на обратную дорогу затратил 1 ч, двигаясь со скоростью 14 км/ч. Мы видим, что увеличение скорости в 2 раза привело к уменьшению затраченного времени также в 2 раза. Очевидно, что если бы велосипедист увеличил скорость в 1,5 раза, в 2,5 раза, в 3 раза, в 4 раза, то время движения уменьшилось бы соответственно в 1,5 раза, в 2,5 раза, в 3 раза, в 4 раза. И наоборот, если бы велосипедист уменьшил скорость движения в несколько раз, то во столько же раз увеличилось бы время движения.

В таких случаях говорят, что *скорость и время движения являются обратно пропорциональными величинами* или *зависимость между скоростью и временем движения является обратной пропорциональностью.*

**Две переменные величины называют обратно пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из этих величин в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.**

Приведём ещё пример обратной пропорциональной зависимости.

Пусть стороны прямоугольника равны $a$ см и $b$ см, а его площадь — 24 см$^2$. Величины $a$ и $b$ обратно пропорциональны. Действительно, если одну из сторон прямоугольника увеличить (уменьшить) в несколько раз, то, чтобы площадь его не изменилась, другую сторону надо уменьшить (увеличить) во столько же раз.

Сказанное подтверждает следующая таблица.

| $a$, см | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b$, см | 24 | 12 | 8 | 6 | 2,4 | 4 | 3 |
| Площадь, см$^2$ | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 | 24 |

Рассмотренный пример иллюстрирует свойство переменных величин, которые находятся в обратно пропорциональной зависимости.

**Если две переменные величины обратно пропорциональны, то произведение соответствующих значений этих величин равно одному и тому же для данных величин числу.**

Так, в рассмотренном примере для величин $a$ и $b$ имеем: $ab = 24$.

Отметим, что не всякая зависимость между переменными величинами является прямой или обратной пропорциональностью. Например, площадь квадрата со стороной 2 см равна 4 см$^2$, а со стороной 6 см — 36 см$^2$. Следовательно, при увеличении стороны в 3 раза площадь квадрата увеличилась в 9 раз. Таким образом, зависимость между площадью квадрата и его стороной не является ни прямой пропорциональностью, ни обратной пропорциональностью.

**Пример 1.** Заполните таблицу, если величина $y$ прямо пропорциональна величине $x$.

| $x$ | 0,4 | 0,6 | |
|---|---|---|---|
| $y$ | 1,6 | | 2 |

Решение. Найдём отношение известной пары соответствующих значений величин $x$ и $y$: $\frac{y}{x} = \frac{1,6}{0,4} = 4$. Чтобы заполнить второй столбец таблицы, умножим 0,6 на 4, а чтобы заполнить третий, разделим 2 на 4. Таблица примет вид:

| $x$ | 0,4 | 0,6 | 0,5 |
|---|---|---|---|
| $y$ | 1,6 | 2,4 | 2 |

◄

**Пример 2.** Для перевозки груза необходимо 20 самосвалов грузоподъёмностью 3 т. Сколько нужно самосвалов грузоподъёмностью 5 т, чтобы перевезти этот груз?

Решение. Во сколько раз увеличивается грузоподъёмность одного самосвала, во столько же раз уменьшается их количество при условии, что масса перевозимого груза не изменяется. Поэтому грузоподъёмность одного самосвала и количество самосвалов являются обратно пропорциональными величинами. Грузоподъёмность одного самосвала увеличилась в $5 : 3 = \frac{5}{3}$ раза. Тогда количество самосвалов должно уменьшиться во столько же раз, т. е. в $\frac{5}{3}$ раз. Имеем: $20 : \frac{5}{3} = 20 \cdot \frac{3}{5} = 12$ самосвалов.

Ответ: 12 самосвалов. ◄

**1.** Какие две величины называют прямо пропорциональными?

**2.** Чем характерно отношение соответствующих значений прямо пропорциональных величин?

**3.** Приведите примеры прямо пропорциональных величин.

**4.** Какие две величины называют обратно пропорциональными?

**5.** Чем характерно произведение соответствующих значений обратно пропорциональных величин?

**6.** Приведите примеры обратно пропорциональных величин.

**7.** Приведите примеры величин, не являющихся ни прямо пропорциональными, ни обратно пропорциональными.

## Решаем устно

**1.** Найдите значение выражения $7\frac{1}{2} : a$, если $a = \frac{1}{2}$; 3; 4,5.

**2.** Какую часть числа 8 составляет число 2? Сколько процентов числа 8 составляет число 2?

**3.** Сколько процентов число $\frac{1}{4}$ составляет от числа, ему обратного?

**4.** Сколько процентов число 10 составляет от числа, являющегося его: 1) квадратом; 2) кубом?

## Упражнения

**661.** За некоторое время поезд прошёл 320 км. Какое расстояние пройдёт поезд за то же время, если его скорость:
1) увеличить в 3 раза; 2) уменьшить в 4 раза?

**662.** Площадь прямоугольника равна 60 см$^2$. Какой станет его площадь, если ширина останется без изменений, а длину:
1) увеличить в 5 раз; 2) уменьшить в 12 раз?

**663.** За несколько метров ткани заплатили 540 р. Сколько надо было бы заплатить за такую ткань, если бы её купили:
1) в 6 раз меньше; 2) в 2 раза больше?

**664.** Двое рабочих изготовили за некоторое время 24 детали.
1) Скольким рабочим необходимо работать, чтобы за то же время изготовить 48 деталей? 120 деталей?
2) Сколько деталей изготовят эти двое рабочих за время в 3 раза большее? В 4 раза меньшее?
Дайте ответы на поставленные вопросы, считая, что производительность труда всех рабочих одинакова.

**665.** В таблице приведены соответствующие значения величин $x$ и $y$. Установите, являются ли эти величины прямо пропорциональными.

1)

| $x$ | 2 | 6 | 7 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 6 | 18 | 21 | 27 |

2)

| $x$ | 0,4 | 1,6 | 2,3 | 3,1 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0,8 | 3,6 | 4,6 | 6,2 |

3)

| $x$ | 1,2 | 2,4 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | 2 | 5 | 6 |

4)

| $x$ | 1 | $\frac{3}{4}$ | $\frac{5}{8}$ | $\frac{9}{16}$ |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{3}{8}$ |

**666.** Автомобиль проезжает некоторое расстояние за 10 ч. За какое время он проедет это же расстояние, если его скорость: 1) увеличится в 2 раза; 2) уменьшится в 1,2 раза?

**667.** Длина прямоугольника равна 30 см. Какой станет длина, если при неизменной площади ширину прямоугольника: 1) увеличить в 1,5 раза; 2) уменьшить в 3,2 раза?

**668.** Заполните таблицу, если величина $y$ прямо пропорциональна величине $x$.

| $x$ | 0,3 | 8 | 3,2 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | 9,6 | 2,7 | 42 |

**669.** Заполните таблицу, если величина $y$ прямо пропорциональна величине $x$.

| $x$ | 15 | | 4 | | 1,2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | 8 | 1,6 | 20 | |

**670.** За $m$ кг конфет заплатили $p$ р. Пользуясь таблицей, определите цену 1 кг конфет. Заполните таблицу.

| $m$, кг | 3 | 8 | | 1,2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$, р. | 225 | | 300 | | 60 |

Задайте формулой зависимость $p$ от $m$.

**671.** Поезд движется со скоростью 60 км/ч. Заполните таблицу, в первой строке которой указано время движения $t$, а во второй – пройденный путь $s$.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$, ч | 2 | 0,5 | | 3,2 | | |
| $s$, км | | | 90 | | 240 | 156 |

Задайте формулой зависимость $s$ от $t$.

**672.** Пешеход прошёл 24 км. Заполните таблицу, в первой строке которой указана скорость пешехода, а во второй – время движения.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$, км/ч | 5 | | 2,4 | 4,5 | |
| $t$, ч | | 6 | | | $6\frac{2}{3}$ |

Задайте формулой зависимость $t$ от $v$.

**673.** Объём прямоугольного параллелепипеда равен 48 см$^3$. Заполните таблицу, в первой строке которой указана площадь его основания, а во второй – высота.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $S$, см$^2$ | 16 | | 9,6 | 240 | |
| $h$, см | | 8 | | | 4,8 |

Задайте формулой зависимость $h$ от $S$.

**674.** Бригада из 15 рабочих может отремонтировать школу за 46 дней. Сколько требуется рабочих, чтобы отремонтировать эту школу за 30 дней, если производительности труда всех рабочих одинакова?

**675.** Геракл заготовил для 240 коней царя Авгия кормов на 19 дней. На сколько дней хватит этих кормов, если коней у царя Авгия станет 304, а все кони потребляют одинаковое количество корма?

## Упражнения для повторения

**676.** Найдите число:

1) половина которого равна $\frac{1}{6}$;
2) треть которого равна $\frac{1}{2}$;
3) $\frac{2}{3}$ которого равны $\frac{2}{3}$;
4) $\frac{1}{4}$ которого равна $\frac{1}{8}$.

**677.** Масса Земли составляет 182 % массы Меркурия, а масса Сатурна — 9 401 % массы Земли. Сколько процентов массы Меркурия составляет масса Сатурна?

**678.** Есть четыре цветка: роза, гвоздика, гладиолус и тюльпан. Сколько есть способов составить букет из трёх цветков?

### Задача от мудрой совы

**679.** Андрей задумал натуральное число и умножил его на 19. Серёжа зачеркнул последнюю цифру числа, полученного Андреем, и в результате получил 32. Какое число задумал Андрей?

## § 23. Деление числа в данном отношении

Решим такую задачу.

Сплав массой 520 кг состоит из меди и цинка. Масса меди относится к массе цинка как 8 : 5. Найдите массы меди и цинка, содержащиеся в этом сплаве.

Решение. Будем считать, что сплав состоит из $8 + 5 = 13$ частей, имеющих одинаковые массы. Тогда масса одной части равна $520 : 13 = 40$ кг.

Поскольку медь в сплаве составляет 8 частей, а цинк — 5 частей, то масса меди равна $8 \cdot 40 = 320$ кг, а масса цинка равна $5 \cdot 40 = 200$ кг.

Ответ: 320 кг и 200 кг. ◄

Из решения задачи следует, что число 520 можно представить в виде суммы двух слагаемых — 320 и 200, отношение которых равно 8 : 5.

В таких случаях говорят, что число 520 **разделили в отношении** 8 : 5. Также можно сказать, что число 520 представили в виде суммы двух слагаемых, **пропорциональных числам** 8 и 5.

Рассмотренную задачу можно решить другим способом.

Пусть масса одной части сплава составляет $x$ кг. Тогда массы меди и цинка составляют соответственно $8x$ кг и $5x$ кг.

Поскольку масса всего сплава равна 520 кг, то получаем уравнение $8x + 5x = 520$.

Отсюда $13x = 520$, $x = 40$. Тогда массы меди и цинка равны соответственно $8 \cdot 40 = 320$ кг и $5 \cdot 40 = 200$ кг.

Рассмотрим ещё один пример.

Нужно обработать 96 деталей. Первый рабочий обрабатывает за один час 9 деталей, второй — 8 деталей, а третий — 7. Каким образом следует распределить между ними работу, чтобы все трое рабочих завершили свои задания одновременно?

Решение. Будем считать, что всё задание (96 деталей) состоит из $9 + 8 + 7 = 24$ частей, каждая из которых содержит одинаковое количество деталей. Тогда одна часть содержит $96 : 24 = 4$ детали. Следовательно, детали между рабочими нужно распределить так: первому рабочему дать на обработку $9 \cdot 4 = 36$ деталей, второму – $8 \cdot 4 = 32$ детали, а третьему – $7 \cdot 4 = 28$ деталей.

Ответ: 36 деталей, 32 детали, 28 деталей. ◄

Решая эту задачу, мы число 96 разделили на три слагаемых, пропорциональных числам 9, 8 и 7. Также говорят, что число 96 разделили в отношении $9 : 8 : 7$. Отношение $9 : 8 : 7$ читают: «девять к восьми и к семи».

## Решаем устно

1. Масса 10 см$^3$ железа равна 78 г. Найдите массу 5 см$^3$ железа.
2. Из 100 кг сахарной свёклы можно получить 7 кг сахара. Сколько надо свёклы, чтобы получить: 1) 28 кг сахара; 2) 3,5 кг сахара?
3. Замените отношение дробных чисел отношением натуральных чисел:
   1) $2 : \frac{4}{7}$;  2) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$;  3) $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{9}$.
4. Смешали 6 кг воды и 4 кг соли. Найдите процентное содержание соли в растворе.
5. В ящике было 40 шаров. Из каждых пяти шаров три были зелёного цвета, а остальные – синего. Сколько шаров каждого цвета было в ящике?
6. В саду растёт 56 деревьев. Из каждых восьми деревьев пять – яблони, а остальные – вишни. Сколько яблонь и сколько вишен растёт в саду?

## Упражнения

**680.** Разделите:
1) число 138 в отношении $18 : 5$;
2) число 70 в отношении $3 : 6 : 8 : 11$.

**681.** Разделите:
1) число 72 в отношении $7 : 11$;
2) число 92 в отношении $2 : 3 : 5$.

**682.** Для изготовления сока берут 12 частей ягод и 17 частей воды (все части имеют одинаковую массу). Сколько килограммов ягод необходимо взять, чтобы получить 232 кг сока?

**683.** Для царя Гороха изготовили новую корону из сплава, состоящего из 7 частей золота и 5 частей платины (все части имеют одинаковую массу). Сколько граммов каждого металла взяли, если масса короны равна 2 кг 460 г?

**684.** Периметр треугольника равен 48 см, а длины его сторон относятся как 7 : 9 : 8. Найдите стороны треугольника.

**685.** Стороны треугольника относятся как 5 : 7 : 11, а сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 80 см. Вычислите периметр треугольника.

**686.** Начертите развёрнутый угол $ABC$ и проведите луч $BD$ так, чтобы градусные меры углов $ABD$ и $CBD$ относились как 5 : 13.

**687.** Начертите угол $MKE$, градусная мера которого равна 130°. Между сторонами этого угла проведите луч $KO$ так, чтобы градусные меры углов $MKO$ и $EKO$ относились как 19 : 7.

**688.** Найдите такие значения $x$ и $y$, чтобы числа $x$, $y$ и 24 были соответственно пропорциональны числам: 1) 3, 5 и 6; 2) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{36}$ и $\frac{1}{9}$.

**689.** Найдите такие значения $a$ и $b$, чтобы числа $a$, 10 и $b$ были соответственно пропорциональны числам 2, $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{4}$.

**690.** Трое штукатуров работали с одинаковой производительностью труда и получили за выполненную работу 8 000 р. Сколько рублей должен получить каждый штукатур, если первый из них работал 16 ч, второй – 24 ч, а третий – 40 ч?

**691.** Для трёх ферм заготовили 540 т сена. Сколько сена требуется завезти на каждую ферму, если на первой ферме 28 коров, на второй – 42 коровы, а на третьей – 65 коров?

**692.** Представьте число 219 в виде суммы трёх слагаемых $x$, $y$ и $z$ так, чтобы $x : y = 4 : 9$, а $y : z = 15 : 2\frac{2}{3}$.

**693.** Сумма четырёх чисел равна 386. Найдите эти числа, если первое относится ко второму как 2 : 5, второе к третьему – как 3 : 4, а третье к четвёртому – как 6 : 7.

## Упражнения для повторения

**694.** Одна бригада отремонтировала 20 км дороги, а другая – 14 км. На сколько процентов длины дороги вторая бригада отремонтировала меньше, чем первая?

**695.** Найдите значение выражения:

$$\left(1\frac{1}{12}+1\frac{1}{4}\right)\cdot 1\frac{19}{56}+2\frac{5}{8}\cdot 1\frac{3}{7}\cdot 1\frac{1}{9}.$$

## Готовимся к изучению новой темы

**696.** Начертите прямую и отметьте на ней произвольную точку $O$. Найдите на прямой все точки, удалённые от точки $O$ на 3 см.

**697.** Отметьте на плоскости произвольную точку $O$. Отметьте четыре точки, удалённые от точки $O$ на 2 см. Сколько ещё можно отметить таких точек?

## Задача от мудрой совы

**698.** На доске написано число 23. Каждую минуту число стирают и записывают на этом месте новое число, равное произведению цифр старого числа, увеличенному на 12. Какое число будет написано на доске через час?

# § 24. Окружность и круг

Колесо – одно из самых значительных изобретений человека. Невозможно представить мир без колеса. Секрет его чудесных возможностей кроется в свойствах удивительной линии – **окружности** (рис. 20).

Недаром древние греки считали окружность самой совершенной и «самой круглой» фигурой. И в наши дни в некоторых ситуациях, когда хотят дать особую оценку, употребляют слово «круглый», которое считают синонимом слова «абсолютный»: круглый отличник, круглый сирота и т. д.

Окружность легко начертить с помощью циркуля (рис. 21). Установим иглу циркуля на бумагу. Тогда другая ножка циркуля при вращении

**Рис. 20**

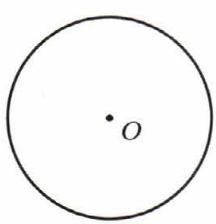



**Рис. 21**

опишет окружность. Точку, в которую упирается остриё циркуля, называют **центром** окружности. На рисунке 20 точка $O$ – **центр окружности**.

*Все точки окружности удалены от её центра на одинаковое расстояние.*

Именно поэтому любое транспортное средство на колёсах едет «ровненько»: центр колеса при вращении находится на одинаковом расстоянии от земли (рис. 22).

Рис. 22

Отрезок, соединяющий центр окружности с любой её точкой, называют **радиусом**. На рисунке 23 отрезки $OA$, $OB$, $OM$ – радиусы окружности.

Все радиусы одной окружности равны между собой. Например, на рисунке 23 $OA = OB = OM$.

*Длина радиуса OA* равна 1,5 см. Принято также говорить, что *радиус окружности равен* 1,5 см.

Радиус окружности обозначают буквой $r$. Для окружности, изображённой на рисунке 23, можно записать: $r = 1,5$ см.

Отрезок, соединяющий любые две точки окружности, называют **хордой**. На рисунке 24 отрезки $AB$ и $MN$ – хорды. Заметим, что здесь хорда $AB$ проходит через центр окружности. Такую хорду называют **диаметром** окружности.

Диаметр состоит из двух радиусов. Поэтому диаметр в 2 раза больше радиуса.

Диаметр окружности обозначают буквой $d$. Можно записать:

$$\boxed{d = 2r}$$

Точки $A$ и $B$, лежащие на окружности (рис. 25), делят её на две части, выделенные на этом рисунке разным цветом. Каждую из них называют **дугой** окружности.

Рис. 23

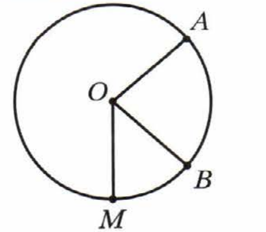



Рис. 24

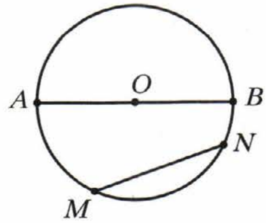
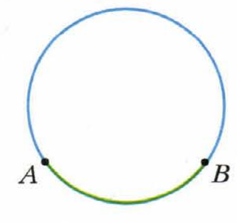



Рис. 25



Окружность ограничивает часть плоскости (рис. 26). Эту часть плоскости вместе с окружностью называют **кругом**.

Круг имеет **центр**, **радиус**, **диаметр**, **хорду** – это соответственно центр, радиус, диаметр, хорда окружности, ограничивающей круг.

На рисунке 27 точка $O$ – центр круга. Точки $O$, $A$, $B$ и $C$ принадлежат кругу, а точка $M$ не принадлежит. При этом лишь точка $M$ удалена от центра круга на расстояние, большее радиуса.

*Если точка удалена от центра круга на расстояние, меньшее радиуса круга или равное ему, то эта точка принадлежит кругу.*

**Рис. 26**

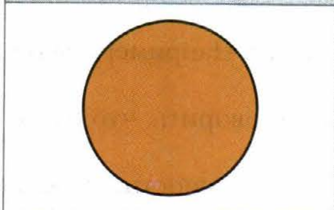


**Рис. 27**

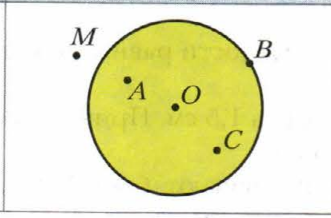
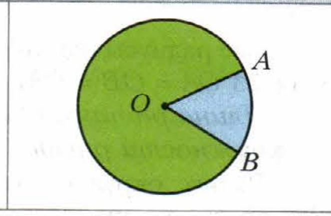


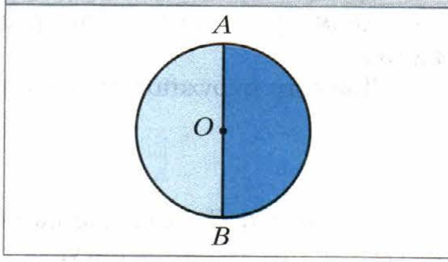

**Рис. 28**




Если из центра $O$ круга (рис. 28) провести два радиуса $OA$ и $OB$, то они разделят круг на две части, выделенные на этом рисунке разным цветом. Каждую из них называют **сектором**.

На рисунке 29 диаметр $AB$ делит круг на две равные части, каждую из которых называют **полукругом**.

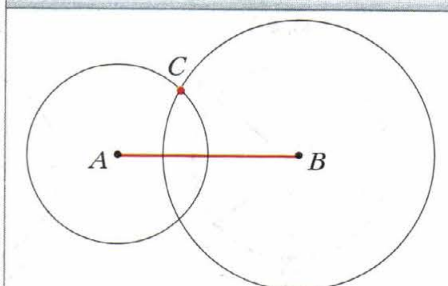
**Рис. 29**




<u>**Пример.**</u> С помощью линейки и циркуля постройте треугольник $ABC$ со сторонами $AC = 2$ см, $BC = 3$ см и $AB = 4$ см.

Решение. Сначала с помощью линейки строим отрезок $AB$ длиной 4 см. Третья вершина $C$ треугольника должна быть удалена от точки $A$ на 2 см, а от точки $B$ – на 3 см. Поскольку все точки, удалённые от точки $A$ на 2 см, лежат на окружности радиуса 2 см с центром $A$, а все точки, удалённые от точки $B$ на 3 см, – на окружности радиуса 3 см с центром $B$, то точка $C$ будет точкой пересечения этих окружностей (рис. 30).

**Рис. 30**



Соединив точку $C$ с точками $A$ и $B$, получим искомый треугольник $ABC$ (рис. 31).

Обратим внимание на то, что построенные окружности имеют ещё одну общую точку $C_1$ (рис. 32), которую также можно взять в качестве вершины треугольника. В этом случае мы получим ещё один треугольник $ABC_1$ со сторонами указанной длины, равный треугольнику $ABC$. ◄

**Рис. 31**

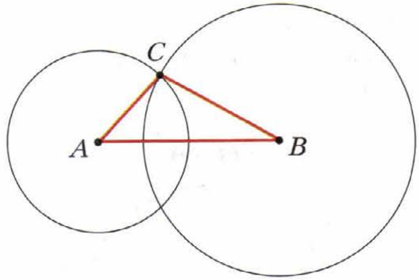
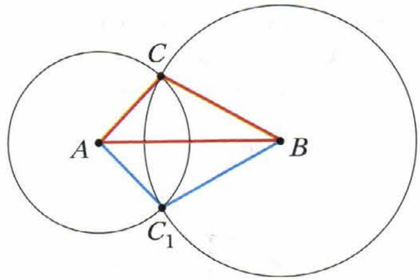



**Рис. 32**




1. Как расположены точки окружности относительно её центра?
2. Какой отрезок называют радиусом окружности?
3. Какой отрезок называют хордой окружности?
4. Какую хорду называют диаметром окружности?
5. Как связаны между собой диаметр и радиус окружности?
6. Как называют части, на которые две точки делят окружность?
7. Как называют окружность и часть плоскости, которую она ограничивает?
8. Как называют части, на которые два радиуса делят круг?
9. Какую фигуру называют полукругом?

## Решаем устно

**1.** Какое число надо поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное равенство:

1) $6{,}4 : 16 = * - 0{,}6$; 2) $* \cdot 0{,}7 = 10 - 4{,}4$?

**2.** Найдите:

1) $\frac{3}{4}$ от 2 р. 40 коп.; 3) $\frac{5}{11}$ от 3 ч 40 мин;

2) $\frac{2}{7}$ от 4 м 20 см; 4) $\frac{4}{9}$ от 5 кг 400 г.

**3.** В солнечный день кваса продают на 50 % больше, чем в пасмурный. Во сколько раз в пасмурный день продают кваса меньше, чем в солнечный?

## Упражнения

**699.** Укажите центр, радиус, хорду и диаметр окружности, изображённой на рисунке 33. Сколько радиусов и сколько хорд изображено на этом рисунке?

**700.** Какие из точек, обозначенных на рисунке 34:

1) лежат на окружности;
2) принадлежат кругу;
3) не лежат на окружности;
4) не принадлежат кругу?

**Рис. 33**

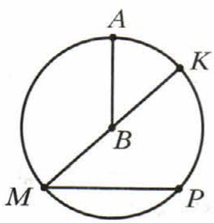
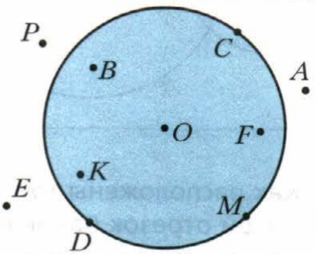



**Рис. 34**




**701.** Найдите диаметр окружности, радиус которой равен:
1) 14 см; 2) 4 см 5 мм; 3) 3,6 дм.

**702.** Найдите радиус окружности, диаметр которой равен:
1) 8 см; 2) 5 см; 3) 9,2 дм.

**703.** Начертите окружность радиуса 2 см 5 мм с центром $M$. Вычислите диаметр этой окружности.

**704.** Начертите окружность радиуса 3 см 2 мм с центром $K$. Вычислите диаметр этой окружности.

**705.** Отметьте две произвольные точки $A$ и $B$, измерьте расстояние между ними. Постройте окружность с центром $A$, проходящую через точку $B$, и окружность с центром $B$, проходящую через точку $A$. Чему равен радиус каждой из построенных окружностей? Отметьте точки пересечения окружностей. Каково расстояние от этих точек до центров окружностей?

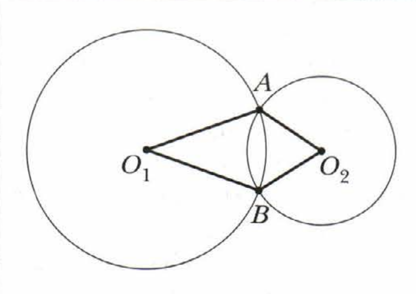
**706.** Начертите отрезок $AB$, длина которого равна 4 см. Постройте окружность радиуса 3 см с центром $A$ и окружность радиуса 2 см с центром $B$. Сколько существует точек пересечения окружностей? Чему равно расстояние от каждой из этих точек до точки $A$? До точки $B$?

**707.** Начертите произвольный отрезок $AB$. Постройте окружность так, чтобы этот отрезок был её диаметром.

**708.** Найдите периметр четырёхугольника $O_1AO_2B$ (рис. 35), если радиусы окружностей равны 5 см и 3 см.

**709.** Начертите три окружности, имеющие общий центр, радиусы которых соответственно равны 2 см, 3 см и 4 см.

**Рис. 35**




**710.** Начертите окружность, диаметр которой равен 7 см. Отметьте на окружности точку $A$. Найдите на окружности точки, удалённые от точки $A$ на 4 см.

**711.** Начертите окружность и отметьте на ней три точки $A$, $B$ и $C$. Сколько дуг при этом образовалось?

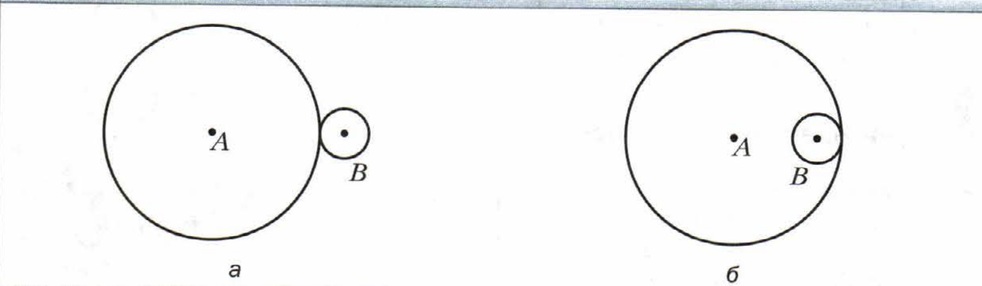
**712.** Начертите окружность с центром $O$, радиус которой равен 3 см. Проведите луч с началом в точке $O$ и отметьте на нём точку $A$, удалённую от точки $O$ на 5 см. Проведите окружность с центром в точке $A$, радиус которой: 1) 2 см; 2) 2 см 5 мм; 3) 1 см 5 мм. Сколько общих точек имеют окружности в каждом из этих случаев?

**713.** Начертите окружность и треугольник так, чтобы стороны треугольника были хордами окружности.

**714.** Начертите окружность, проведите её диаметр $AB$, отметьте на окружности точки $C$ и $D$. Соедините точки $C$ и $D$ с концами диаметра $AB$ и найдите градусные меры углов $ACB$ и $ADB$.

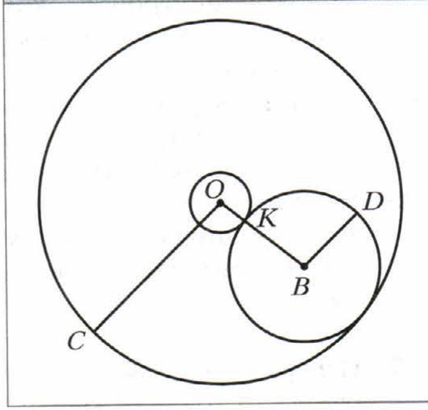
**715.** Радиус окружности с центром $A$ равен 9 см, а радиус окружности с центром $B$ – 2 см. Найдите расстояние между центрами этих окружностей (рис. 36).

**Рис. 36**



**716.** На рисунке 37 $OC = 6$ см, $BD = 2{,}5$ см. Найдите длину отрезка $OK$.

Рис. 37




**717.** Начертите произвольный треугольник. Проведите три окружности так, чтобы стороны треугольника были их диаметрами.

**718.** Начертите квадрат со стороной 3 см. Проведите четыре окружности так, чтобы стороны квадрата были их диаметрами.

**719.** 1) Начертите отрезок $AB$, длина которого равна 3 см. Найдите точку, удалённую от каждого из концов отрезка $AB$ на 2 см. Сколько существует таких точек?

2) Начертите отрезок $CD$, длина которого равна 4 см. Найдите точку, удалённую от точки $C$ на 2 см, а от точки $D$ – на 3 см. Сколько существует таких точек?

**720.** С помощью циркуля и линейки постройте треугольник со сторонами:
1) 3 см, 3 см и 4 см; 2) 3 см, 4 см и 5 см.

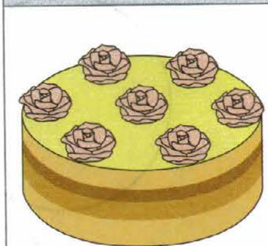
**721.** С помощью циркуля и линейки постройте треугольник со сторонами:
1) 5 см, 6 см и 4 см; 2) 2 см, 2 см и 2 см.

**722.** Установите, можно ли построить треугольник со сторонами:
1) 2 см, 6 см и 7 см; 2) 2 см, 6 см и 8 см; 3) 2 см, 6 см и 9 см.
Сделайте вывод.

**723.** В круге с центром $O$ отметили точку $M$. Как разрезать этот круг: 1) на три части; 2) на две части – так, чтобы из них можно было составить новый круг, в котором отмеченная точка $M$ была бы его центром?

**724.** На торте кондитер расположил семь кремовых розочек (рис. 38). Как тремя прямолинейными разрезами разделить торт на семь порций, на каждой из которых была бы одна розочка?

Рис. 38



## Упражнения для повторения

**725.** Вычислите:

1) $7^2$; 2) $0{,}4^2$; 3) $1{,}2^2$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; 5) $\left(2\frac{2}{9}\right)^2$.

**726.** В первый день продали 500 кг яблок, а во второй – 420 кг. На сколько процентов меньше продали яблок во второй день, чем в первый?

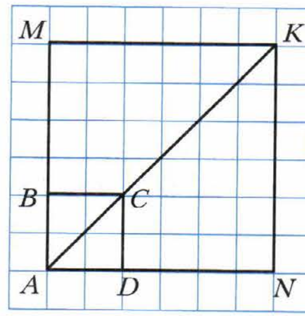
**727.** Вычислите: $\left(6{,}8-5\frac{5}{9}\right):\left(2\frac{13}{30}-2\frac{1}{12}\right)\cdot 3{,}6$.

**728.** У командира в подчинении находятся трое солдат. Сколько существует способов расставить их на три поста?

### Готовимся к изучению новой темы

**729.** Диагональ $AC$ квадрата $ABCD$ увеличили в 3 раза и построили квадрат $AMKN$ (рис. 39). Во сколько раз периметр квадрата $AMKN$ больше периметра квадрата $ABCD$?

**Рис. 39**




### Задача от мудрой совы

**730.** Дети собирали в лесу грибы. Выйдя из леса, они построились парами – мальчик с девочкой, причём у мальчика грибов или вдвое больше, или вдвое меньше, чем у девочки. Возможно ли, что все дети вместе собрали 500 грибов?

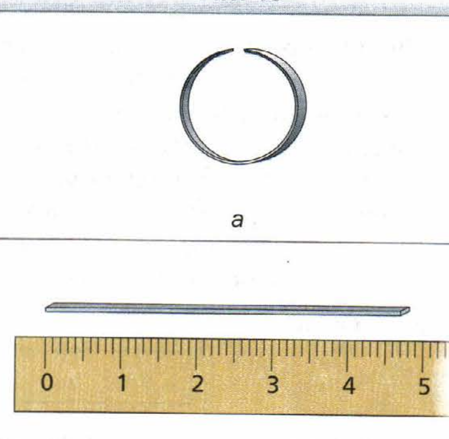
## § 25. Длина окружности. Площадь круга

Как измерить длину окружности?

Изобретательный ум человека придумал много способов решения этой задачи. Естественно, что захочется «надрезать» окружность, а потом «распрямить» её в отрезок. Так можно измерить, например, длину металлического кольца (рис. 40, *а*, *б*).

Однако длину кольца можно измерить и другим способом: покрасить его и прокатить по ровной поверхности, сделав полный оборот. Тогда длина отрезка $AB$ будет равна длине кольца (рис. 40, *в*, *г*).

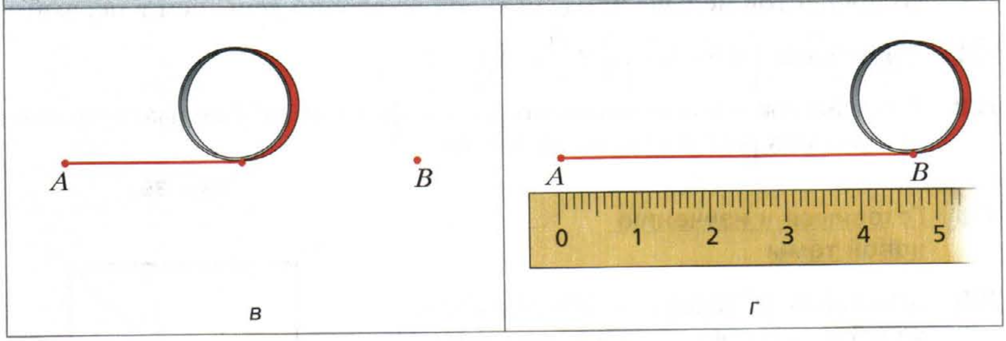
**Рис. 40**




*а*

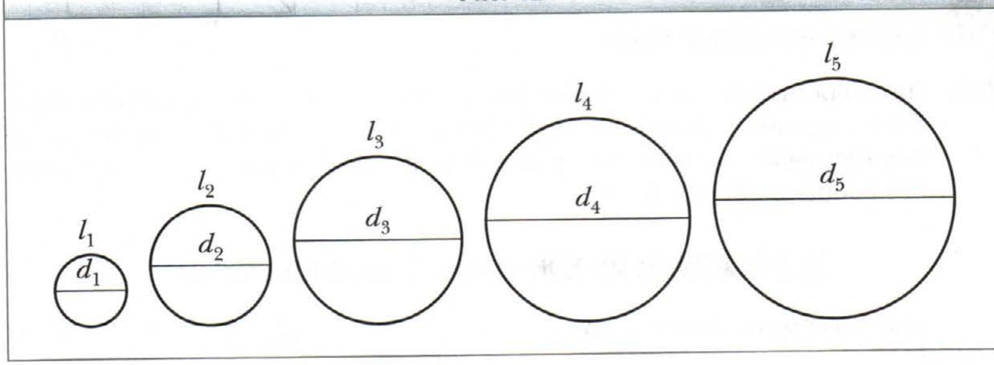
*б*

Рис. 40




Длина $l$ окружности зависит от длины её диаметра $d$, а именно: чем больше диаметр, тем больше длина окружности (рис. 41).

Рис. 41




Возможно, интуиция вам подскажет, что если диаметр увеличить, например, в 2 раза, то и длина окружности увеличится в 2 раза; если, например, диаметр уменьшить в 5 раз, то же самое произойдёт и с длиной окружности.

Математика подтверждает ваши догадки: *длина окружности прямо пропорциональна её диаметру*.

Иначе говоря, *для всех окружностей отношение длины окружности к её диаметру является одним и тем же числом*.

Это число обозначают греческой буквой π (читается: «пи»). Итак, $\frac{l}{d} = \pi$. Отсюда

$$\boxed{l = \pi d}$$

Поскольку $d = 2r$ ($r$ – радиус окружности), можно получить ещё одну формулу для вычисления длины окружности:

$$l = 2\pi r$$

Ещё в древности установили, что $\pi \approx \frac{22}{7}$. Великий древнегреческий учёный Архимед (III в. до н. э.) показал, что $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$.

В XVIII в. математики установили, что число $\pi$ нельзя представить в виде конечной десятичной дроби или бесконечной периодической десятичной дроби. Оно выражается **бесконечной непериодической десятичной дробью** (такие числа вы подробно будете изучать в курсе алгебры 8 класса).

С помощью современных компьютеров можно вычислить число $\pi$ с огромной точностью. Приведём запись числа $\pi$ с 42 цифрами после запятой:

$\pi = 3{,}141592653589793238462643383279502884197169...$ .

В 1992 г. была вычислена 1 011 196 691 цифра числа $\pi$ после запятой. Этот факт был занесён в Книгу рекордов Гиннесса. Само число в книге не приведено, потому что для этого потребовалось бы более тысячи страниц.

При вычислениях мы чаще всего будем использовать приближённое значение числа $\pi$ с точностью до сотых: $\pi \approx 3{,}14$.

Площадь круга зависит от его радиуса. Однако эта зависимость уже не является прямой пропорциональностью.

Установлено, что площадь $S$ круга радиуса $r$ вычисляется по формуле

$$S = \pi r^2$$

**1.** Какое число обозначают буквой $\pi$?
**2.** По какой формуле вычисляют длину окружности?
**3.** По какой формуле вычисляют площадь круга?
**4.** Назовите приближённое значение числа $\pi$ с точностью до сотых.

## Решаем устно

**1.** Чему равен диаметр окружности, если он на 5,2 см больше радиуса окружности?

**2.** Периметр квадрата равен 15 см. Чему станет равным периметр квадрата, если каждую из его сторон:
1) увеличить в 4 раза; 2) уменьшить в 3 раза?

**3.** Площадь квадрата равна 36 см². Какой станет площадь квадрата, если каждую из его сторон:
1) увеличить в 10 раз; 2) уменьшить в 2 раза?

**4.** Вычислите значение выражения $0{,}5a^2$, если $a = 2;\ 10;\ \frac{1}{2}$.

## Упражнения

**731.** Вычислите длину окружности, диаметр которой равен: 1) 3,2 см; 2) 4,5 см.

**732.** Вычислите длину окружности, радиус которой равен: 1) 6 см; 2) 1,8 м.

**733.** Вычислите площадь круга, радиус которого равен: 1) 8 см; 2) 14 дм.

**734.** Вычислите площадь круга, диаметр которого равен: 1) 18 см; 2) 3,6 м.

**735.** Вычислите радиус окружности, длина которой равна: 1) 18,84 см; 2) 47,1 дм.

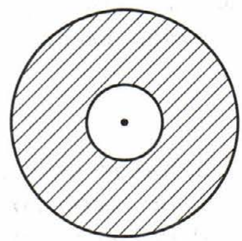
**736.** Найдите радиус круга, площадь которого равна 314 $см^2$.

**737.** Проехав 400 м, колесо сделало 150 оборотов. Найдите радиус колеса в сантиметрах. Ответ округлите до единиц.

**738.** Длина окружности равна 100,48 см. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.

**739.** Выполните необходимые измерения и вычислите площадь заштрихованного кольца (рис. 42).

Рис. 42



**740.** 1) Радиус первой окружности равен 6 см, а радиус второй – 2 см. Во сколько раз длина первой окружности больше длины второй?

2) Радиус первой окружности в 4 раза больше радиуса второй. Во сколько раз длина первой окружности больше длины второй?

**741.** Диаметр зеркала оптического телескопа (рефлектора), расположенного в посёлке Научный (Крым), равен 2,6 м. Диаметр зеркала самого большого оптического телескопа в России, находящегося в горах Западного Кавказа (Архыз), равен 6 м. Найдите отношение длин ободов зеркал этих телескопов.

**742.** Радиус окружности увеличили на 1 см. На сколько увеличилась при этом длина окружности?

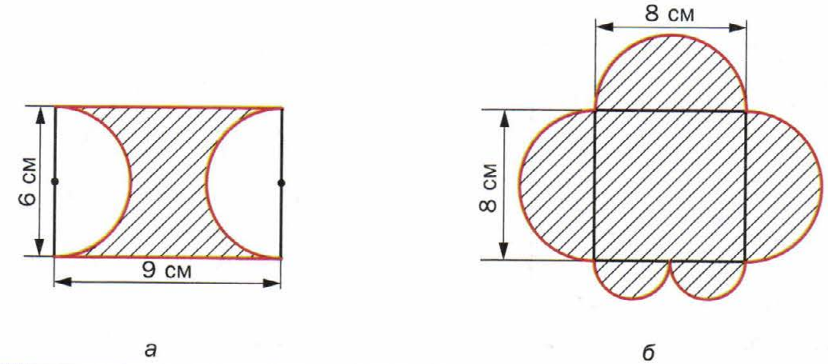
**743.** Как изменится радиус окружности, если длину окружности увеличить на 9,42 см?

**744.** Найдите длину дуги, составляющей 0,6 окружности, радиус которой равен 3,5 см.

**745.** Найдите длину дуги, составляющей $\frac{5}{12}$ окружности, радиус которой равен 36 дм.

**746.** Вычислите длину красной линии, изображённой на рисунке 43.

Рис. 43




**747.** Найдите площадь круга, если $\frac{2}{3}$ длины окружности этого круга равны 24,8 см (число π округлите до десятых).

**748.** На сколько квадратных сантиметров площадь квадрата больше площади круга (рис. 44), если сторона квадрата равна 8 см?

**749.** Начертите прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см. Проведите диагонали прямоугольника. Приняв точку пересечения диагоналей за центр окружности, а половину диагонали – за радиус, проведите эту окружность. Измерьте линейкой диаметр полученной окружности (в сантиметрах, с точностью до единиц). На сколько квадратных сантиметров площадь круга, ограниченного этой окружностью, больше площади прямоугольника?

**750.** Вычислите площадь заштрихованной фигуры, изображённой на рисунке 45.

Рис. 44

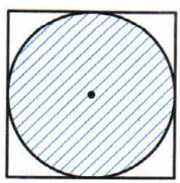
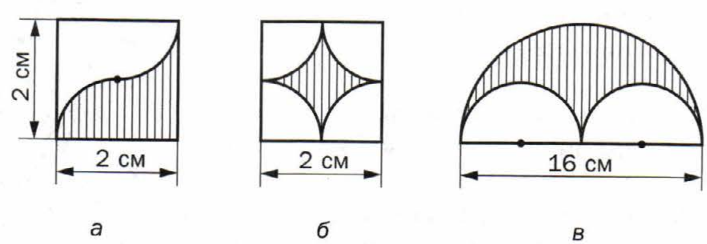
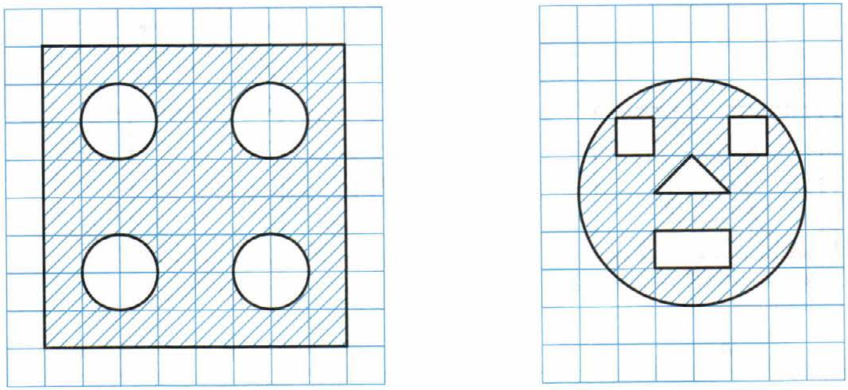


Рис. 45



**751.** Вычислите площадь заштрихованной фигуры (рис. 46), если длина стороны клетки равна 1 см.

**Рис. 46**



*а* *б*

**752.** Пицца, диаметр которой равен 30 см, стоит столько же, сколько две пиццы диаметром 20 см. В каком случае Дима съест больше пиццы: если купит одну большую или две маленькие, если все пиццы имеют одинаковую толщину?

**753.** Диаметр колеса автомобиля равен 65 см. Автомобиль движется с такой скоростью, что колёса делают шесть оборотов в секунду. Найдите скорость автомобиля в километрах в час. Ответ округлите до десятых.

**754.** Диаметр колеса вагона метрополитена равен 78 см. За 2,5 мин колесо делает 1 000 оборотов. Найдите скорость поезда метро в километрах в час. Ответ округлите до десятых.

**755.** Найдите длину дуги, которую описывает часовая стрелка длиной 6 см за 1 ч.

**756.** Найдите длину дуги, которую описывает минутная стрелка длиной 24 см за 40 мин.

**757.** Вычислите площадь заштрихованной фигуры, изображённой на рисунке 47.

**758.** Все вершины квадрата (рис. 48), диагональ которого равна 6 см,

**Рис. 47**

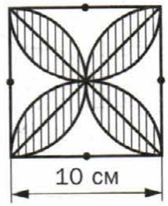
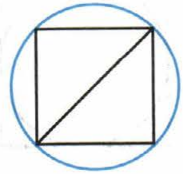



**Рис. 48**



лежат на окружности. Вычислите площадь квадрата, не измеряя его стороны. На сколько площадь квадрата меньше площади круга, ограниченного данной окружностью?

**759.** Докажите, что сумма длин красных дуг равна сумме длин зелёных дуг (рис. 49).

**760.** *Задача Гиппократа.* (Гиппократ Хиосский – древнегреческий геометр (V в. до н. э.).) Докажите, что сумма площадей закрашенных фигур («луночек») равна площади прямоугольника (рис. 50).

**Рис. 49**

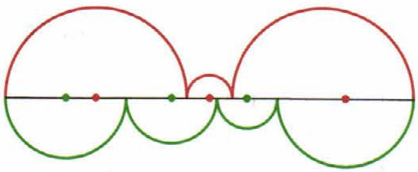
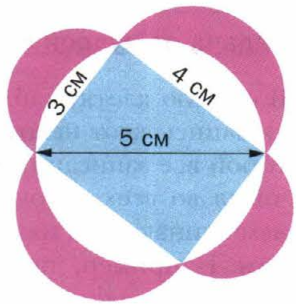


**Рис. 50**




**761.** Два квадрата со стороной 1 см имеют общий центр (точка пересечения его диагоналей) (рис. 51). Докажите, что площадь их общей части больше $\frac{\pi}{4}$.

**762.** На рисунке 52 проиллюстрирован старинный способ вычисления площади круга. Объясните, почему произведение $rl$ приближённо равно площади круга.

**Рис. 51**

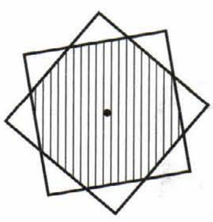
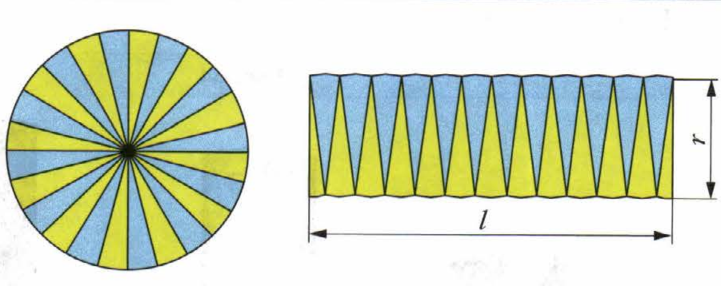


**Рис. 52**



### Упражнения для повторения

**763.** Масса сплава меди и серебра равна 7,2 кг. Масса серебра составляет 80 % массы меди. Сколько килограммов меди в сплаве?

**764.** Решите уравнение:

1) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x = \frac{21}{40}$;  2) $\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x = \frac{39}{56}$.

**765.** Цена товара дважды повышалась и каждый раз на 50 %. Какой стала цена товара, если сначала она составляла 160 р.?

### Задача от мудрой совы

**766.** В каждую клетку таблицы размером $3 \times 3$ клетки записывают некоторое число. Таблицу, в которой все записанные числа различны, а суммы чисел во всех строках, столбцах и по диагоналям одинаковые, называют **магическим квадратом**. Например, таблица, изображённая на рисунке 53, является магическим квадратом. Существует ли магический квадрат, заполненный числами, обратными натуральным?

Рис. 53

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

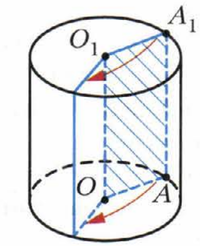
## § 26. Цилиндр, конус, шар

На рисунке 54 изображены хоккейная шайба, консервная банка, бочка. Эти предметы имеют целый ряд характеристик, например: материал, из которого они изготовлены, масса, форма, размеры, цвет и т. п. Из всех перечисленных качеств математика интересуют лишь форма и размеры. Математик скажет: «На рисунке 54 изображены **геометрические тела**, имеющие форму **цилиндра**».

Рис. 54

Представим себе, что прямоугольник $OO_1A_1A$ вращается вокруг стороны $OO_1$ (рис. 55). Тогда в результате вращения образуется фигура, которую называют цилиндром. При вращении сторон $OA$ и $O_1A_1$ образуются два равных круга. Их называют **основаниями цилиндра**. При вращении стороны $AA_1$ образуется **боковая поверхность цилиндра**.

Рис. 55




Длину отрезка $OO_1$ называют **высотой цилиндра**. Отрезок $AA_1$ называют **образующей цилиндра**.

В курсе математики 5 класса вы узнали, что модели прямоугольного параллелепипеда и пирамиды можно изготовить с помощью их развёртки.

На рисунке 56 изображена развёртка цилиндра. Она состоит из прямоугольника и двух равных кругов. Сторона $AD$ прямоугольника равна длине окружности, ограничивающей основание цилиндра. Сторона $AB$ равна высоте цилиндра. Если радиус основания цилиндра равен $r$, то $AD = 2\pi r$. Площадь прямоугольника $ABCD$ равна площади боковой поверхности цилиндра. Имеем: $S_{\text{бок}} = AD \cdot AB$, где $S_{\text{бок}}$ – площадь боковой поверхности цилиндра.

Если высота цилиндра равна $h$, т. е. $AB = h$, а радиус его основания равен $r$, то площадь боковой поверхности этого цилиндра вычисляют по формуле

$$\boxed{S_{\text{бок}} = 2\pi rh}$$

На рисунке 57 изображены предметы, имеющие форму **конуса**. Конус – ещё один пример геометрического тела.

Рис. 56

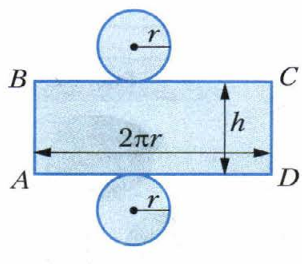
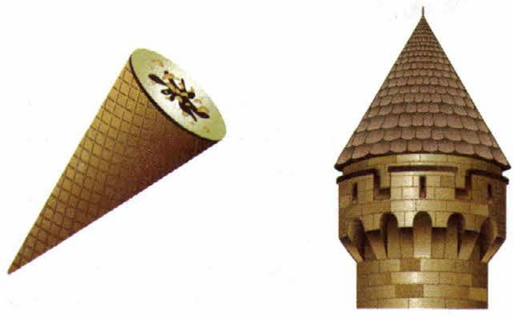


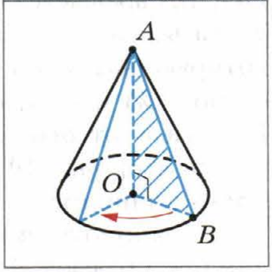

Рис. 57



Представим себе, что прямоугольный треугольник $AOB$ с прямым углом $O$ вращается вокруг стороны $AO$ (рис. 58). Тогда образуется фигура, которую называют **конусом**.

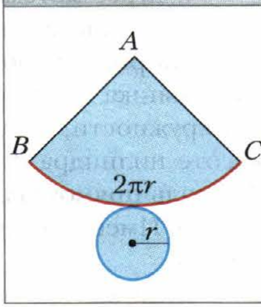
При вращении стороны $OB$ образуется круг. Его называют **основанием конуса**. При вращении стороны $AB$ образуется **боковая поверхность конуса**. Отрезок $AO$ называют **высотой конуса**, отрезок $AB$ – **образующей конуса**, точку $A$ – **вершиной конуса**.

Рис. 58




На рисунке 59 изображена развёртка конуса. Она состоит из сектора и круга. Отрезок $AB$ равен образующей конуса, длина дуги сектора равна длине окружности, ограничивающей основание конуса.

Рис. 59

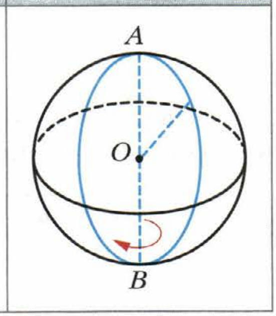



О таких предметах, как арбуз, мяч, глобус, говорят, что они имеют форму **шара** (рис. 60).

Представим себе, что полукруг вращается вокруг диаметра $AB$ (рис. 61). Тогда образуется фигура, которую называют шаром. При вращении полуокружности образуется поверхность шара – фигура, которую называют **сферой**. Сфера ограничивает шар.

Рис. 60

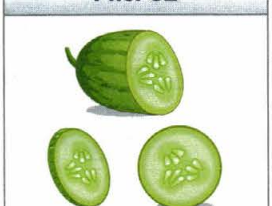
Рис. 61




Центр, диаметр, радиус полукруга – это соответственно центр, диаметр, радиус шара и ограничивающей его сферы.

Наверное, вам приходилось видеть, как для приготовления пищи нарезают овощи или фрукты. От направления разреза зависит форма фигуры в сечении (рис. 62). Шар примечателен тем, что сечением (разрезом) шара плоскостью всегда является

Рис. 62



круг (рис. 63). Если плоскость сечения проходит через центр шара, то в сечении образуется круг, радиус которого равен радиусу шара (рис. 64).

В курсе математики 5 класса вы познакомились с отдельным видом геометрических тел – многогранниками. Другим видом геометрических тел являются **тела вращения**. Цилиндр, конус и шар – примеры тел вращения.

**Рис. 63**

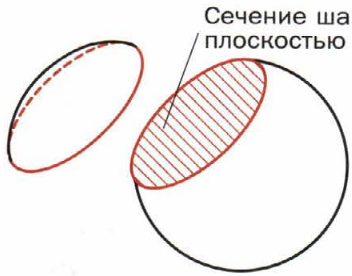
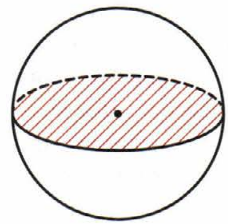



**Рис. 64**



1. Как можно получить цилиндр в результате вращения прямоугольника?
2. Объясните, что называют основанием, боковой поверхностью, высотой, образующей цилиндра.
3. Из каких фигур состоит развёртка цилиндра?
4. По какой формуле вычисляют площадь боковой поверхности цилиндра?
5. Как можно получить конус в результате вращения прямоугольного треугольника?
6. Объясните, что называют основанием, боковой поверхностью, высотой, образующей, вершиной конуса.
7. Из каких фигур состоит развёртка конуса?
8. Как можно получить шар в результате вращения полукруга?
9. Как называют поверхность шара?
10. Объясните, что называют центром, диаметром, радиусом шара.
11. Какая фигура является сечением шара?
12. Какие тела вращения вы знаете?

## Решаем устно

**1.** Длина окружности равна $18\pi$ см. Какой станет длина окружности, если радиус данной окружности:

1) уменьшить в 9 раз; 2) увеличить в 5 раз?

2. Найдите площадь круга, если длина его окружности равна $10\pi$ см.
3. Найдите длину окружности, ограничивающей круг площадью $16\pi$ см$^2$.
4. Решите уравнение:
1) $3x + 5x + 7x = 60$;
2) $19x - 12x = 4{,}9$;
3) $8x + 3x + 1{,}6 = 1{,}93$;
4) $14x - 4x - 2{,}8 = 11{,}2$.

## Упражнения

**767.** Приведите примеры предметов, имеющих форму: 1) цилиндра; 2) конуса; 3) шара.

**768.** На рисунке 65 изображён цилиндр. Укажите: 1) образующую цилиндра; 2) радиус нижнего основания цилиндра; 3) радиус верхнего основания цилиндра.

**769.** Радиус основания цилиндра равен 6 см, а его образующая – 8 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

**770.** Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, развёртка которого изображена на рисунке 66 (длины отрезков даны в сантиметрах).

**771.** На рисунке 67 изображён конус. Укажите: 1) вершину конуса; 2) центр его основания; 3) образующую конуса; 4) радиус основания конуса; 5) высоту конуса.

**Рис. 65**

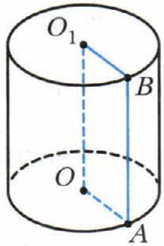



**Рис. 66**

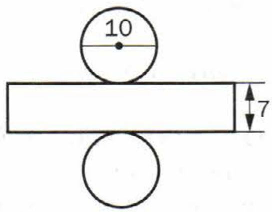
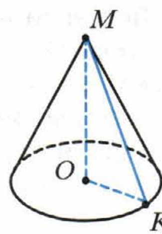



**Рис. 67**




**772.** Радиус шара равен 6 см. Вычислите площадь сечения шара плоскостью, проходящей через центр шара.

**773.** Длина окружности, ограничивающей сечение шара плоскостью, проходящей через его центр, равна 12,56 см. Чему равен радиус шара?

**774.** Какие наименьшие размеры, выраженные целым числом сантиметров, должен иметь прямоугольный лист бумаги, чтобы им можно было обклеить боковую поверхность цилиндра с радиусом основания 5 см и высотой, равной диаметру основания?

**775.** Диаметр отверстия трубы равен 40 см, а толщина её стенок – 2 см. Хватит ли 2,5 кг краски, чтобы покрасить снаружи 10 м этой трубы, если на 1 м$^2$ её поверхности расходуется 200 г краски?

**776.** Прямоугольник, площадь которого равна 40 см$^2$, вращают вокруг одной из его сторон. Вычислите площадь боковой поверхности образовавшегося цилиндра.

## Упражнения для повторения

**777.** Хватит ли купленной ковровой дорожки для трёх коридоров длиной 22,6 м, 24,7 м и 12,8 м, если купили 2 куска дорожки по 15,8 м и 2 куска по 14,6 м?

**778.** Оля живёт в двенадцатиэтажном доме в квартире № 189. В каком подъезде и на каком этаже живёт Оля, если в её доме на каждом этаже находится по четыре квартиры?

**779.** Известно, что $a$ и $b$ – различные простые числа. Запишите все делители числа $m$, если:
1) $m = ab$; 2) $m = a^2b$; 3) $m = a^2b^2$.

**780.** В середине XVI в. в Москве проживало 100 000 жителей и она была самым многолюдным городом Московского государства. После столицы по числу жителей выделялись города Великий Новгород и Псков. Количество жителей Пскова составляло 20 % от количества жителей Москвы и 80 % от количества жителей Новгорода. Сколько людей проживало в середине XVI в. в Великом Новгороде?

## Готовимся к изучению новой темы

**781.** Пусть столбик, высота которого равна стороне клетки тетради, соответствует 1 году жизни человека. Нарисуй столбик, высота которого соответствует твоему возрасту.

**782.** Изобразите круг, разделите его двумя диаметрами на четыре равные части. Сколько процентов площади круга составляет площадь одного сектора?

## Задача от мудрой совы

**783.** Используя только цифры 1, 2, 3, 4, записали два неравных четырёхзначных числа, у каждого из которых все цифры различны. Может ли одно из этих чисел делиться нацело на другое?

## § 27. Диаграммы

Классный руководитель 6 класса ведёт учёт посещения занятий учащимися. В конце недели его записи выглядели следующим образом.

| День недели | Понедельник | Вторник | Среда | Четверг | Пятница |
|---|---|---|---|---|---|
| Количество отсутствующих | 3 | 2 | 5 | 4 | 7 |

Эти данные можно представить более наглядно в виде **столбчатой диаграммы** (рис. 68). Высота столбика показывает количество учеников, отсутствовавших в определённый день недели.

**Рис. 68**


Однако не только такую информацию можно получить из этой диаграммы. Она также даёт возможность отследить, как изменялось количество отсутствовавших в течение всей недели.

Информацию, представленную в таком виде, легко воспринимать, и поэтому её удобно обрабатывать и анализировать.

Наглядно отображают информацию также **круговые диаграммы**.

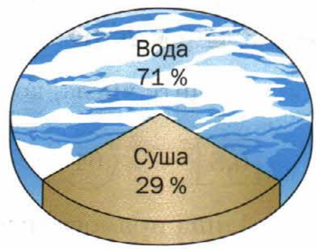
На рисунке 69 представлена круговая диаграмма распределения учащихся некоторой школы по спортивным секциям.

Из диаграммы на рисунке 70 видно, какую часть поверхности Земли занимает суша, а какую — вода.

В каких случаях удобно представлять информацию в виде столбчатых диаграмм, а в каких — в виде круговых?

Рис. 69


Рис. 70

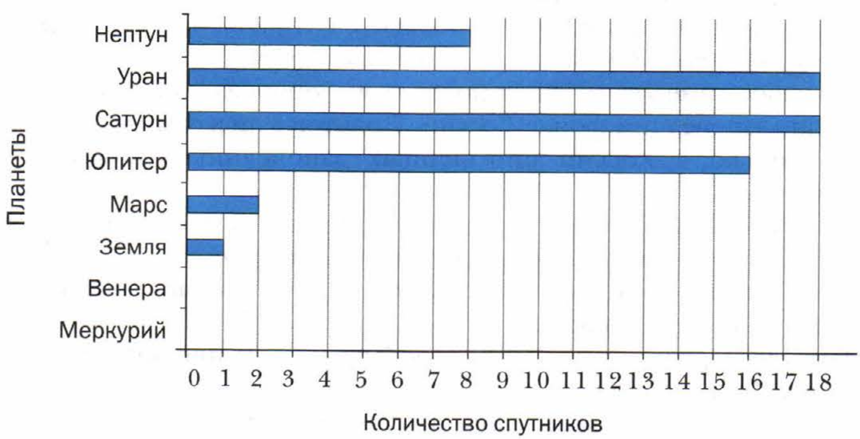



Вам, наверное, неоднократно приходилось слышать выражение «диаграммы роста». Если хотят продемонстрировать, как с течением времени изменяется некоторая величина, то более наглядными являются столбчатые диаграммы.

Круговые диаграммы чаще применяют тогда, когда хотят сопоставить части какой-то величины.

Обратите внимание на разнообразное оформление диаграмм в задачах этого параграфа. Например, столбчатая диаграмма может состоять не только из вертикальных столбиков, но и из горизонтальных полосок (рис. 71).

Рис. 71



**1.** Какие виды диаграмм вы знаете?

**2.** В каких случаях используют столбчатые диаграммы, а в каких — круговые?

## Решаем устно

**1.** Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$\boxed{0{,}8} \xrightarrow{\cdot\ \_\_} (64) \xrightarrow{:\ \_\_} \left(2\frac{2}{3}\right) \xrightarrow{-\ \_\_} \left(1\frac{8}{9}\right) \xrightarrow{+\ \_\_} \boxed{10}$$

**2.** Длина прямоугольника равна 48 см. Какой будет его длина на чертеже, выполненном в масштабе:
1) 1 : 3; 2) 1 : 10; 3) 1 : 5?

**3.** Огурцами засадили $\frac{1}{3}$ огорода, а помидорами – 30 % огорода. Какими овощами, огурцами или помидорами, засадили бóльшую площадь?

**4.** Бригада из семи рабочих может отремонтировать школу за 36 дней. Сколько требуется рабочих, чтобы отремонтировать школу за 12 дней, если производительность труда всех рабочих одинакова?

## Упражнения

**784.** На диаграмме (см. рис. 71) показано количество спутников у планет Солнечной системы. Пользуясь диаграммой, установите:
1) у каких планет наибольшее количество спутников;
2) есть ли планеты, не имеющие спутников;
3) есть ли планеты с одинаковым количеством спутников;
4) во сколько раз у Юпитера больше спутников, чем у Нептуна;
5) на сколько у Земли меньше спутников, чем у Урана.

**785.** На диаграмме (рис. 72) приведена выборочная информация о природно-заповедном фонде России. Пользуясь диаграммой, установите:
1) сколько в России биосферных заповедников; зоологических парков;
2) на сколько больше природных заказников федерального значения, чем памятников природы федерального значения;
3) во сколько раз природных заповедников больше, чем национальных природных парков.

**786.** Пользуясь диаграммой, на которой приведена информация о площади наибольших водохранилищ России (рис. 73), установите:
1) у какого из водохранилищ самая большая площадь;
2) у какого из данных водохранилищ наименьшая площадь;

3) площадь какого водохранилища, Рыбинского или Волгоградского, больше.

Рис. 72

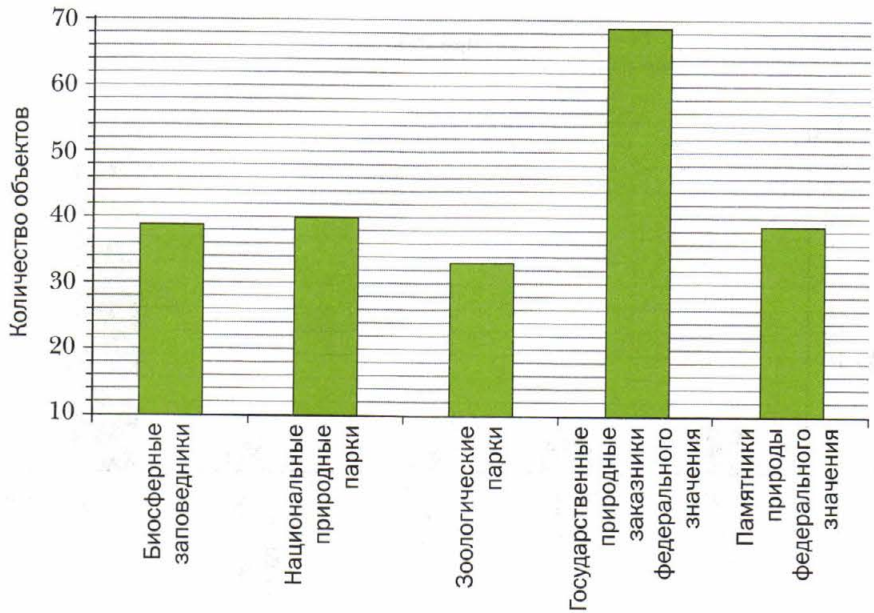
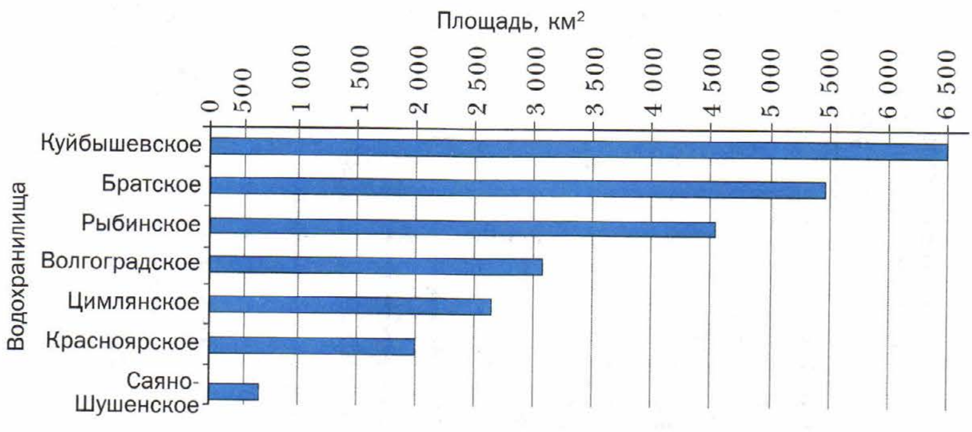



Рис. 73



**787.** Пользуясь диаграммой, на которой изображено процентное содержание соли в воде некоторых морей (рис. 74), установите:

1) в каком из данных морей самая солёная вода;
2) в каком из данных морей наименее солёная вода;
3) в каком из морей, Средиземном или Красном, вода солонее.

**Рис. 74**

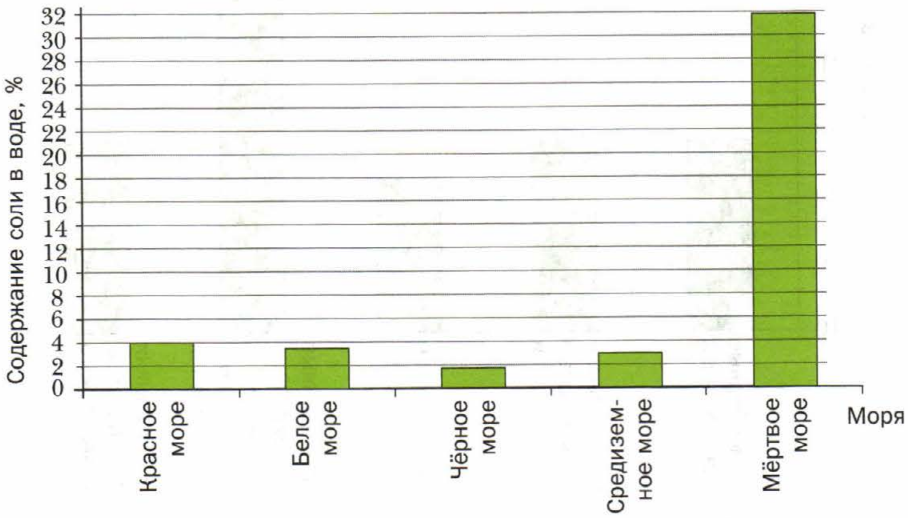
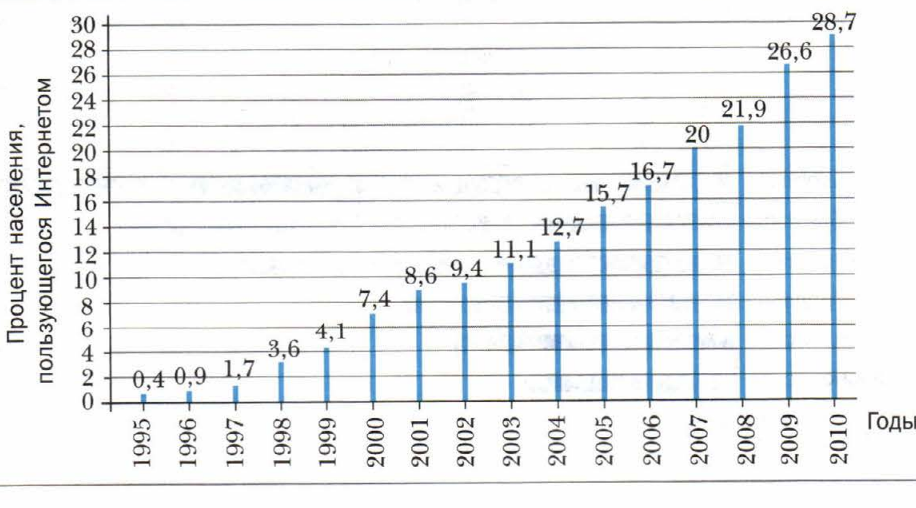



**Рис. 75**



**788.** На рисунке 75 приведена диаграмма количества пользователей Интернета в мире в процентах по отношению к общему количеству населения с 1995 по 2010 г. В течение какого года произошёл наименьший прирост количества пользователей? Наибольший прирост?

**789.** На круговой диаграмме (рис. 76) приведены результаты выборов мэра Солнечного города (в процентах). Пользуясь диаграммой, установите:

1) сколько процентов избирателей участвовало в голосовании;

2) на сколько процентов больше избирателей проголосовало за Знайку, чем за Незнайку;

3) сколько процентов избирателей проголосовало против Незнайки.

**790.** На круговой диаграмме (рис. 77) приведено распределение использования учеником 6 класса Петром Ивановым свободного от учёбы времени. Установите:

1) сколько процентов свободного времени Пётр проводит на свежем воздухе;

2) сколько процентов свободного времени он проводит с пользой для здоровья;

3) во сколько раз больше времени он тратит на просмотр телевизионных программ и игру на компьютере, чем на помощь родителям.

Посоветовали бы вы Петру что-то изменить в распределении свободного времени?

**Рис. 76**

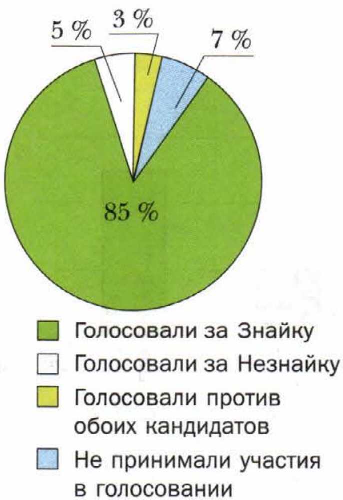
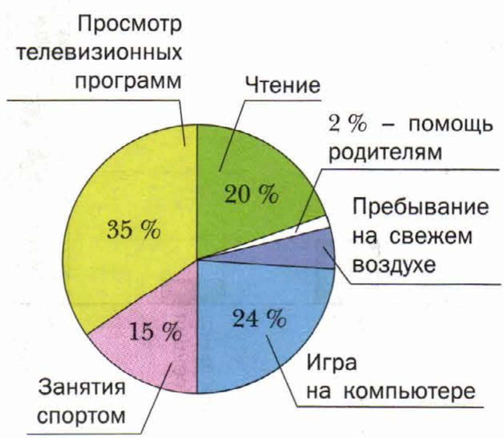



**Рис. 77**

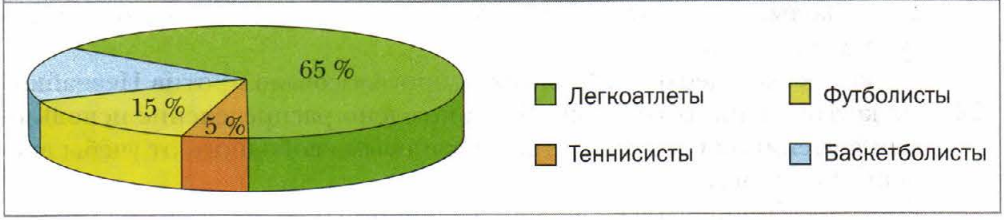


**791.** На диаграмме, изображённой на рисунке 78, представлено распределение учеников по секциям спортивной школы.

1) Сколько процентов учеников спортивной школы составляют баскетболисты?

2) Сколько легкоатлетов в этой школе, если общее количество учеников составляет 300 человек?

**Рис. 78**

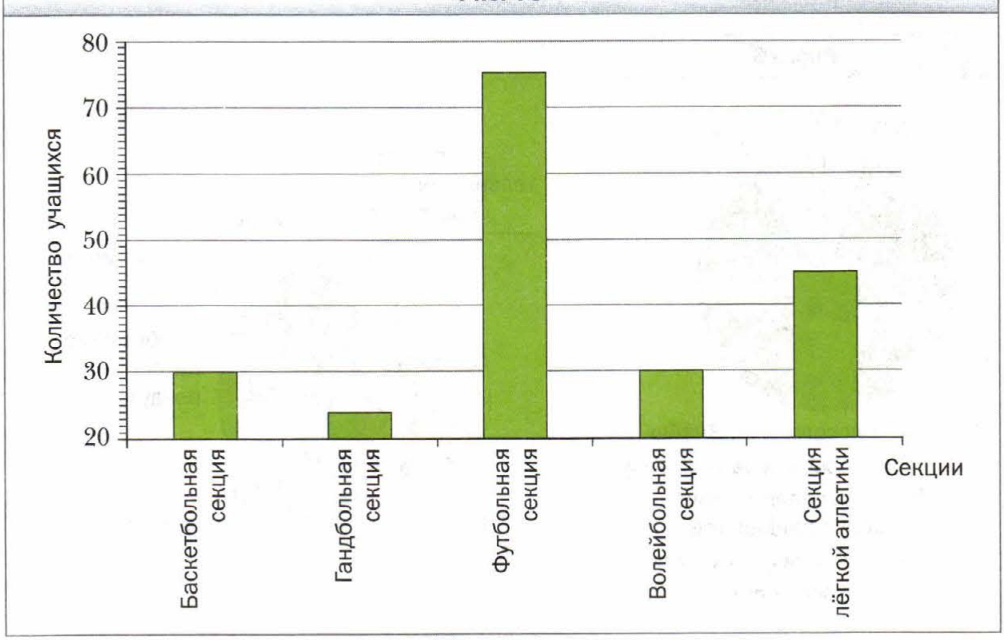



**792.** Учащиеся 6 классов посещают разные спортивные секции. Используя диаграмму (рис. 79), установите:

1) какую секцию посещает больше всего шестиклассников;

2) какие секции посещает одинаковое количество шестиклассников;

**Рис. 79**



3) какую часть количества футболистов составляет количество легкоатлетов;

4) сколько процентов количество гандболистов составляет от количества баскетболистов.

**793.** Пользуясь таблицей средних годовых температур воздуха в отдельных городах России, постройте соответствующую столбчатую диаграмму.

| Город | Температура, °С | Город | Температура, °С |
|---|---|---|---|
| Астрахань | 10,1 | Омск | 1,7 |
| Владивосток | 4,6 | Петропавловск-Камчатский | 1,2 |
| Иркутск | 0,6 | Ростов-на-Дону | 9,6 |
| Красноярск | 1,3 | Рязань | 5,0 |
| Москва | 5,8 | Санкт-Петербург | 5,4 |

**794.** Пользуясь таблицей развития метрополитена в Санкт-Петербурге, постройте соответствующую столбчатую диаграмму.

| Год | Количество станций | Год | Количество станций |
|---|---|---|---|
| 1955 | 7 | 1985 | 48 |
| 1960 | 10 | 1990 | 51 |
| 1965 | 19 | 1995 | 54 |
| 1970 | 27 | 2000 | 57 |
| 1975 | 34 | 2005 | 58 |
| 1980 | 38 | 2010 | 64 |

**795.** В таблице приведены высочайшие вершины некоторых горных систем Европы. Округлите высоту каждой вершины до сотен метров. Для изображения высоты 100 м возьмите отрезок, длина которого равна 1 мм, и постройте столбчатую диаграмму высот приведённых вершин горных систем.

| Горная система | Название вершины | Высота, м |
|---|---|---|
| Альпы | Монблан | 4 807 |
| Андалусские горы | Муласен | 3 478 |
| Апеннины | Корно | 2 914 |
| Кавказ | Эльбрус | 5 642 |
| Массив Рила (Балканы) | Мусала | 2 925 |
| Массив Татры | Герлаховски-Штит | 2 655 |
| Пиренеи | Пик Ането | 3 404 |
| Скандинавские горы | Гальхёпигген | 2 469 |

**796.** С помощью таблицы, отражающей увеличение количества пользователей Интернета в мире, постройте соответствующую столбчатую диаграмму, округлив предварительно количество пользователей до десятков миллионов и взяв для изображения 10 млн человек отрезок длиной 1 мм.

| Дата | Количество пользователей, млн | Дата | Количество пользователей, млн |
|---|---|---|---|
| Декабрь 1997 | 70 | Октябрь 2004 | 812 |
| Декабрь 1998 | 147 | Июнь 2005 | 939 |
| Декабрь 1999 | 248 | Июнь 2006 | 1 043 |
| Декабрь 2000 | 451 | Июнь 2007 | 1 073 |
| Август 2001 | 513 | Июнь 2008 | 1 463 |
| Сентябрь 2002 | 587 | Июнь 2009 | 1 669 |
| Декабрь 2003 | 719 | Июнь 2010 | 1 967 |

**797.** В таблице приведена распространённость некоторых химических элементов в земной коре.
Постройте столбчатую диаграмму распространённости приведённых элементов, взяв для изображения 0,1 % отрезок, длина которого равна 1 мм.

| Название элемента | Масса земной коры, % (с точностью до десятых) |
|---|---|
| Алюминий | 7,5 |
| Кальций | 3,4 |
| Натрий | 2,6 |
| Калий | 2,4 |
| Магний | 1,9 |
| Титан | 0,6 |

### Упражнения для повторения

**798.** Максимальная масса белого медведя 800 кг, что составляет $\frac{2}{15}$ максимальной массы индийского слона или 640 % максимальной массы льва. Найдите максимальную массу: 1) индийского слона; 2) льва.

**799.** В Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова учится около 40 000 студентов. Количество студентов Кембриджского университета (Великобритания) составляет 30 % количества студентов Московского университета или $\frac{3}{7}$ количества студентов Гёттингенского университета (Германия). Сколько студентов учится в Гёттингенском университете?

**800.** Используя цифры 4, 5, 6, записали два разных трёхзначных числа. Может ли произведение этих чисел быть равным числу, записанному с помощью только цифр 0, 2, 3, 5, 6, 8? (В записи чисел цифры не повторяются.)

### Задача от мудрой совы

**801.** В США дату обычно записывают так: месяц, число и год. Например, дату рождения А.С. Пушкина американец записал бы так: 5.26.1799.

В Европе же сначала записывают число, потом месяц и год. Сколько в году дней, дату которых нельзя прочитать однозначно, не зная, каким способом она записана?

## § 28. Случайные события. Вероятность случайного события

Прозвенел школьный звонок, выпал снег, на уроке математики тебя вызвали к доске, чёрный кот перебежал дорогу – всё это события. Каждое из этих событий в одних и тех же условиях могло произойти, а могло и не произойти (снег мог не выпасть, звонок не прозвенеть и т. п.). Поэтому можно говорить, что мы привели примеры **случайных событий**.

Представьте себе, что выпущено 1 000 000 лотерейных билетов и разыгрывается один автомобиль. Можно ли, купив один лотерейный билет, выиграть этот приз? Конечно можно, хотя это событие *маловероятно*. А если будут разыгрываться 10 автомобилей? Понятно, что вероятность выигрыша увеличится. Если же представить, что разыгрываются 999 999 автомобилей, то вероятность выигрыша становится очень большой.

Следовательно, **вероятности случайных событий** – это величины, которые можно сравнивать. Однако для этого следует договориться, каким образом количественно оценивать возможность появления того или иного случайного события.

Приобретя один билет, считают, что вероятность выигрыша при розыгрыше одного автомобиля равна $\frac{1}{1\,000\,000}$, при розыгрыше десяти автомобилей – $\frac{10}{1\,000\,000} = \frac{1}{100\,000}$, 999 999 автомобилей – $\frac{999\,999}{1\,000\,000}$. Этими дробями мы оцениваем шансы наступления интересующего нас случайного события.

Наука, которая занимается оценками вероятностей случайных событий, называется *теорией вероятностей*.

Если представить себе такую фантастическую ситуацию, в которой каждый лотерейный билет является призовым, то выигрыш гарантирован. Тогда событие «выигрыш автомобиля» называют **достоверным** и считают, что его вероятность равна 1.

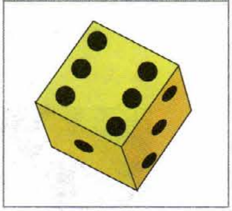
Если в лотерее нет ни одного призового билета, то выиграть автомобиль невозможно. В этом случае событие «выигрыш автомобиля» называют **невозможным** и считают, что его вероятность равна 0.

*Вероятность случайного события может быть любым числом от 0 до 1.*

Понятно, что если бы половина билетов тиража оказалась призовой, то события «выигрыш» и «невыигрыш» автомобиля стали бы **равновероятными**. Вероятность каждого из них была бы равна $\frac{1}{2}$.

Покупка лотерейного билета, подбрасывание игрального кубика или монеты, вытягивание экзаменационного билета – это примеры экспериментов со *случайными исходами (результатами)*. К такого рода экспериментам можно отнести различные испытания, опыты, наблюдения, результаты которых заранее предсказать нельзя.

Рис. 80



При бросании игрального кубика (рис. 80) можно получить один из шести результатов: выпадет 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Все эти шесть результатов равновозможны. Поэтому естественно считать, что, например, вероятность события «выпадение 5 очков» равна $\frac{1}{6}$.

Найдём вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет число, кратное 3. В этом эксперименте из шести равновозможных исходов есть только два, которые нас устраивают: выпадание 3 или 6 очков. Эти два исхода назовём *благоприятными*.

Вероятность того, что выпадет число, кратное 3, равна $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

В примере с лотереей испытание состоит в том, что покупают один билет. В этом эксперименте существует 1 000 000 равновозможных исходов: купили билет с номером 1, купили билет с номером 2 и т. д. Если выигрышных билетов 10, то имеем 10 благоприятных исходов. Вероятность выигрыша при покупке одного билета равна $\frac{10}{1\,000\,000} = \frac{1}{100\,000}$.

Приведённые примеры иллюстрируют следующее. *Если эксперимент заканчивается одним из $n$ равновозможных исходов, из которых $m$ являются благоприятными для наступления данного события, то вероятность этого события равна* $\frac{m}{n}$.

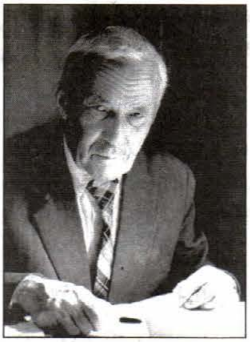
**Пример.** В коробке лежат два синих и пять жёлтых шаров. Наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется: 1) синим; 2) красным?

Решение. 1) Представим себе, что шары пронумерованы числами от 1 до 7. При вынимании шара может произойти семь равновозможных исходов: вынули шар с номером 1, вынули шар с номером 2 и т. д. Из них благоприятных только два (ведь в коробке только два синих шара). Поэтому искомая вероятность равна $\frac{2}{7}$.

2) Поскольку в коробке нет красных шаров, то рассматриваемое событие является невозможным, следовательно, его вероятность равна 0.

Ответ: 1) $\frac{2}{7}$; 2) 0. ◄

Становление и развитие теории вероятностей связаны с трудами таких выдающихся учёных, как Якоб Бернулли (1654–1705), Пьер Лаплас (1749–1827), Рихард Мизес (1883–1953). В XX в. особое значение приобрели работы выдающегося советского математика Андрея Николаевича Колмогорова.



**А.Н. Колмогоров (1903–1987)**

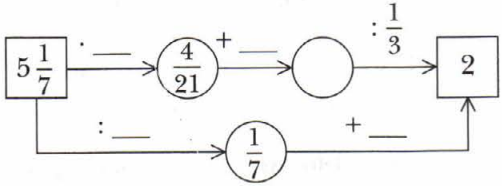
Значительную часть своих творческих сил посвящал педагогической деятельности. Много работал с одарённой молодёжью, был одним из руководителей первых московских олимпиад и школьного математического кружка при МГУ. Многие поколения школьников нашей страны учились по учебникам А.Н. Колмогорова.

1. Какие события называют случайными?
2. Какая наука занимается оценкой вероятности случайных событий?
3. Чему равна вероятность достоверного события?
4. Чему равна вероятность невозможного события?
5. Как вычислить вероятность случайного события в эксперименте с равновозможными исходами?

## Решаем устно

1. В коробке лежат 54 шара, из которых 12 красных, а остальные – зелёные. Какую часть всех шаров составляют красные? Зелёные? Какую часть от количества зелёных шаров составляют красные?
2. За четыре одинаковых набора цветных карандашей заплатили 820 р. Сколько стоят 12 таких наборов?

**3.** Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:




## Упражнения

**802.** Приведите примеры экспериментов, результатами которых являются случайные события.

**803.** Приведите примеры экспериментов, результатами которых являются события, по вашему мнению: 1) маловероятные; 2) очень вероятные.

**804.** Приведите примеры экспериментов, результатами которых являются: 1) достоверные события; 2) невозможные события.

**805.** Какие из следующих событий являются достоверными, а какие невозможными:

1) из корзины, в которой лежат только яблоки, достали персик;

2) в выбранном наугад слове русского языка обнаружили три подряд идущие буквы «н»;

3) складывая два последовательных натуральных числа, получили нечётное число;

4) заглянув в календарь, обнаружили, что в следующем году твой день рождения выпадет на среду?

**806.** Все ли равновероятные события имеют вероятность, равную $\frac{1}{2}$?

**807.** Приведите примеры экспериментов, результатами которых являются равновероятные события.

**808.** Приведите примеры экспериментов, результатами которых не являются равновероятные события.

**809.** Какова вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет количество очков, равное: 1) двум; 2) пяти; 3) нечётному числу; 4) числу, которое кратно 6?

**810.** Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет: 1) чётное число; 2) число, которое не делится нацело на 4; 3) число, которое не делится нацело на 3; 4) число, кратное 7?

**811.** Чтобы сдать экзамен по математике, нужно выучить 30 билетов. Ученик выучил 25 билетов. Какова вероятность того, что он вытянет билет, ответ на который знает?

**812.** Чтобы сдать экзамен по истории, нужно выучить 25 билетов. Ученик не выучил только один билет. Какова вероятность того, что он вытянет именно этот билет?

**813.** В классе учатся 12 девочек и 17 мальчиков. Один учащийся этого класса опоздал в школу. Какова вероятность того, что это: 1) был мальчик; 2) была девочка?

**814.** В лотерее 20 выигрышных билетов и 480 билетов без выигрыша. Какова вероятность выиграть в эту лотерею, если купить один билет?

**815.** Три грани кубика покрасили в красный цвет, а остальные три – в синий. Какова вероятность того, что при бросании кубика выпадет красная грань?

**816.** Две грани кубика покрасили в чёрный цвет, а остальные – в белый. Какова вероятность того, что при бросании кубика выпадет: 1) чёрная грань; 2) белая грань?

**817.** Из коробки шахмат случайно выпала одна фигура. Какова вероятность того, что эта фигура:

1) белый король;
2) чёрный ферзь;
3) король;
4) чёрная ладья;
5) конь;
6) белая пешка;
7) пешка;
8) белая фигура;
9) не пешка;
10) не король;
11) не белый ферзь;
12) не пешка и не король;
13) не слон и не ферзь;
14) не конь, не король и не ладья?

**818.** В коробке было 19 карточек, пронумерованных числами от 1 до 19. Из коробки наугад взяли одну карточку. Какова вероятность того, что на ней написано число:

1) 12;
2) 21;
3) чётное;
4) нечётное;
5) кратное 3;
6) кратное 7;
7) простое;
8) двузначное;
9) в записи которого есть цифра 9;
10) в записи которого есть цифра 1;
11) в записи которого отсутствует цифра 5;
12) сумма цифр которого делится нацело на 5;
13) при делении которого на 7 остаток равен 5;
14) в записи которого отсутствует цифра 1?

**819.** Какова вероятность того, что, на открытой наугад странице перекидного календаря (каждому дню года отводится отдельная страница) следующего года будет записано:

1) 7-е число; 2) 31-е число; 3) 29-е число?

**820.** В коробке лежат пять красных и три жёлтых шара. Какова вероятность того, что выбранный наугад шар окажется:

1) жёлтым; 2) красным; 3) синим?

**821.** В ящике было 45 шаров, из которых 17 – белых. Потеряли два не белых шара. Какова вероятность того, что взятый наугад один шар будет белым?

**822.** Карточки с номерами 1, 2, 3 положили в ряд. Какова вероятность того, что карточки с нечётными номерами окажутся рядом?

**823.** В коробке лежат два синих шара и несколько красных. Сколько красных шаров в коробке, если вероятность того, что выбранный наугад шар:

1) окажется синим, равна $\frac{2}{5}$; 2) окажется красным, равна $\frac{4}{5}$?

**824.** Грани кубика окрашены в два цвета – синий и жёлтый (каждая грань в один цвет). Вероятность того, что выпадет синяя грань, равна $\frac{2}{3}$, а что того, жёлтая, – $\frac{1}{3}$. Сколько синих и сколько жёлтых граней у кубика?

**825.** В коробке лежат три зелёных и шесть синих шаров. Какое наименьшее количество шаров нужно вынуть наугад, чтобы вероятность того, что среди вынутых шаров хотя бы один окажется зелёного цвета, была равной 1?

## Упражнения для повторения

**826.** Один тракторист может вспахать поле за 18 ч, а другой – за 12 ч. Какую часть поля они вспашут вместе, если первый будет работать 5 ч, а второй – 7 ч?

**827.** Цену товара сначала увеличили на 50 %, а потом уменьшили на 50 %. Какой стала цена товара, если сначала она составляла 2 000 р.?

**828.** Заполните цепочку вычислений:

$$\boxed{2\frac{1}{3}} \xrightarrow{:\,5\frac{5}{6}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\,15} \bigcirc \xrightarrow{-\,2\frac{13}{17}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\,1\frac{6}{11}} \square$$

## Задача от мудрой совы

**829.** Футбольный мяч плотно обтянут сеткой. Из каждого узла сетки выходит три верёвки. Может ли в этой сетке быть 999 узлов?

## Итоги главы 3

### Отношение

Частное двух чисел $a$ и $b$, отличных от нуля, называют отношением чисел $a$ и $b$ или отношением числа $a$ к числу $b$.

### Основное свойство отношения

Отношение не изменится, если его члены умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.

### Свойство отношения

Отношение чисел $a$ и $b$ показывает, во сколько раз число $a$ больше числа $b$ или какую часть число $a$ составляет от числа $b$.

### Пропорция

Равенство двух отношений называют пропорцией: $a : b = c : d$ или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

### Основное свойство пропорции

Произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов.

### Свойство пропорции

Если $a$, $b$, $c$ и $d$ — числа, отличные от нуля, и $ad = bc$, то отношения $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ равны и могут образовать пропорцию $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

### Процентное отношение двух чисел

Процентное отношение двух чисел — это их отношение, выраженное в процентах.

### Правило нахождения процентного отношения двух чисел

Чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо их отношение умножить на 100 и к результату дописать знак процента.

### Прямо пропорциональные величины

Две переменные величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

### Свойство прямо пропорциональных величин

**Если две переменные величины прямо пропорциональны, то отношение соответствующих значений этих величин равно одному и тому же, постоянному для данных величин, числу.**

### Обратно пропорциональные величины

**Две переменные величины называют обратно пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из этих величин в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.**

### Свойство обратно пропорциональных величин

**Если две переменные величины обратно пропорциональны, то произведение соответствующих значений этих величин равно одному и тому же для данных величин числу.**

### Число $\pi$

**Число $\pi$ — это отношение длины окружности к её диаметру.**

### Длина окружности

**$l = 2\pi r$, где $r$ — радиус окружности.**

### Площадь круга

**$S = \pi r^2$, где $r$ — радиус круга.**

### Площадь боковой поверхности цилиндра

**$S_{бок} = 2\pi rh$, где $r$ — радиус основания цилиндра, $h$ — высота цилиндра.**

### Вероятность случайного события

**Если эксперимент заканчивается одним из $n$ равновозможных исходов, из которых $m$ являются благоприятными для наступления данного события, то вероятность этого события равна $\frac{m}{n}$.**

# Глава 4. Рациональные числа и действия над ними

Изучив материал этой главы вы узнаете: какие числа называют целыми, а какие — рациональными; что такое модуль числа; какие прямые называют параллельными, а какие — перпендикулярными; какие фигуры называют симметричными.

Вы познакомитесь с координатной прямой и координатной плоскостью, с новым способом решения уравнений.

Вы научитесь сравнивать рациональные числа, выполнять арифметические действия с рациональными числами, познакомитесь со свойствами этих действий.

## § 29. Положительные и отрицательные числа

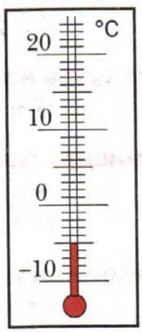
Окружающий нас мир настолько сложен и разнообразен, что для описания многих событий и явлений натуральных и дробных чисел недостаточно.

Рассмотрим несколько примеров.

Начинающий бизнесмен положил на свой счёт в банке 50 000 р. Через некоторое время он снял со счёта эти деньги и взял в кредит (в долг) 20 000 р. Каким числом теперь оценить остаток на его счёте в этом банке?

Конечно, можно сказать, что бизнесмен задолжал банку 20 000 р. Однако есть и другая оценка: говорят, что на счёте «минус 20 000 р.». Пишут: –20 000 р.

Рис. 81




Столбик термометра, изображённого на рисунке 81, указывает на пятую из расположенных ниже нуля отметок. В таком случае говорят, что температура равна «минус 5 градусов». Пишут: –5 °С. Также можно сказать, что термометр показывает «5 градусов ниже нуля» или «5 градусов мороза».

г. Эверест

В 1982 г. состоялась первая советская экспедиция на Эверест. Достигнув отметки 8 848 м над уровнем моря, альпинисты покорили высочайшую вершину Земли. Если когда-нибудь нашим исследователям удастся опуститься на дно Марианской впадины, то в газетах напишут: «Россиянам покорилась отметка –11 022 м».

Числа $-20\,000$, $-5$, $-11\,022$ – примеры **отрицательных чисел**. Как видите, эти числа записывают с помощью знака «–».

Рассмотрим ещё примеры отрицательных чисел: $-\frac{1}{3}$; $-2{,}4$; $-5\frac{2}{9}$ (читают соответственно: «минус одна третья», «минус две целых четыре десятых», «минус пять целых две девятых»).

Натуральные и дробные числа, которые вы изучали раньше, теперь будем называют **положительными**. Так, 5; $\frac{1}{17}$; 8,3 – примеры положительных чисел.

*Число 0 особенное: его не относят ни к положительным, ни к отрицательным числам.*

В тех случаях, когда может возникнуть путаница, положительное число обозначают с помощью знака «+». Например, информацию «термометр показывает 1 °C» можно уточнить: «термометр показывает +1 °C».

Отметим, что использовать знак «+» для обозначения положительных чисел совсем не обязательно. Например, +12 и 12 – это одно и то же число, записанное разными способами.

Если одно число положительное, а другое отрицательное, то о таких числах говорят, что они *имеют разные знаки*. А если оба числа положительны или оба числа отрицательны, то говорят, что они *имеют одинаковые знаки*.

**1.** С помощью какого символа обозначают отрицательные числа? Положительные числа?

**2.** Какое число не относят ни к положительным, ни к отрицательным числам?

**3.** О каких числах говорят, что они имеют разные знаки? Одинаковые знаки?

## Решаем устно

**1.** Андрей простудился, и вечером его температура с 36,6° повысилась на 2,3°. Но утром ему стало легче, и температура снизилась на 1,8°. Какой была температура у Андрея: 1) вечером; 2) утром?

**2.** Решите уравнение:

1) $\frac{1}{3}x = 5$; 2) $3x = 5$; 3) $3x = \frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$.

**3.** Купили 20 кг овощей – картофель и морковь. Картофеля купили 17 кг. Сколько процентов овощей составляет: 1) картофель; 2) морковь?

**4.** На плоскости отметили пять точек. Сколько можно провести отрезков, концами которых будут эти точки?

## Упражнения

**830.** Какие из чисел 3; –6; $-2\frac{1}{3}$; 4,7; $\frac{9}{16}$; 0; –5,2; $-9\frac{3}{7}$; 10,14; $\frac{5}{8}$:

1) являются положительными;
2) являются отрицательными;
3) не являются ни положительными, ни отрицательными?

**831.** Запишите с помощью знаков «+» и «–» информацию Гидрометцентра:

1) 18° тепла;
2) 7° мороза;
3) 12° ниже нуля;
4) 16° выше нуля.

**832.** С помощью положительных и отрицательных чисел запишите высоты и глубины, приведённые в таблице.

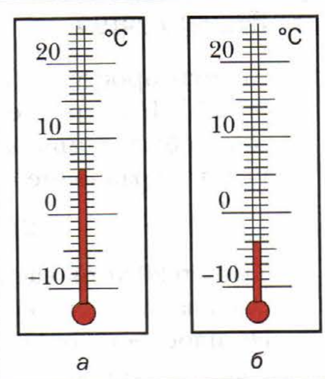
| | |
|---|---|
| Говерла (Карпаты) | 2 061 м |
| Жёлоб Пуэрто-Рико (Атлантический океан) | 8 742 м |
| Канченджанга (Гималаи) | 8 585 м |
| Эльбрус (Кавказ) | 5 642 м |
| Зондский жёлоб (Индийский океан) | 7 729 м |
| Гренландское море | 5 527 м |

**833.** Запишите шесть отрицательных дробей со знаменателем 5.

**834.** Запишите четыре отрицательные десятичные дроби с одной цифрой после запятой.

**835.** Запишите показания термометров, изображённых на рисунке 82.

**Рис. 82**




**836.** Какую температуру будет показывать термометр, изображённый на рисунке 82, *а*, если:

1) его столбик опустится на 8 делений;
2) его столбик поднимется на 4 деления;
3) температура повысится на 5 °C;
4) температура понизится на 6 °C;
5) температура понизится на 10 °C?

**837.** Какую температуру будет показывать термометр, изображённый на рисунке 82, *б*, если:

1) его столбик поднимется на 2 деления;
2) его столбик опустится на 3 деления;
3) температура повысится на 6 °C;
4) температура понизится на 5 °C?

**838.** В 10 ч термометр показывал температуру –2 °C. За два часа температура воздуха изменилась на 5 °C. Какой стала температура воздуха?

**839.** В 20 ч термометр показывал температуру –3 °C. Через три часа температура воздуха изменилась на 4 °C. Какой стала температура воздуха?

## Упражнения для повторения

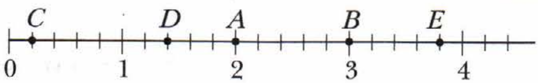
**840.** В парке растёт 150 клёнов, дубов больше на $\frac{2}{15}$ количества клёнов, берёзы составляют $\frac{23}{34}$ количества дубов, а липы – $\frac{20}{87}$ общего количества клёнов, дубов и берёз. Сколько всего указанных деревьев растёт в парке?

**841.** Найдите значение выражения:
$\left(1{,}02 : \frac{1}{50} - 7{,}26 : \frac{11}{70}\right) : 3\frac{1}{5} + 0{,}4 : 0{,}36.$

## Готовимся к изучению новой темы

**842.** Каковы координаты точек $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ на рисунке 83?

**Рис. 83**




**843.** Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен 3 см. Отметьте на нём точки $A$ (1); $B$ (2); $C\left(\frac{1}{6}\right)$; $D\left(1\frac{5}{6}\right)$; $E\left(2\frac{1}{3}\right)$; $F$ (1,5).

**844.** Начертите горизонтальную прямую, отметьте на ней точку $O$ и точки $M$, $N$, $K$, $P$, которые расположены так:
1) точка $M$ на 4 клетки правее точки $O$;
2) точка $N$ на 3 клетки левее точки $O$;
3) точка $K$ на 7 клеток левее точки $O$;
4) точка $P$ на 5 клеток правее точки $O$.

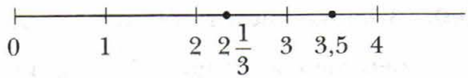
## Задача от мудрой совы

**845.** Двое мальчиков находились в лодке у берега реки. К ним обратилась группа туристов с просьбой помочь переправиться на противоположный берег. В лодке помещаются или два мальчика, или один турист. Смогут ли мальчики помочь туристам?

# § 30. Координатная прямая

В курсе математики 5 класса вы научились изображать на координатном луче положительные числа и нуль (рис. 84).

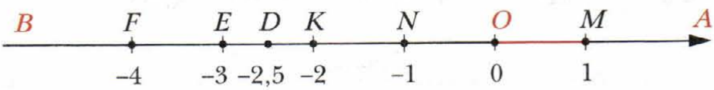
**Рис. 84**




Понятно, что на этом луче «нет места» для отрицательных чисел. Этот «недостаток» координатного луча исправляет **координатная прямая**.

Рассмотрим горизонтальную прямую и отметим на ней точку $O$, которую будем называть **началом отсчёта**. Точка $O$ изображает число 0. Она разделяет прямую на два луча $OA$ и $OB$ (рис. 85). Отметим на луче $OA$ точку $M$, которая будет изображать число 1. На луче $OA$ можно изобразить все положительные числа.

**Рис. 85**




На луче $OB$ отметим точку $N$ так, что $ON = OM$. Будем считать, что точка $N$ изображает число –1. Чтобы изобразить число –2, нужно на луче $OB$ отметить точку $K$ так, чтобы $OK = 2ON$. Действуя аналогично, можно отметить точки $E$ и $F$, которые изображают соответственно числа –3 и –4. Теперь понятно, что на луче $OB$ можно изобразить все отрицательные числа. Например, точка $D$ изображает число –2,5.

Луч $OA$ задаёт **положительное направление** на прямой $AB$, а луч $OB$ – **отрицательное направление**. Положительное направление указывают стрелкой.

**Прямую, на которой выбрали начало отсчёта, единичный отрезок и направление, называют координатной прямой.**

Например, на рисунке 85 изображена координатная прямая с началом отсчёта в точке $O$ и единичным отрезком $OM$. Точка $N$ изображает число $-1$, которое называют **координатой** точки $N$ и записывают $N\ (-1)$. Аналогично записывают $O\ (0)$, $M\ (1)$, $K\ (-2)$, $D\ (-2{,}5)$, $E\ (-3)$, $F\ (-4)$.

Часто вместо слов «отметим точку с координатой, равной...» коротко говорят «отметим число...».

Все положительные числа и нуль называют **неотрицательными** числами.

Все отрицательные числа и нуль называют **неположительными** числами.

**1.** Какую прямую называют координатной?
**2.** Какие два направления существуют на координатной прямой?
**3.** Какие числа называют неотрицательными?
**4.** Какие числа называют неположительными?

## Решаем устно

**1.** Выполните действия:

1) 0,18 : 0,06; 3) 1,8 : 0,06; 5) $\frac{3}{11}+\frac{3}{4}$; 7) $\frac{5}{7}\cdot\frac{14}{25}$;

2) 0,18 : 0,6; 4) 1,8 : 0,6; 6) $\frac{9}{16}-\frac{3}{8}$; 8) $\frac{9}{16}:\frac{3}{8}$.

**2.** За 3 ч турист прошёл 9,6 км. Сколько километров он пройдёт с той же скоростью: 1) за 1,5 ч; 2) за 6 ч?

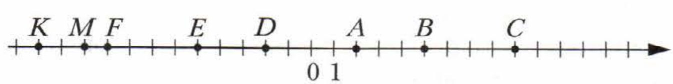
**3.** На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если каждую из его сторон увеличить в 2 раза?

**4.** На сколько процентов уменьшится площадь квадрата, если каждую из его сторон уменьшить в 2 раза?

## Упражнения

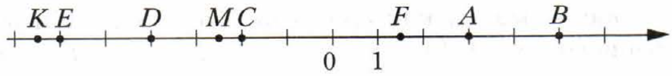
**846.** Запишите координаты точек $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $M$, $K$, изображённых на рисунке 86.

**Рис. 86**




*а*

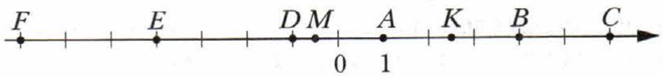
**Рис. 86**



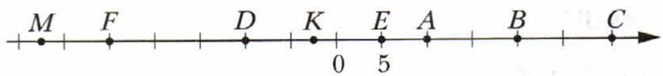

б

**847.** Запишите координаты точек $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $M$, $K$, изображённых на рисунке 87.

**Рис. 87**




а




б

**848.** Начертите координатную прямую и отметьте на ней числа: 0; 1; 4; –3; 6; –2; –5; 2,5; –4,5.

**849.** Начертите координатную прямую и отметьте на ней числа: 0; 1; –2; 7; 5; –4; –2,5; –5,5; –6.

**850.** Начертите координатную прямую, взяв за единичный такой отрезок, длина которого в 6 раз больше стороны клетки тетради. Отметьте точки $A\ (1)$, $B\ (-1)$, $C\ (-0{,}5)$, $D\left(\frac{2}{3}\right)$, $E\left(-1\frac{1}{6}\right)$, $F\left(2\frac{1}{3}\right)$, $M\left(-1\frac{2}{3}\right)$, $P\left(-2\frac{1}{6}\right)$, $R\left(-\frac{1}{3}\right)$.

**851.** Начертите координатную прямую, взяв за единичный такой отрезок, длина которого в 4 раза больше стороны клетки тетради. Отметьте точки $A\ (2)$, $B\left(\frac{1}{2}\right)$, $C\left(1\frac{1}{4}\right)$, $D\ (-2)$, $E\left(-\frac{1}{4}\right)$, $F\ (-1{,}75)$, $Q\left(-2\frac{1}{8}\right)$, $S\ (0{,}25)$, $T\ (-1{,}5)$, $N\ (1{,}25)$.

**852.** Длина единичного отрезка координатной прямой равна 1 см. Чему равно расстояние между точками:
1) $A\ (2)$ и $B\ (6)$; 2) $C\ (-3)$ и $D\ (-1)$; 3) $M\ (-4)$ и $N\ (2)$?

**853.** Длина единичного отрезка координатной прямой равна 5 мм. Чему равно расстояние между точками:
1) $A$ (–10) и $B$ (–3); 2) $C$ (–5) и $O$ (0); 3) $D$ (–2) и $E$ (2)?

**854.** Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $A$ (–1) и $B$ (5). Найдите на прямой точку, которая является серединой отрезка $AB$, и определите её координату.

**855.** Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $M$ (–6) и $C$ (–2). Найдите на прямой точку $N$ такую, что точка $C$ – середина отрезка $MN$, и определите координату точки $N$.

**856.** Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $K$ (–1) и $F$ (5). Найдите на прямой точку $E$ такую, что точка $K$ – середина отрезка $EF$, и определите координату точки $E$.

**857.** Начертите координатную прямую, отметьте на ней точку $B$ (–4). Отметьте на этой прямой точку, удалённую от точки $B$:
1) в положительном направлении на 8 единиц;
2) в отрицательном направлении на 3 единицы.

**858.** Начертите координатную прямую, отметьте на ней точку $K$ (2). Отметьте на этой прямой точку, удалённую от точки $K$:
1) в отрицательном направлении на 2 единицы;
2) в положительном направлении на 4 единицы.

**859.** Запишите какие-нибудь три числа, лежащие на координатной прямой:
1) левее числа 2; 3) левее числа –100;
2) правее числа 3,6; 4) правее числа –25.

**860.** Запишите какие-нибудь четыре числа, лежащие на координатной прямой между числами –1 и 0.

**861.** Запишите какие-нибудь два числа, лежащие на координатной прямой:
1) левее числа –240; 3) между числами –9 и –8;
2) правее числа –0,5; 4) между числами –0,1 и 0,1.

**862.** Запишите числа, удалённые на 7 единиц от числа:
1) 80; 2) 4; 3) 0; 4) –3; 5) –12; 6) –7.

**863.** На координатной прямой отметили числа –8 и 12 (рис. 88). Какая из точек $A$, $B$, $C$ или $D$ является началом отсчёта?

**864.** Найдите координату точки $C$ (рис. 89).

**Рис. 88**

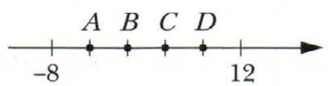
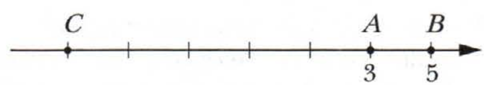



**Рис. 89**



**865.** На координатной прямой отметили точки $A$ (2) и $B$ (8). Какую координату должна иметь точка $M$, чтобы отрезок $BM$ был в 2 раза длиннее отрезка $AM$? Сколько решений имеет задача?

### Упражнения для повторения

**866.** Начертите две окружности, радиусы которых равны 2 см, так, чтобы они: 1) имели две общие точки; 2) имели одну общую точку; 3) не имели общих точек.

**867.** Из некоторого числа вычли $\frac{5}{17}$ этого числа и получили 480. Найдите это число.

**868.** Все учащиеся 6 класса занимаются или в секции тенниса, или в секции плавания. Некоторые из них занимаются и теннисом, и плаванием: $\frac{1}{6}$ теннисистов занимаются плаванием, а $\frac{1}{5}$ пловцов – теннисом. Кого в классе больше – теннисистов или пловцов?

**869.** Число 50 увеличили на 500 %. Во сколько раз полученное число больше 50?

### Задача от мудрой совы

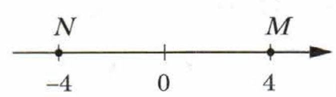
**870.** На столе стоят семь стаканов – все вверх дном. За один ход разрешается перевернуть любые четыре стакана. Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?

## § 31. Целые числа. Рациональные числа

На рисунке 90 точки $M$ и $N$ изображают числа 4 и –4 соответственно. Эти точки лежат по разные стороны, но на одинаковом расстоянии от начала отсчёта.

Такое же свойство присуще каждым двум точкам, которые изображают пары чисел $-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$; –2,6 и 2,6; –100 и 100.

**Рис. 90**




Числа –4 и 4; $-\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$; –2,6 и 2,6; –100 и 100 называют **противоположными**.

Также можно говорить, что, например, число –4 противоположно числу 4, а число 4 противоположно числу –4.

*Число 0 считают противоположным самому себе.*

Выражение $-a$ означает, что записано число, противоположное числу $a$.

Приписав перед числом знак «–», например к положительному числу 12, получим противоположное ему число $-12$. Так же с помощью знака «–» из отрицательного числа $-12$ можно получить противоположное ему число 12, т. е. $-(-12) = 12$.

Аналогично, например, $-(-2{,}7) = 2{,}7$; $-\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}$.

Вообще,

$$\boxed{-(-a) = a}$$

Подчеркнём, что при записи выражения $-(-a)$ использование скобок является обязательным. Запись вида $- -a$ не имеет смысла.

Каждому натуральному числу соответствует единственное противоположное ему число:

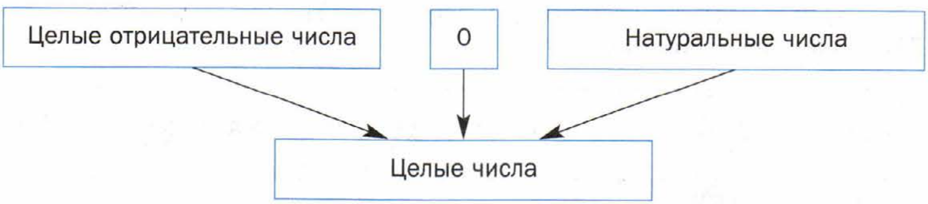
$$\begin{array}{cccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \ldots, & 100, & \ldots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ -1, & -2, & -3, & -4, & -5, & \ldots, & -100, & \ldots \end{array}$$

**Все натуральные числа, противоположные им числа и число 0 называют целыми числами.**

Например, $-77$, 0, 12 – целые числа, а $\frac{1}{3}$; 2,6; $-\frac{18}{5}$ не являются целыми, их называют **дробными числами**.

Натуральные числа ещё называют **целыми положительными** числами. Числа $-1$, $-2$, $-3$, ... называют **целыми отрицательными** числами.

Таким образом, объединив натуральные числа с целыми отрицательными числами и нулём, получаем целые числа.




Целые и дробные числа вместе образуют **рациональные** числа. Например, 1; 2; $-10$; $\frac{1}{2}$; 0; $-2{,}9$; $-\frac{3}{2}$; 5,(34) – рациональные числа.

**1.** Если число положительное, то положительным или отрицательным является противоположное ему число?
**2.** Если число отрицательное, то положительным или отрицательным является противоположное ему число?
**3.** Какое число является противоположным самому себе?
**4.** Какие числа называют целыми?
**5.** Как иначе называют целые положительные числа?
**6.** Каждое ли натуральное число является целым?
**7.** Верно ли, что если число рациональное, то оно является целым?
**8.** Каждое ли целое число является рациональным?
**9.** Верно ли, что если рациональное число не является натуральным, то оно дробное?
**10.** Верно ли, что если рациональное число не является дробным, то оно целое?

## Решаем устно

**1.** Укажите, какое из данных чисел расположено на координатной прямой ближе к числу 0:
1) 5 или 10; 3) 5 или –10; 5) –5 или 5;
2) –5 или 10; 4) –5 или –10; 6) –2 или –6?

**2.** Назовите два числа, равноудалённые от числа 0 на координатной прямой. Назовите ещё четыре пары таких чисел.

**3.** Заполните цепочку вычислений:

$$\boxed{7} \xrightarrow{-2\frac{6}{11}} \bigcirc \xrightarrow{:7} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\, 2,2} \bigcirc \xrightarrow{+2\frac{3}{5}} \boxed{\phantom{00}}$$

## Упражнения

**871.** Найдите число, противоположное числу:
1) 6; 2) –7; 3) 0,9; 4) 0; 5) 7,2; 6) –23; 7) –13,4.

**872.** Заполните таблицу.

| Число | 10 | –8 | 0,4 | 3,5 | 0 | –7,8 | $2\frac{5}{7}$ | $-3\frac{4}{9}$ | 900 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Противоположное число | | | | | | | | | |

**873.** Являются ли противоположными числа:

1) $0{,}6$ и $-\frac{3}{5}$; 2) $2{,}5$ и $\frac{5}{2}$; 3) $-1{,}25$ и $\frac{5}{4}$; 4) $-1{,}5$ и $-\frac{2}{3}$?

**874.** Верно ли утверждение:

1) $\frac{4}{15}$ – положительное число;
2) $\frac{4}{15}$ – рациональное число;
3) $-4$ – отрицательное число;
4) $-4$ – натуральное число;
5) $-4$ – целое число;
6) $-4$ – рациональное число;
7) $0$ – натуральное число;
8) $0$ – целое число;
9) $0$ – рациональное число;
10) $0$ – положительное число?

**875.** Выберите из чисел $5; -7; 0; \frac{1}{2}; -3{,}7; 8{,}6; -125; 324; 15\frac{3}{7}; -27\frac{11}{19}; -2; 35; 13{,}65; -79; 976$:

1) натуральные;
2) целые;
3) положительные;
4) неположительные;
5) целые отрицательные;
6) дробные неотрицательные.

**876.** Найдите значение $p$, если:

1) $-p = 8$; 2) $-p = -18$; 3) $-p = -0{,}1$; 4) $-p = 0$.

**877.** Найдите значение $-x$, если:

1) $x = 7{,}9$; 2) $x = -0{,}15$; 3) $x = -10$; 4) $x = 49$.

**878.** Решите уравнение:

1) $-y = 11$;
2) $-y = -31$;
3) $-y = 0$;
4) $-y = -\left(-\frac{1}{3}\right)$.

**879.** Заполните таблицу.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | 4 | –5 | | | | –210 | | | $\frac{1}{2}$ | |
| $-a$ | | | –2,1 | 72 | –10 | | 0,8 | –0,01 | | $\frac{1}{7}$ |

**880.** Запишите все целые положительные числа, меньшие $5\frac{3}{7}$, и числа, противоположные им. Отметьте все эти числа на координатной прямой.

**881.** Запишите шесть целых чисел, которые не являются натуральными.

**882.** Какие целые числа расположены на координатной прямой между числами:

1) 4 и 9;
2) –4 и 2;
3) –8,2 и 0;
4) –3 и 3;
5) –1,9 и 2,1;
6) $-\frac{8}{9}$ и $\frac{8}{9}$?

**883.** Сколько целых чисел расположено на координатной прямой между числами:

1) –22 и 43; 2) –54 и 16?

**884.** Положительным или отрицательным является число $a$, если число $-a$ является:

1) положительным; 2) отрицательным; 3) нулём?

**885.** Может ли число $a$ быть равным числу $-a$?

**886.** Какое из чисел $a$ или $-a$ расположено справа от нуля на координатной прямой?

**887.** Укажите какие-нибудь три значения $a$, для которых между числами $-a$ и $a$ на координатной прямой лежит только одно целое число.

**888.** Существует ли такое значение $a$, при котором между числами $-a$ и $a$ на координатной прямой лежит тысяча целых чисел?

## Упражнения для повторения

**889.** Отец и сын могут вместе покрасить забор за 6 ч. За сколько часов отец может сам покрасить забор, если сыну для этого надо 24 ч?

**890.** На базе хранилась 1 т апельсинов и мандаринов. Апельсины составляли 99 % этих фруктов. Сколько килограммов апельсинов вывезли с базы, если их осталось 98 % от остатка фруктов?

**891.** Найдите значение выражения:

1) $\dfrac{5\frac{1}{7}\cdot\frac{3}{5}:3\frac{3}{5}}{12\frac{1}{4}:1\frac{3}{4}}$; 2) $\dfrac{2\frac{2}{7}\cdot 2{,}4\cdot 1\frac{5}{9}\cdot 1\frac{9}{16}}{3\frac{1}{3}\cdot 1{,}125\cdot 1\frac{5}{7}\cdot 1\frac{7}{9}}$.

**892.** Отметили три точки, не лежащие на одной прямой. Сколько существует ломаных с вершинами в этих точках?

## Задача от мудрой совы

**893.** Для заболевшего Димы врач оставил шесть внешне одинаковых таблеток – по две каждого из трёх видов лекарств. Диме нужно принять три таблетки утром (по одной каждого вида) и три вечером. Однако Дима перепутал все лекарства. Сможет ли он выполнить назначение врача?

## «Неразумные» числа

Рассмотрим словосочетания: стадо баранов (рис. 91, *а*), букет цветов (рис. 91, *б*), коллекция моделей машин (рис. 91, *в*); косяк рыб, стая птиц, рой пчёл, собрание картин, набор ручек, компания друзей, парк машин.

Рис. 91

а б в

Из этих словосочетаний можно составить новые: например, букет баранов, косяк картин, коллекция друзей. Они получились нелепыми, в то же время такие словосочетания, как коллекция рыб, коллекция птиц, коллекция картин, коллекция ручек, коллекция моделей машин, имеют смысл. Дело в том, что слово «коллекция» довольно универсальное. Однако в математике есть более ёмкое слово, которым можно заменить любое из первых слов в приведённых парах. Это слово **множество**.

Множество состоит из **элементов**. Например, ты являешься элементом множества учеников твоего класса; треугольник – элемент множества многоугольников; число 2 – элемент множества чётных чисел.

Если $a$ – элемент множества $A$, то пишут $a \in A$ (читают: «$a$ принадлежит множеству $A$»). Если элемент $b$ множеству $A$ не принадлежит, то пишут $b \notin A$ (читают: «$b$ не принадлежит множеству $A$»).

Пусть $M$ – множество натуральных делителей числа 6. Это записывают так: $M = \{1, 2, 3, 6\}$. Тогда, например, $2 \in M$, $5 \notin M$.

Множества бывают **конечные** и **бесконечные**. Например, множество парт в классе, множество делителей числа 6, множество песчинок в пустыне Сахара – конечные множества; множество прямоугольников, множество простых чисел – бесконечные множества.

Если элементами множества являются только числа, то его называют **числовым**.

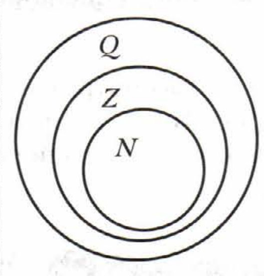
Приведём примеры числовых множеств.

• Множество натуральных чисел. Обозначают буквой $N$.

• Множество целых чисел. Обозначают буквой $Z$.

• Множество рациональных чисел. Обозначают буквой $Q$.

Рис. 92




Обратите внимание: все элементы множества $N$ являются элементами множества $Z$. В таких случаях говорят, что множество $N$ является **подмножеством** множества $Z$. Записывают $N \subset Z$ (читают: «$N$ – подмножество $Z$»).

Понятно, что $Z \subset Q$. Вообще, можно записать такую цепочку: $N \subset Z \subset Q$. Наглядно это показано на рисунке 92.

В быту слово «множество» часто считают синонимом слова «много». Математики с этим категорически не согласны. Множества могут содержать и немного элементов – один или два. Иногда приходится рассматривать множество, не содержащее ни одного элемента. Его называют **пустым множеством** и обозначают $\varnothing$. Например, множество твоих одноклассников, побывавших на Луне, – пока что пустое множество.

Возможно, у вас возникнет вопрос, можно ли продолжить цепочку $N \subset Z \subset Q$. Иначе говоря: все ли существующие числа являются элементами множества $Q$, т. е. являются рациональными.

Каждое рациональное число – это или конечная десятичная дробь, или бесконечная периодическая десятичная дробь. Поэтому, если бы нам удалось построить бесконечную непериодическую десятичную дробь, то она служила бы примером нерационального числа.

Вот пример одной из таких дробей:

0,1010010001000010000010000001... .

Эта дробь построена так, что фрагменты, состоящие из одних нулей, всё время увеличиваются. Поэтому эту дробь нельзя разбить на повторяющиеся группы цифр (периоды).

Мы привели пример нерационального числа. Это число относят к множеству **иррациональных** чисел. Одним из переводов с латыни слова *irrationalis* является «неразумный».

В XVIII в. было доказано, что известное вам число $\pi$ также иррациональное.

Если объединить множество рациональных чисел с множеством иррациональных, то получится новое множество – множество **действительных** чисел, которое принято обозначать буквой $R$. Таким образом: $N \subset Z \subset Q \subset R$.

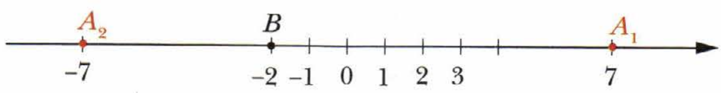
А можно ли продолжить и эту цепочку? Ответ на этот вопрос вы узнаете в 11 классе.

## § 32. Модуль числа

О точке $A$ на координатной прямой известно, что она удалена от начала отсчёта на 7 единичных отрезков. Какое число изображает точка $A$?

Ответить на этот вопрос однозначно нельзя. Ведь такое свойство присуще сразу двум точкам (рис. 93): $A_1$ (7) и $A_2$ (−7).

Рис. 93




Говорят, что точки $A_1$ (7) и $A_2$ (−7) удалены от начала отсчёта на 7 единичных отрезков, а числа 7 и −7 имеют одинаковые **модули**, равные 7.

**Модулем числа $a$ называют расстояние от начала отсчёта до точки, изображающей это число на координатной прямой.**

Поскольку модуль числа — это расстояние между двумя точками координатной прямой, то можно сделать следующий вывод.

**Модуль числа принимает только неотрицательные значения.**

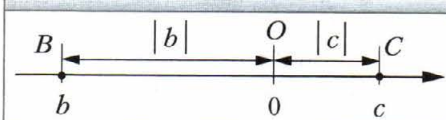
Модуль числа $a$ обозначают так: $|a|$ (читают: «модуль $a$»).

Можно записать: $|7| = 7$, $|-7| = 7$.

Из рисунка 93 видно, что, например, $|-2| = 2$. Действительно, точка $B$ (−2) удалена на два единичных отрезка от начала отсчёта.

Если на координатной прямой отмечены точки $B$ ($b$) и $C$ ($c$) (рис. 94), то можно записать $|b| = OB$, $|c| = OC$.

Рис. 94




Считают, что $|0| = 0$, так как точка $O$ (0) удалена от точки $O$ на 0 единичных отрезков.

Приведем ещё несколько примеров нахождения модуля числа:

$|3| = 3$; $|4{,}5| = 4{,}5$; $\left|\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$; $\left|5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7}$;

$|-3| = 3$; $|-4{,}5| = 4{,}5$; $\left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$; $\left|-5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7}$.

Рассмотренные примеры иллюстрируют следующее свойство.

**Модуль неотрицательного числа равен этому числу, модуль отрицательного числа равен числу, противоположному данному:**

$|a| = a$, если $a$ – неотрицательное число;
$|a| = -a$, если $a$ – отрицательное число

Поскольку точки, изображающие противоположные числа, равноудалены от начала отсчёта, то можно сделать следующий вывод.

**Модули противоположных чисел равны:**

$$|a| = |-a|$$

Пример. С помощью рисунка 94 найдите модули чисел $c$ и $b$.

Решение. Поскольку из рисунка видно, что число $c$ – положительное, а число $b$ – отрицательное, то $|c| = c$; $|b| = -b$. ◄

1. Что называют модулем числа?
2. Какие значения может принимать модуль числа?
3. Чему равен модуль положительного числа?
4. Чему равен модуль числа 0?
5. Чему равен модуль отрицательного числа?
6. Что можно сказать о модулях противоположных чисел?

## Решаем устно

1. Назовите число, равное числу:
1) $-(-1)$; 2) $-(-(-2))$; 3) $-(-(-(-3)))$.
2. Сколько точек с целыми координатами расположено на координатной прямой между точками $A$ $(-5)$ и $B$ $(3)$?
3. Масса двух одинаковых апельсинов и одного лимона равна 400 г, а масса таких же двух апельсинов и трёх лимонов – 600 г. Какова масса одного апельсина и какова – одного лимона?

## Упражнения

**894.** Найдите модуль каждого из чисел: 2; $-3$; 4,3; 12,6; $-17\frac{1}{7}$; $-36$; 0; $5\frac{11}{16}$; $-129$. Запишите соответствующие равенства.

**895.** Найдите значение выражения:

1) $|5{,}1| + |-9{,}9|$;
3) $|-9{,}6| : |32|$;
2) $\left|-\frac{7}{9}\right| - \left|-\frac{4}{15}\right|$;
4) $\left|\frac{8}{9}\right| \cdot \left|-\frac{27}{32}\right|$.

**896.** Найдите значение выражения:

1) $|-3{,}5| - |2{,}6|$;
3) $|-2{,}1| \cdot |-3{,}7|$;
2) $\left|\frac{20}{21}\right| + \left|-\frac{5}{7}\right|$;
4) $\left|-\frac{1}{16}\right| : \left|-1\frac{1}{4}\right|$.

**897.** Вычислите значение выражения $|a| : |b|$, если:

1) $a = -5\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{5}{9}$;
2) $a = 1{,}38$, $b = -0{,}4$.

**898.** Найдите значение выражения $|a| - |b|$, если:

1) $a = -0{,}14$, $b = 0{,}1$;
2) $a = -2\frac{11}{12}$, $b = -1\frac{17}{18}$.

**899.** Укажите положительное число, модуль которого равен:

1) 14;
2) 4,6.

**900.** Укажите отрицательное число, модуль которого равен:

1) 16;
2) 0,8.

**901.** Решите уравнение:

1) $|x| = 12$;
2) $|x| = -8$;
3) $|x| = 0$;
4) $|-x| = 2{,}4$.

**902.** Отметьте на координатной прямой числа, модуль которых равен:

1) 5;
2) 7;
3) 2,5;
4) 0;
5) 3,5;
6) 4.

**903.** Решите уравнение:

1) $|x| = 3{,}7$;
2) $|x| = -7{,}4$;
3) $|x| = 0{,}1$.

**904.** Расположите числа −2,2; 8,6; 0,9; −6,8; −17,6; 0; 15 в порядке убывания их модулей.

**905.** Расположите числа −9,4; 3; 4,7; −2,8; 0,4; −10,5 в порядке возрастания их модулей.

**906.** Запишите все целые числа, модули которых меньше 3,6.

**907.** Запишите три положительных и три отрицательных целых числа, модули которых больше 9,2.

**908.** Отметьте на координатной прямой целые значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $|x| < 4$;
2) $1{,}2 < |x| < 5$.

**909.** Отметьте на координатной прямой целые значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $|x| < 6{,}1$;
2) $3{,}4 < |x| < 5{,}2$.

**910.** Для какого числа одновременно выполняются равенства $|a| = a$ и $|a| = -a$?

**911.** Существует ли такое число $a$, что:

1) $|a| = -|a|$;
2) $|-a| = -|a|$?

**912.** Верно ли утверждение:

1) если $a = b$, то $|a| = |b|$;
2) если $|a| = |b|$, то $a = b$;
3) если $a = -b$, то $|a| = |b|$;
4) если $a = b$, то $|a| = b$;
5) если $|a| = |b|$, то $a = b$ или $a = -b$;
6) если $a$ – целое число, то $|a|$ – натуральное число?

### Упражнения для повторения

**913.** За 1 ч напечатали $\frac{5}{8}$ рукописи. За сколько часов напечатают всю рукопись?

**914.** Найдите расстояние между двумя городами, если $\frac{4}{9}$ этого расстояния на 20 км меньше всего расстояния.

**915.** Вычислите значение выражения:

$$0{,}9 \cdot \left(1\frac{5}{9} - \frac{4}{9} : \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} : 3\right)\right).$$

### Готовимся к изучению новой темы

**916.** Сравните числа:

1) $\frac{6}{7}$ и $\frac{17}{21}$;
2) $\frac{7}{12}$ и $\frac{11}{15}$;
3) $\frac{5}{9}$ и $\frac{4}{7}$;
4) 3,4 и 3,38;
5) 0,02 и 0,019;
6) 0,001 и 0.

**917.** Расположите в порядке возрастания числа $5\frac{5}{8}$; $5\frac{3}{5}$; 5,7; $4\frac{1}{2}$; 6,1; $4\frac{9}{16}$.

### Задача от мудрой совы

**918.** В некотором весеннем месяце понедельников больше, чем вторников, а воскресений больше, чем суббот. Какой день недели был 7-го числа этого месяца? Какой это месяц?

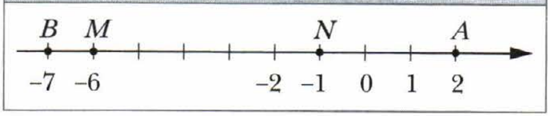
## § 33. Сравнение чисел

Вы знаете, что на координатном луче из двух чисел большее число расположено правее меньшего. Этим же свойством обладает и координатная прямая.

**На координатной прямой из двух чисел большее число расположено правее меньшего.**

Например, точка $A$ (2) расположена правее, чем точка $B$ (–7) (рис. 95). Поэтому $2 > -7$. Это неравенство можно проиллюстрировать с помощью такого примера: если ночью температура была –7 °C, а днём стала 2 °C, то мы говорим, что температура повысилась, т. е. увеличилась.

Рис. 95




**Любое положительное число больше любого отрицательного числа.**

Точка $M$ (–6) лежит левее точки $N$ (–1) (см. рис. 95), поэтому $-6 < -1$. Заметим, что $|-6| > |-1|$.

Этот пример иллюстрирует следующее.

**Из двух отрицательных чисел меньше то, модуль которого больше.**

*На координатной прямой число 0 расположено левее любого положительного числа и правее любого отрицательного числа.*

**Любое отрицательное число меньше нуля, любое положительное число больше нуля.**

Если $a$ – положительное число, то это можно записать в виде неравенства: $a > 0$.

Если $a$ – отрицательное число, то пишут $a < 0$.

Если $a$ – неотрицательное число, то пишут $a \geq 0$ (читают: «$a$ больше или равно нулю»).

Если $a$ – неположительное число, то пишут $a \leq 0$ (читают: «$a$ меньше или равно нулю»).

Эти обозначения позволяют свойство модуля числа $a$ записать так:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a \geq 0; \\ -a, \text{ если } a < 0. \end{cases}$$

1. Как, пользуясь расположением чисел на координатной прямой, можно их сравнивать?
2. Как можно сравнить два отрицательных числа, сравнивая их модули?
3. Какое из двух чисел больше: положительное или отрицательное; отрицательное или нуль; положительное или нуль?

4. Как в виде неравенства можно записать, что число $a$ является: 1) положительным; 2) отрицательным; 3) неотрицательным; 4) неположительным?

## Решаем устно

1. Какое из двух чисел расположено на координатной прямой левее:
1) –8 или –15;
2) –10 или 6;
3) 9,5 или –7;
4) –3,2 или –2?

2. Вычислите значение выражения:
1) $|1{,}9| + |-11|$;
2) $|-20| - |-12{,}4|$;
3) $|0{,}7| \cdot |-0{,}8|$;
4) $|-4{,}16| : |8|$.

3. Сравните модули чисел:
1) –4 и 6;
2) –5 и –12;
3) 3,8 и 4,6;
4) –2,4 и 5,1.

4. При каких целых значениях $a$ верно неравенство $|a| < 5{,}3$?

## Упражнения

**919.** Сравните числа:
1) 135 и –136;
2) –74 и 0;
3) –3,4 и –3,8;
4) –0,2 и –0,2001;
5) $-\frac{7}{13}$ и $-\frac{7}{16}$.

**920.** Сравните числа:
1) –58 и 43;
2) 0 и –35;
3) –92 и –89;
4) –1,1 и –1,099;
5) $-\frac{5}{7}$ и $-\frac{9}{14}$.

**921.** Расположите в порядке убывания числа –10,9; 7; –4,8; 0; –4,9; 8,9; 9,5.

**922.** Расположите в порядке возрастания числа –6; 5,3; 0,5; –5,9; 0; –11; 4,5.

**923.** Расположите в таблице указанные вещества в порядке возрастания температур их кипения.

| Вещество | Температура, °C | Вещество | Температура, °C |
|---|---|---|---|
| Азотная кислота | 83,3 | Гелий-4 | –268,9 |
| Алюминий | 2 464 | Железо | 2 750 |
| Аргон | –185,7 | Иод | 183,0 |
| Воздух | –192,0 | Медь | 2 567 |

**924.** Запишите в виде неравенства утверждение:

1) 9 – положительное число;
2) –20 – отрицательное число;
3) –6 – неположительное число;
4) $m$ – отрицательное число;
5) $n$ – неотрицательное число;
6) $c$ – положительное число.

**925.** Напишите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

1) –5,3 и 2,5;
2) –3,6 и 4,9;
3) –43 и –38;
4) –274,6 и –270,8.

**926.** Найдите все целые значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $-5{,}6 \le x \le 2$; 2) $-0{,}61 \le x < 4$; 3) $|x| \le 0$.

**927.** Найдите наименьшее целое число, при котором верно неравенство:

1) $-9 < x < 3$; 2) $x \ge -10$; 3) $x \ge -2{,}6$.

**928.** Найдите наибольшее целое число, при котором верно неравенство:

1) $-5 < x \le 5{,}6$; 2) $x < -13$; 3) $x \le -64{,}3$.

**929.** Между какими соседними целыми числами лежит на координатной прямой число:

1) $5\frac{9}{17}$; 2) –8,4; 3) 0,45; 4) –0,17?

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

**930.** Напишите три последовательных целых числа, меньшее из которых равно: 1) 3; 2) –4; 3) –2.

**931.** Напишите четыре последовательных целых числа, большее из которых равно: 1) –8; 2) 0; 3) 3.

**932.** Может ли число быть меньше 5, а его модуль – больше 5?

**933.** Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотрите все возможные случаи):

1) $-5{,}03 < -5{,}*1$;
2) $-0{,}9*72 < -0{,}9872$;
3) $-9{,}3*6 > -9{,}332$;
4) $-2*{,}09 < -27{,}1$?

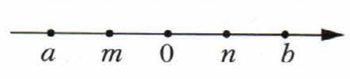
**934.** Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы образовалось верное неравенство (рассмотрите все возможные случаи):

1) $-6{,}4*6 > -6{,}415$;
2) $-32{,}1* < -32{,}17$?

**935.** На координатной прямой отметили числа $a$, $b$, $m$ и $n$ (рис. 96). Сравните:

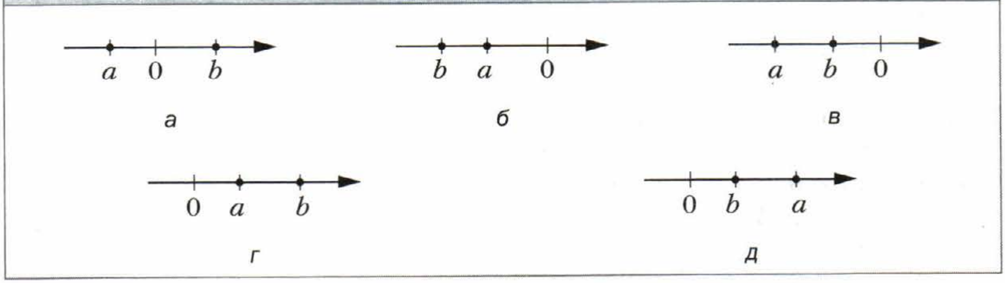
1) $b$ и $n$;
2) $m$ и $a$;
3) 0 и $n$;
4) $a$ и 0;
5) $m$ и $n$;
6) $b$ и $a$;
7) $-b$ и 0;
8) 0 и $-a$;
9) $-a$ и $m$;
10) $-b$ и $n$.

Рис. 96



**936.** На каком из рисунков 97 ($a - \partial$) изображены числа $a$ и $b$ такие, что:
1) число $a$ – отрицательное, число $b$ – положительное;
2) числа $a$ и $b$ – положительные, $|a| > |b|$;
3) числа $a$ и $b$ – отрицательные, $|a| < |b|$?

**Рис. 97**




**937.** Верно ли утверждение:
1) если $a > 3$, то $a$ – положительное число;
2) если $b < 1$, то $b$ – отрицательное число;
3) если $c > -1$, то $c$ – положительное число;
4) если $d < -2$, то $d$ – отрицательное число?

**938.** Найдите все целые значения $x$, при которых верны одновременно оба двойных неравенства:
1) $-7 < x < 3$ и $-5 \le x \le 9$; 2) $-3{,}8 \le x \le 4$ и $-2{,}6 < x < 6{,}3$.

**939.** Сравните числа $-a$ и $b$, если:
1) числа $a$ и $b$ – положительные;
2) числа $a$ и $b$ – отрицательные.

**940.** В записи чисел стёрли несколько цифр и вместо них поставили звёздочки. Сравните эти числа:
1) $-4{,}2{*}{*}$ и $-4{,}6{*}{*}$; 2) $-0{,}628$ и $-0{,}627{*}{*}$; 3) $0$ и $-{*}{,}{*}{*}$.

**941.** В записи чисел стёрли несколько цифр и вместо них поставили звёздочки. Сравните эти числа:
1) $-98{*}$ и $-1{*}{*}{*}$; 2) $-{*}{,}{*}{*}{*}$ и $-{*}{*}{,}{*}{*}$; 3) $-98{,}{*}{*}$ и $-{*}4{,}{*}{*}$.

**942.** Найдите два числа, каждое из которых:
1) больше $\frac{4}{11}$, но меньше $\frac{5}{11}$; 2) больше $-\frac{5}{11}$, но меньше $-\frac{4}{11}$.

**943.** Верно ли утверждение:
1) если $|a| > |b|$, то $a > b$;
2) если $|a| > b$, то $a > b$;
3) если $|a| < |b|$, то $a < b$;
4) если $a < b$, то $|a| < b$?

**944.** Сравните:
1) $a$ и $-a$; 2) $|a|$ и $a$; 3) $|a|$ и $-a$.

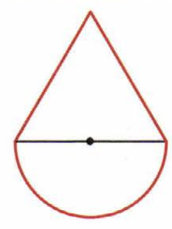
**945.** С помощью записи $[a]$ обозначают наибольшее целое число, которое не больше $a$. Например, $[3{,}2] = 3$. Найдите:

1) $[0{,}3]$; 2) $[4]$; 3) $[-3{,}2]$; 4) $[-0{,}2]$.

## Упражнения для повторения

**946.** Используя сторону равностороннего треугольника как диаметр, построили полуокружность (рис. 98). Чему равна длина красной линии, если сторона треугольника равна 6 см?

Рис. 98



**947.** Средний рост десяти баскетболистов равен 200 см, а средний рост шести из них составляет 190 см. Чему равен средний рост остальных четырёх баскетболистов?

**948.** Найдите значение выражения:

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{7} + 3\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3}\right)\right) : 0{,}7.$$

## Готовимся к изучению новой темы

**949.** Какое число должно быть записано на координатной прямой в том месте, куда указывает стрелка (рис. 99)?

Рис. 99


**950.** Какое число должно быть записано на координатной прямой в том месте, откуда указывает стрелка (рис. 100)?

Рис. 100

## Задача от мудрой совы

**951.** У нескольких брёвен длиной 4 м и 5 м общая длина равна 45 м. Какое наибольшее количество распилов необходимо сделать, чтобы распилить все брёвна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом разрезают только одно бревно.)

# § 34. Сложение рациональных чисел

Где окажется путешественник, который находится в точке с координатой 2, если он переместится на пять единичных отрезков вправо? Конечно, в точке с координатой 7 (рис. 101). Ведь $2 + 5 = 7$.

**Рис. 101**

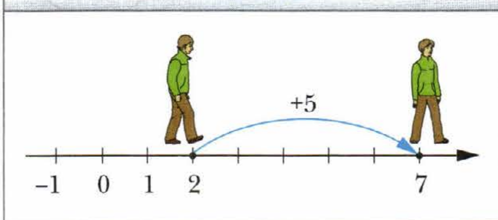
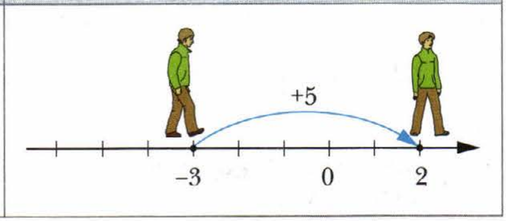
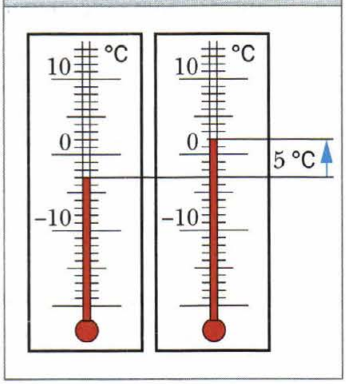



**Рис. 102**




Также понятно, что, отправившись из точки с координатой −3 в том же направлении на 5 единичных отрезков, он попадёт в точку с координатой 2 (рис. 102). Здесь мы с помощью координатной прямой нашли сумму чисел −3 и 5, т. е. $-3 + 5 = 2$.

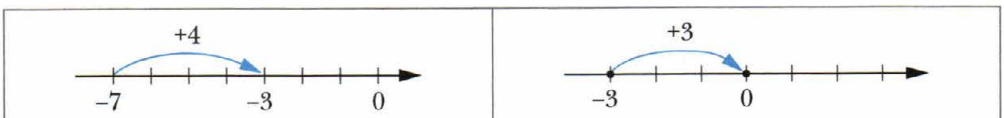
**Рис. 103**



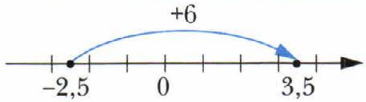

Справедливость записанного равенства подтверждают и такие наблюдения.

Если температура воздуха была равной −3 °C и повысилась на 5 °C, то термометр покажет +2 °C (рис. 103).

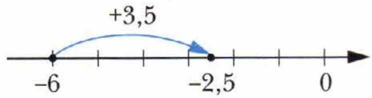
С помощью координатной прямой найдём ещё несколько сумм рациональных чисел:




$-7 + 4 = -3$ $\qquad$ $-3 + 3 = 0$




$-2{,}5 + 6 = 3{,}5$




$-6 + 3{,}5 = -2{,}5$

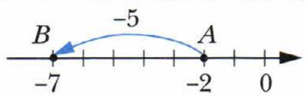
Можно заметить следующую закономерность.

**Если к числу $a$ прибавить положительное число $b$, то точка с координатой $a$ переместится по координатной прямой на $b$ единичных отрезков вправо.**

Этот вывод, в свою очередь, подсказывает такое свойство.

**Если к числу $a$ прибавить отрицательное число $b$, то точка с координатой $a$ переместится по координатной прямой на $-b$ единичных отрезков влево.**

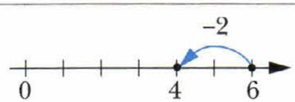
Например, если к числу $-2$ прибавить число $-5$, то точка $A$ $(-2)$ переместится в точку $B$ $(-7)$:



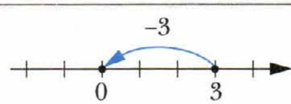

$-2 + (-5) = -7$

Справедливость записанного равенства $-2 + (-5) = -7$ подтверждает и такой пример. Если долг клиента банку составлял 2 тыс. р., а он взял в кредит ещё 5 тыс. р., то остаток на его счёте будет составлять $-7$ тыс. р.

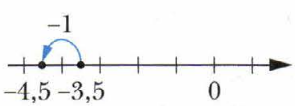
Рассмотрим ещё несколько примеров:



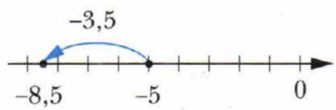

$6 + (-2) = 4$




$3 + (-3) = 0$




$-3{,}5 + (-1) = -4{,}5$




$-5 + (-3{,}5) = -8{,}5$

Итак, мы научились складывать рациональные числа с помощью координатной прямой.

Выпишем те примеры, в которых мы складывали числа с разными знаками и разными модулями:

$-3 + 5 = 2;$ $-2,5 + 6 = 3,5;$ $6 + (-2) = 4.$

$-7 + 4 = -3;$ $-6 + 3,5 = -2,5;$

Эти примеры иллюстрируют следующее правило.

**Чтобы сложить два числа с разными знаками, надо:**
**1) найти модули слагаемых;**
**2) из большего модуля вычесть меньший модуль;**
**3) перед полученным числом поставить знак слагаемого с бо́льшим модулем.**

Теперь выпишем те примеры, в которых мы складывали два отрицательных числа:

$-2 + (-5) = -7;$ $-3,5 + (-1) = -4,5;$ $-5 + (-3,5) = -8,5.$

Эти примеры иллюстрируют следующее правило.

**Чтобы сложить два отрицательных числа, надо:**
**1) найти модули слагаемых;**
**2) сложить модули слагаемых;**
**3) перед полученным числом поставить знак «–».**

У нас осталось ещё два примера:

$-3 + 3 = 0;$ $3 + (-3) = 0.$

Эти примеры подсказывают, что справедливо следующее утверждение.

**Сумма двух противоположных чисел равна нулю.**

Заметим, что для любого рационального числа $a$

$$\boxed{a + 0 = 0 + a = a}$$

1. Сформулируйте правило сложения чисел с разными знаками.
2. Как сложить два отрицательных числа?
3. Чему равна сумма противоположных чисел?
4. Чему равна сумма двух чисел, если одно из слагаемых равно 0?

## Решаем устно

**1.** Какое из чисел меньше:

1) $-4\frac{7}{9}$ или $-4\frac{5}{9}$;  3) $-1{,}6$ или $-0{,}6$;  5) $-8{,}7$ или $-7{,}8$;

2) $3\frac{2}{3}$ или $-9{,}6$;  4) $-15$ или $-14$;  6) 0 или $-40$?

**2.** Координата точки $A$ равна 3. Какая координата у точки, расположенной на координатной прямой:

1) на 4 единицы правее $A$;  3) на 2 единицы левее $A$;

2) на 7 единиц левее $A$;  4) на 12 единиц правее $A$?

**3.** Назовите модуль числа:

1) $-1$;  2) 8,7;  3) $-2{,}5$;  4) $6\frac{1}{4}$;  5) $-7\frac{3}{7}$.

**4.** В аквариум налили 6 л воды, в результате чего заполнили 30 % его объёма. Сколько ещё надо налить воды, чтобы наполнить аквариум?

## Упражнения

**952.** Заполните таблицу:

| $a$ | –5 | –8 | –0,5 | 12 | –12 | 5 | –8 | –0,5 | –12 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | –3 | –9 | –0,7 | –8 | 8 | –3 | 9 | 0,3 | 12 | –5 |
| $a + b$ | | | | | | | | | | |

**953.** Утром температура воздуха была $-4$ °С. Вечером:

1) потеплело на 3 °С;
2) похолодало на 3 °С;
3) потеплело на 4 °С;
4) потеплело на 6 °С.

Запишите в каждом случае вечернюю температуру в виде суммы и вычислите её.

**954.** Выполните сложение:

1) $-9 + 6$;  3) $-6 + 20$;  5) $-2{,}3 + 1{,}4$;  7) $-0{,}8 + 1$;

2) $4 + (-1)$;  4) $20 + (-40)$;  6) $1{,}6 + (-4{,}1)$;  8) $-1{,}8 + 1{,}8$.

**955.** Выполните сложение:

1) $-7 + 12$;  3) $-19 + 15$;  5) $-1{,}7 + 3$;  7) $5 + (-6{,}9)$;

2) $13 + (-18)$;  4) $40 + (-20)$;  6) $2{,}8 + (-5{,}5)$;  8) $2{,}7 + (-2{,}7)$.

**956.** Найдите сумму:

1) $-6 + (-5)$;
2) $-0,7 + (-2,8)$;
3) $-0,82 + (-0,18)$;
4) $-\frac{5}{7}+\left(-\frac{9}{14}\right)$;
5) $-\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)$;
6) $-\frac{3}{8}+0$.

**957.** Найдите сумму:

1) $-9 + (-13)$;
2) $-3,6 + (-1,5)$;
3) $-\frac{5}{16}+\left(-\frac{7}{16}\right)$;
4) $-\frac{3}{7}+\left(-\frac{4}{9}\right)$.

**958.** Вычислите значение выражения:

1) $\frac{2}{15}+\left(-\frac{3}{10}\right)$;
2) $-\frac{2}{3}+\frac{13}{15}$;
3) $\frac{13}{16}+\left(-\frac{9}{32}\right)$;
4) $-4\frac{5}{9}+\left(-7\frac{1}{6}\right)$;
5) $-5\frac{7}{8}+\left(-6\frac{3}{10}\right)$;
6) $-5\frac{13}{18}+12\frac{11}{12}$;
7) $-13+7\frac{3}{16}$;
8) $-2\frac{3}{8}+\left(-1\frac{5}{9}\right)$;
9) $-8+4\frac{5}{22}$;
10) $-2\frac{9}{20}+5\frac{7}{30}$;
11) $-5\frac{1}{4}+1\frac{3}{8}$;
12) $4\frac{3}{7}+\left(-8\frac{9}{14}\right)$.

**959.** Вычислите значение выражения:

1) $-\frac{1}{4}+\frac{3}{5}$;
2) $\frac{9}{11}+\left(-\frac{2}{5}\right)$;
3) $-\frac{20}{21}+\frac{3}{7}$;
4) $-8\frac{9}{14}+3\frac{3}{7}$;
5) $7\frac{5}{12}+\left(-3\frac{7}{24}\right)$;
6) $-6\frac{11}{12}+\left(-8\frac{13}{18}\right)$;
7) $-5\frac{12}{35}+10$;
8) $-11\frac{7}{9}+8\frac{2}{15}$;
9) $-3\frac{1}{12}+\frac{1}{6}$;
10) $3\frac{6}{7}+\left(-6\frac{4}{9}\right)$;
11) $9\frac{1}{6}+\left(-5\frac{3}{4}\right)$;
12) $-3\frac{8}{9}+\left(-2\frac{1}{12}\right)$.

**960.** Самая низкая температура, полученная в лабораторных условиях, равна −273,14 °С, что на 4,21 °С ниже температуры кипения гелия. Чему равна температура кипения гелия?

**961.** Представьте в виде суммы двух равных слагаемых число:

1) −12; 2) 7; 3) −9.

**962.** Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

1) к сумме чисел 7 и −20 прибавить число 18;
2) к числу 7,9 прибавить сумму чисел 2,1 и −10;
3) к сумме чисел $3\frac{11}{16}$ и $-2\frac{5}{16}$ прибавить сумму чисел $4\frac{17}{36}$ и $-1\frac{11}{36}$.

**963.** Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

1) к сумме чисел $-6$ и $-19$ прибавить число 15;

2) к числу $-3,6$ прибавить сумму чисел $-7,2$ и $4,5$;

3) к сумме чисел $-1,4$ и $-1,8$ прибавить сумму чисел $-5,2$ и $8,1$.

**964.** В кассе было 5 000 р. В течение дня кассир несколько раз выдавал и принимал деньги, делая записи: $-120$ р., $-300$ р., 460 р., 530 р., $-1\,270$ р., $-650$ р. Сколько рублей осталось в кассе в конце дня?

**965.** Водолаз достиг отметки $-34$ м. Выполняя работу, он изменял глубину погружения на 6 м, 12 м, $-17$ м, $-3$ м, 20 м, $-5$ м. На какой глубине оказался водолаз после окончания работы?

**966.** При $a = -6,3$, $b = 2,7$ найдите значение выражения:

1) $a + b$; 2) $|a| + b$; 3) $a + |b|$; 4) $|a + b|$; 5) $|a| + |b|$.

**967.** Найдите значение выражения $|x + y| + x$, если:

1) $x = 2,8$, $y = -3,9$;

2) $x = -4,5$, $y = 7,2$;

3) $x = -2,3$, $y = -6,2$;

4) $x = -1\frac{4}{15}$, $y = 2\frac{7}{18}$.

**968.** Найдите значения выражений $|a| + |b|$ и $|a + b|$, если:

1) $a = -3$, $b = -7$; 2) $a = -4$, $b = 10$; 3) $a = 7,2$, $b = 2,8$.

Какими должны быть числа $a$ и $b$, чтобы выполнялось равенство $|a + b| = |a| + |b|$?

**969.** Может ли сумма двух чисел быть меньше каждого из слагаемых? В случае утвердительного ответа приведите пример. Какими числами должны быть в этом случае слагаемые? Какими числами должны быть слагаемые, чтобы их сумма была больше каждого из них?

## Упражнения для повторения

**970.** При каких значениях $x$ верно неравенство:

1) $|x| > x$; 2) $|x| < x$?

**971.** По одной дороге в одном направлении ехали Емеля на печи и Иван-царевич на Сером Волке. В 10 ч 50 мин расстояние между ними было 51 км. Скорость печи, двигавшейся впереди, равна 12 км/ч, что составляет $\frac{18}{35}$ скорости, с которой бежал Волк. В котором часу Иван-царевич догонит Емелю?

**972.** Дима съел треть конфет, которые были в коробке, и ещё четыре конфеты. После этого в коробке осталось 12 конфет. Сколько конфет было в коробке сначала?

**973.** В записи числа 3 728 954 106 зачеркните три цифры так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили наименьшее из возможных чисел.

### Готовимся к изучению новой темы

**974.** Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:
1) $(1{,}65 + 0{,}158) + 2{,}35$; 2) $4{,}12 + 6{,}24 + 3{,}76 + 5{,}88$.

### Задача от мудрой совы

**975.** Каждый участник шахматного турнира, играя белыми фигурами, выиграл столько партий, сколько все остальные вместе, играя чёрными. Докажите, что все участники одержали одинаковое количество побед.

## § 35. Свойства сложения рациональных чисел

Переместительное и сочетательное свойства сложения хорошо известны, и мы не раз ими пользовались для положительных слагаемых. Эти свойства справедливы для любых рациональных чисел.

**Для любых рациональных чисел $a$, $b$ и $c$ справедливы равенства:**

$a + b = b + a$ — переместительное свойство сложения;
$(a + b) + c = a + (b + c)$ — сочетательное свойство сложения

Например:
$-7 + 2 = -5$ и $2 + (-7) = -5$;
$-2{,}5 + (-3) = -5{,}5$ и $-3 + (-2{,}5) = -5{,}5$;
$(-2 + 1{,}7) + 1{,}3 = -0{,}3 + 1{,}3 = 1$ и $-2 + (1{,}7 + 1{,}3) = -2 + 3 = 1$.

Из приведённых свойств сложения следует, что в сумме нескольких рациональных чисел слагаемые можно менять местами и расставлять скобки, тем самым определяя наиболее удобный порядок выполнения действий.

Например, вычислим сумму:
$-1{,}71 + (-2) + 6 + (-7) + 3 + (-4) + 1{,}71$.

С помощью скобок объединим слагаемые в три группы: в первую группу включим два противоположных числа, во вторую — все оставшиеся отрицательные слагаемые, в третью — оставшиеся положительные слагаемые. Имеем:

$$(-1{,}71 + 1{,}71) + (-2 + (-7) + (-4)) + (6 + 3) = 0 + (-13) + 9 = -4.$$

## Решаем устно

**1.** Назовите пять наименьших последовательных целых чисел, которые больше, чем $-2{,}3$.

**2.** Приведите пример двух чисел с разными знаками, сумма которых равна:

1) $10$; 2) $-6$; 3) $-2{,}7$; 4) $0{,}5$.

**3.** Приведите пример двух чисел с одинаковыми знаками, сумма которых равна:

1) $3$; 2) $-20$; 3) $0{,}1$; 4) $-1$.

**4.** Заполните цепочку вычислений:

$$\boxed{1{,}4} \xrightarrow{+(-2{,}6)} \bigcirc \xrightarrow{+5} \bigcirc \xrightarrow{+(-10)} \bigcirc \xrightarrow{+(-0{,}1)} \square$$

## Упражнения

**976.** Вычислите, используя свойства сложения:

1) $(-5+19)+(-19)$;
4) $\left(-\frac{2}{7}+1\right)+\left(-\frac{5}{7}\right)$;
2) $(-16+(-17))+17$;
5) $\frac{4}{15}+\left(-\frac{8}{25}\right)+\left(-\frac{4}{15}\right)$;
3) $-0{,}4+0{,}8+0{,}4$;
6) $9+(-12)+(-9)+20$.

**977.** Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $7{,}29+(-5{,}126)+(-6{,}29)+5{,}126$;
2) $24{,}35+(-72{,}61)+42{,}61+(-13{,}35)$.

**978.** Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $-6{,}38+(-1{,}73)+5{,}38+1{,}73$;
2) $-3{,}72+9{,}84+1{,}72+(-20{,}84)$.

**979.** Найдите значение выражения:

1) $-78+36+19+(-22)+(-25)$;
2) $0{,}74+(-9{,}39)+3{,}26+(-10{,}61)+5{,}25$;
3) $\frac{7}{16}+\left(-\frac{11}{42}\right)+\left(-\frac{9}{16}\right)+\frac{17}{42}$;
4) $-\frac{9}{40}+\frac{13}{50}+\left(-\frac{23}{50}\right)+\frac{19}{40}$;
5) $-3\frac{31}{36}+\left(-1\frac{17}{24}\right)+5\frac{4}{36}+\left(-2\frac{4}{24}\right)$.

**980.** Найдите значение выражения:

1) $43 + (-60) + 12 + 39 + (-21)$;

2) $-1{,}23 + 2{,}14 + 7{,}38 + (-5{,}77) + 1{,}62$;

3) $-\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \left(-\frac{4}{7}\right) + 3\frac{5}{19}$;

4) $-\frac{5}{18} + \left(-\frac{4}{81}\right) + \frac{7}{18} + \frac{13}{81}$;

5) $-3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{8} + 2\frac{5}{16} + \left(-4\frac{6}{11}\right)$.

**981.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $7{,}44 + a + (-3{,}5) + (-5{,}44) + (-12{,}5) + b$, если $a = 9{,}6$, $b = -5{,}7$;

2) $-5\frac{9}{35} + p + 4\frac{11}{28} + 6\frac{2}{35} + \left(-5\frac{18}{28}\right) + k$, если $p = -2\frac{19}{30}$, $k = 9$.

**982.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $-2{,}8 + x + 5{,}36 + (-7{,}2) + y + (-7{,}36)$, если $x = -13$, $y = 54$;

2) $m + \left(-2\frac{4}{9}\right) + 8\frac{13}{24} + n + \left(-3\frac{2}{9}\right) + \left(-4\frac{5}{24}\right)$, если $m = -3\frac{5}{6}$, $n = -2\frac{11}{12}$.

**983.** В течение шести дней уровень воды в водохранилище изменялся соответственно на: $-3{,}2$ дм; $1{,}6$ дм; $4{,}3$ дм; $-2{,}2$ дм; $-1{,}9$ дм и $-0{,}8$ дм. На сколько дециметров изменился уровень воды за шесть дней?

**984.** Найдите сумму всех целых чисел:

1) расположенных на координатной прямой между числами $-8$ и $11$;

2) удовлетворяющих неравенству $-9{,}8 < x < 6$.

## Упражнения для повторения

**985.** Запишите наибольшее и наименьшее отрицательные двузначные числа.

**986.** Найдите сумму двух чисел, одно из которых обратно числу 3, а второе – противоположно числу 3.

**987.** Положительным или отрицательным является число $a$, если:

1) $-2 + a > -2$; 2) $-2 + a < -2$; 3) $-2 + (-a) > -2$?

**988.** Найдите периметр четырёхугольника, если его стороны пропорциональны числам 3, 4, 5 и 8, а наибольшая сторона на 10,5 см больше наименьшей.

**989.** Сергей Иванович положил в банк 4 000 р. под 5 % годовых. Какая сумма будет у него на счёте через: 1) 1 год; 2) 2 года; 3) 3 года?

**990.** Флаги некоторых стран состоят из трёх горизонтальных полос разного цвета. Сколько разных флагов с белой, синей и красной полосами можно составить?

### Готовимся к изучению новой темы

**991.** Используя действие сложения, проверьте, верно ли выполнено вычитание:

1) $13{,}62 - 4{,}12 = 9{,}5$; 2) $\frac{11}{24} - \frac{3}{8} = \frac{1}{12}$.

### Задача от мудрой совы

**992.** У электромонтёра есть два куска провода, общая длина которых 25 м. От них он планирует отрезать необходимые для работы куски в 1 м, 2 м, 3 м, 6 м, 12 м. Сможет ли электромонтёр отрезать необходимые для работы куски провода?

## § 36. Вычитание рациональных чисел

Как и в случае с натуральными числами, разность рациональных чисел определяют с помощью сложения.

**Разностью рациональных чисел $a$ и $b$ называют такое рациональное число $x$, которое в сумме с числом $b$ даёт число $a$.**

Равенство $a - b = x$ справедливо, если справедливо равенство $x + b = a$. Например:

$7 - (-2) = 9$, так как $9 + (-2) = 7$;
$5 - 8 = -3$, так как $-3 + 8 = 5$;
$-9 - 11 = -20$, так как $-20 + 11 = -9$;
$-3{,}7 - (-2{,}2) = -1{,}5$, так как $-1{,}5 + (-2{,}2) = -3{,}7$.

Анализируя записанные разности, можно заметить следующее:

$7 - (-2) = 9$ и $7 + 2 = 9$;
$5 - 8 = -3$ и $5 + (-8) = -3$;
$-9 - 11 = -20$ и $-9 + (-11) = -20$;
$-3{,}7 - (-2{,}2) = -1{,}5$ и $-3{,}7 + 2{,}2 = -1{,}5$.

Как видим, вычитание рациональных чисел можно заменить сложением, т. е. для любых рациональных чисел $a$ и $b$ справедливо равенство

$$\boldsymbol{a - b = a + (-b)}$$

**Чтобы найти разность двух чисел, можно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.**

С помощью этого правила любое выражение, содержащее действия сложения и вычитания, можно заменить на выражение, которое содержит только действие сложения. Например:

$2,3 - 5 - 1,9 + 17 = 2,3 + (-5) + (-1,9) + 17.$

Заметим, что раньше мы не могли из меньшего числа вычесть большее. Выполнение этого действия стало возможным благодаря введению в рассмотрение отрицательных чисел.

Например: $1 - 2 = -1$; $2 - 100 = -98$; $-7 - (-2) = -5$.

**Если разность $a - b$ отрицательна, то $a < b$; если разность $a - b$ положительна, то $a > b$.**

1. Какое число называют разностью рациональных чисел $a$ и $b$?
2. Как найти разность двух чисел?
3. Какое из чисел $a$ и $b$ больше, если разность $a - b$ отрицательна? Положительна?

## Решаем устно

**1.** Какое число противоположно числу:

1) 1,6; 2) −4,3; 3) $-\frac{1}{7}$; 4) 3,5; 5) $2\frac{4}{15}$?

**2.** Сумма двух чисел равна 30, а одно из слагаемых равно 16. Чему равно второе слагаемое?

**3.** Вычитаемое равно 7, а разность равна 0,7. Чему равно уменьшаемое?

**4.** Уменьшаемое равно 5, а разность равна $2\frac{5}{13}$. Чему равно вычитаемое?

**5.** Выполните сложение:

1) $-8 + 4,2 + (-9) + 5,8$; 3) $-19 + 18,74 + (-18,74)$;

2) $-1,7 + (-3,3) + 5$; 4) $-4\frac{9}{16} + 5\frac{7}{18} + 4\frac{9}{16} + \left(-5\frac{7}{18}\right)$.

## Упражнения

**993.** Выполните вычитание:

1) $10 - 16$; 2) $5 - 12$; 3) $-5 - 3$;

4) $-6-18$;
5) $9-(-2)$;
6) $4-(-10)$;
7) $-3-(-8)$;
8) $-11-(-6)$;
9) $12{,}3-(-6{,}8)$;
10) $2{,}4-5{,}6$;
11) $0-13{,}4$;
12) $-1{,}4-1{,}2$;
13) $-10{,}2-(-4{,}9)$;
14) $0-(-99{,}4)$;
15) $-8-(-8)$.

**994.** Выполните вычитание:
1) $3{,}5-(-9{,}7)$;
2) $1{,}9-3{,}2$;
3) $0-7{,}25$;
4) $-5{,}3-3{,}7$;
5) $-2{,}8-(-5{,}2)$;
6) $0-(-0{,}08)$.

**995.** Выполните вычитание:
1) $\frac{5}{9}-\left(-\frac{1}{6}\right)$;
2) $\frac{3}{16}-\frac{11}{24}$;
3) $-\frac{7}{9}-\frac{2}{15}$;
4) $-\frac{14}{25}-\left(-\frac{7}{10}\right)$;
5) $2\frac{3}{7}-\left(-1\frac{2}{5}\right)$;
6) $5\frac{12}{35}-10$;
7) $2\frac{9}{20}-4\frac{17}{30}$;
8) $-3\frac{8}{9}-4\frac{1}{12}$;
9) $-4\frac{3}{16}-\left(-5\frac{5}{8}\right)$.

**996.** Выполните вычитание:
1) $\frac{7}{8}-\left(-\frac{3}{10}\right)$;
2) $\frac{11}{12}-\frac{17}{18}$;
3) $-\frac{3}{7}-\frac{9}{14}$;
4) $-\frac{5}{9}-\left(-\frac{3}{4}\right)$;
5) $3\frac{11}{12}-\left(-4\frac{4}{9}\right)$;
6) $4\frac{5}{17}-6$;
7) $1\frac{3}{8}-3\frac{1}{4}$;
8) $-2\frac{14}{15}-1\frac{19}{45}$;
9) $-3\frac{1}{6}-\left(-1\frac{1}{4}\right)$.

**997.** Решите уравнение:
1) $x+7=4$;
2) $20-x=35$;
3) $x+2{,}6=-1{,}7$;
4) $-4{,}5-x=9$;
5) $x-0{,}9=-1{,}4$;
6) $7-x=-5$;
7) $-20-x=-13$;
8) $-0{,}76-x=-0{,}83$.

**998.** Решите уравнение:
1) $x+19=10$;
2) $12{,}4-x=16$;
3) $x+3{,}4=-5{,}8$;
4) $-1{,}2-x=0{,}6$;
5) $x-3{,}8=-1{,}9$;
6) $11-x=-14$.

**999.** Мёртвое море расположено на высоте –425 м относительно уровня Мирового океана. Каспийское море, которое является самым большим в мире озером, находится на высоте –28 м относительно уровня Мирового океана. На сколько метров уровень воды в Каспийском море выше уровня воды в Мёртвом море?

**1000.** Абсолютный максимум температуры воздуха 45,4 °С в России был зафиксирован 12 июля 2010 г. на метеостанции Утта (Калмыкия). Абсолютный минимум температуры –69,8 °С был зафиксирован на протяжении трёх дней 5–7 февраля 1892 г. в Верхоянске (Якутия). Найдите разность абсолютных максимума и минимума температур.

**1001.** Самая низкая температура воздуха, зафиксированная в пустыне Сахара, равна –5 °С, а самая высокая – 55,4 °С. Определите максимальный перепад температур воздуха в Сахаре.

**1002.** Ртуть плавится при температуре –38,9 °С, а медь – при температуре 1 083,4 °С. На сколько градусов температура плавления меди выше температуры плавления ртути?

**1003.** Самая низкая зафиксированная на поверхности Земли температура была равной –89,2 °С, что на 70,8 °С выше самой низкой температуры, измеренной на поверхности Луны. Чему равна самая низкая температура, зафиксированная на Луне?

**1004.** Найдите значение выражения:

1) $-27 + 13 - 34 + 21$;
2) $1{,}7 - 3{,}4 - 2{,}5 + 4{,}1$;
3) $-0{,}65 - (-0{,}44) + (-1{,}23) + 8{,}1$;
4) $3\frac{1}{6} + \left(-2\frac{4}{9}\right) - \left(-1\frac{2}{3}\right)$;
5) $4\frac{5}{9} + \left(-5\frac{7}{12}\right) - \left(-2\frac{1}{6}\right) - 1\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4} + \left(-\frac{13}{18}\right)$.

**1005.** Найдите значение выражения:

1) $16 - 29 + 14 - 48$;
2) $-3{,}2 - 7{,}8 - 5{,}4 + 4{,}6$;
3) $-4{,}28 - 1{,}53 - (-7{,}85) + (-9{,}06)$;
4) $-5\frac{3}{8} + 4\frac{5}{6} - \left(-2\frac{1}{4}\right)$;
5) $-3\frac{3}{5} + \left(-2\frac{1}{3}\right) + 4\frac{8}{15} - 1\frac{5}{6} - \left(-6\frac{7}{10}\right) + \frac{1}{2}$.

**1006.** Найдите значение выражения $-a + b + c - d$, если:

1) $a = -4$, $b = 12$, $c = -6$, $d = 8$;
2) $a = 1{,}5$, $b = -3{,}2$, $c = -1{,}8$, $d = -2{,}4$;
3) $a = 3\frac{1}{3}$, $b = 2\frac{1}{2}$, $c = -1\frac{5}{6}$, $d = 5$;
4) $a = -2\frac{1}{7}$, $b = -1\frac{3}{14}$, $c = 3\frac{19}{28}$, $d = 1\frac{3}{4}$.

**1007.** Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

1) из числа 3,6 вычесть сумму чисел –12,6 и 5,3;
2) к разности чисел –2,4 и –3,8 прибавить сумму чисел 5,6 и –10.

**1008.** Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

1) к числу –1,4 прибавить разность чисел 2,5 и 4,1;
2) из суммы чисел –8,2 и 14 вычесть разность чисел 0,7 и –5,4.

**1009.** Найдите координату точки на координатной прямой, удалённой:

1) от точки $A$ (4,6) на 10 единиц;

2) от точки $B\left(-1\frac{1}{3}\right)$ на $2\frac{1}{6}$ единицы;

3) от точки $C\left(-3\frac{2}{7}\right)$ на $3\frac{2}{7}$ единицы.

Сколько решений имеет задача?

**1010.** Упростите выражение:

1) $-16 + a + 33 + b - a$;

2) $7{,}2 - m - n - 8{,}9 - 1{,}1 + m$;

3) $-x + y - \frac{3}{14} + \frac{2}{7} - \frac{5}{6} + x$;

4) $p - k + \frac{3}{8} - \frac{9}{16} + \frac{7}{32} - p + k$.

**1011.** Решите уравнение:

1) $|x| + 2{,}8 = 5$;

2) $|x| - 3{,}1 = 4{,}4$;

3) $|x| - 0{,}4 = -0{,}29$;

4) $|x| - 6 = -9$;

5) $15 - |x| = -2$;

6) $|x + 2{,}5| = 1$.

**1012.** Решите уравнение:

1) $|x| + 3 = 8$;

2) $|x| - 1{,}3 = 1{,}2$;

3) $|x| - 0{,}8 = -0{,}1$;

4) $|x| + 2{,}1 = 1$;

5) $13 - |x| = 6$;

6) $|x + 2{,}1| = 3$.

**1013.** Не выполняя вычислений, сравните:

1) сумму чисел $-9{,}34$ и $-12{,}78$ и их разность;

2) разность чисел 48 и 73 и сумму чисел $-46$ и 59;

3) разность чисел $-16{,}5$ и $-2{,}37$ и разность чисел $-4{,}3$ и $-8{,}1$.

**1014.** Не выполняя вычислений, сравните:

1) сумму чисел 81,9 и $-74{,}6$ и сумму чисел 80,4 и $-83{,}5$;

2) разность чисел 52 и 74 и сумму чисел $-102$ и 102;

3) разность чисел $-96{,}3$ и $-96{,}3$ и сумму чисел 0,872 и $-0{,}872$.

**1015.** Решите уравнение:

1) $\left||x| - 8\right| = 2$;

2) $\left||x| + 2\right| = 7$.

**1016.** Можно ли указать наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $|x| - 8{,}5$;

2) $-5{,}2 - |x|$?

В случае утвердительного ответа укажите это значение и значение $x$, при котором выражение его принимает.

**1017.** Можно ли указать наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $|x| + 3{,}9$;

2) $7{,}6 - |x|$?

В случае утвердительного ответа укажите это значение и значение $x$, при котором выражение его принимает.

## Упражнения для повторения

**1018.** Первое число составляет 80 % второго. Сколько процентов первого числа составляет второе число?

**1019.** В тире Вася сделал 48 выстрелов, из которых шесть не попали в цель. Найдите процент попаданий в цель.

**1020.** У Миши было 36 кроликов разной масти: белые, серые и бурые. Бурые составляли $\frac{1}{3}$ всех кроликов, серых было 8. Какова вероятность того, что наугад выбранный кролик будет белым?

**1021.** Дмитрий Григорьевич взял с собой в командировку три рубашки, одну пару туфель, одни брюки, один обычный галстук и один галстук-бабочку. Дмитрий Григорьевич всегда носит туфли, брюки, рубашку и галстук. Сколько разных комплектов одежды он может составить?

### Готовимся к изучению новой темы

**1022.** Запишите в виде произведения сумму:

1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$;  2) $2{,}3 + 2{,}3 + 2{,}3 + 2{,}3$.

### Задача от мудрой совы

**1023.** Докажите, что в любой компании из шести человек найдётся трое попарно знакомых или трое попарно незнакомых.

## § 37. Умножение рациональных чисел

Вы знаете, что $7 \cdot 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. Представляя аналогично произведение $(-7) \cdot 3$ в виде суммы равных слагаемых, найдём значение этого выражения:

$(-7) \cdot 3 = (-7) + (-7) + (-7) = -21.$

Для положительных чисел выполняется переместительное свойство умножения $ab = ba$. Это свойство верно и для любых рациональных чисел. Поэтому $(-7) \cdot 3 = 3 \cdot (-7) = -21$.

Поскольку $-21$ и $21$ — противоположные числа, то каждое из произведений $(-7) \cdot 3$ и $3 \cdot (-7)$ является числом, противоположным произведению $3 \cdot 7$, т. е.

$(-7) \cdot 3 = -(7 \cdot 3);$

$3 \cdot (-7) = -(3 \cdot 7).$

Рассуждая аналогичным образом, можно, например, записать:

$(-9) \cdot 4 = -(9 \cdot 4) = -36$ и $4 \cdot (-9) = -(4 \cdot 9) = -36$;

$\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\left(\frac{1}{3} \cdot 5\right) = -\frac{5}{3}$ и $5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(5 \cdot \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{3}$.

Эти примеры иллюстрируют следующее правило.

**Чтобы умножить два числа с разными знаками, надо умножить их модули и перед полученным произведением поставить знак «–».**

Отметим, что в произведениях $(-7) \cdot 3$, $(-9) \cdot 4$, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5$ первый множитель можно писать без скобок. Например, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\frac{1}{3} \cdot 5$. При этом запись $5 \cdot -\frac{1}{3}$ не имеет смысла.

Снова рассмотрим произведения $7 \cdot 3$; $-7 \cdot 3$ и $7 \cdot (-3)$.

Видим, что изменение знака одного из множителей в произведении $7 \cdot 3$ приводит к изменению знака самого произведения.

А если поменять знак у обоих множителей? Тогда знак произведения изменяется дважды, т. е. остаётся неизменным. Поэтому

$-7 \cdot (-3) = 21$.

Такой же результат получим, если умножим модули множителей:

$|-7| \cdot |-3| = 21$.

Этот пример иллюстрирует следующее правило.

**Чтобы умножить два отрицательных числа, надо умножить их модули.**

Например, $-1{,}4 \cdot (-5) = |1{,}4| \cdot |-5| = 1{,}4 \cdot 5 = 7$;

$-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \left|-\frac{3}{5}\right| \cdot \left|-\frac{5}{9}\right| = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$.

Рассмотрим несколько произведений, в которых один из множителей равен $-1$: $17 \cdot (-1) = -17$, $(-17) \cdot (-1) = 17$, $-1 \cdot 5 = -5$, $-1 \cdot (-5) = 5$.

Видим, что при умножении числа на $-1$ получаем число, противоположное данному.

В буквенном виде этот факт записывают так:

$$a \cdot (-1) = (-1) \cdot a = -a$$

Также отметим, что

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a,$$
$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Сделаем несколько выводов, которые следуют из правил нахождения произведения рациональных чисел.

**Если числа $a$ и $b$ имеют одинаковые знаки, то произведение $ab$ положительно. И наоборот, если произведение $ab$ положительно, то числа $a$ и $b$ имеют одинаковые знаки.**

**Если числа $a$ и $b$ имеют разные знаки, то произведение $ab$ отрицательно. И наоборот, если произведение $ab$ отрицательно, то числа $a$ и $b$ имеют разные знаки.**

**Если хотя бы одно из чисел $a$ или $b$ равно нулю, то произведение $ab$ равно нулю. И наоборот, если произведение $ab$ равно нулю, то хотя бы одно из чисел $a$ или $b$ равно нулю.**

Пример 1. Решите уравнение $(x + 3)(x - 2,4) = 0$.

Решение. Поскольку произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю, т. е.:

$x + 3 = 0$ или $x - 2,4 = 0$;

$x = -3$ или $x = 2,4$.

Ответ: $-3$; $2,4$. ◄

Пример 2. Докажите, что выражение $x^2$ может принимать только неотрицательные значения.

Решение. Если $x = 0$, то $x^2 = 0$.

Поскольку $x^2 = x \cdot x$, то при $x \neq 0$ имеем произведение двух равных чисел, т. е. чисел с одинаковыми знаками. Такое произведение принимает только положительные значения. ◄

**При любых значениях $x$ выражение $x^2$ принимает только неотрицательные значения:**

$$\boxed{x^2 \geq 0}$$

1. Как умножить два числа с разными знаками?
2. Как умножить два отрицательных числа?
3. Какие знаки должны иметь два числа, чтобы их произведение было положительным числом? Отрицательным числом?
4. В каком случае произведение равно нулю?

## Решаем устно

1. Чему равен объём прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 0,4 дм, 2,9 дм и 2,5 дм?

**2.** Масса семи одинаковых гаек и четырёх одинаковых болтов равна 1 150 г, а масса таких же трёх гаек и четырёх болтов – 950 г. Найдите массу одного болта.

**3.** За 200 г конфет заплатили 68 р. Сколько стоит 1 кг таких конфет?

## Упражнения

**1024.** Выполните умножение:

1) $-12 \cdot 5$;
2) $-0{,}4 \cdot 1{,}5$;
3) $3{,}4 \cdot (-1{,}8)$;
4) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$;
5) $-\frac{15}{16} \cdot \left(-\frac{48}{55}\right)$;
6) $-\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$;
7) $\frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)$;
8) $-\frac{7}{12} \cdot 24$;
9) $45 \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$;
10) $\frac{16}{17} \cdot \left(-6\frac{3}{8}\right)$;
11) $-3\frac{5}{9} \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right)$;
12) $-1\frac{5}{7} \cdot 6\frac{1}{8}$.

**1025.** Выполните умножение:

1) $16 \cdot (-3)$;
2) $-8 \cdot (-7)$;
3) $-2{,}3 \cdot (-1{,}4)$;
4) $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$;
5) $-\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$;
6) $-6 \cdot \left(-\frac{5}{24}\right)$;
7) $-\frac{6}{19} \cdot (-57)$;
8) $-9\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$.

**1026.** Найдите значение степени:

1) $(-2)^5$;
2) $(-0{,}6)^2$;
3) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3$;
4) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$;
5) $(-1)^{10}$;
6) $(-1)^{23}$.

**1027.** Найдите значение степени:

1) $(-7)^2$;
2) $(-7)^3$;
3) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$;
4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5$.

**1028.** Выполните действия:

1) $-3{,}2 \cdot 0{,}4 + 2{,}6 \cdot (-0{,}5)$;
2) $5{,}2 \cdot (-0{,}8) - (-1{,}5) \cdot (-3{,}4)$;
3) $(7{,}6 - 20) \cdot (-3{,}14 + 5{,}24)$;
4) $\left(-1\frac{3}{25}\right) \cdot 2\frac{1}{7} + \left(-2\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-\frac{27}{190}\right)$;
5) $\left(8 + 2\frac{1}{7} \cdot \left(-3\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-\frac{27}{44}\right)$;
6) $\left(-5\frac{1}{16} + 1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6} - \frac{3}{14}\right)$.

**1029.** Выполните действия:

1) $-2{,}7 \cdot (-1{,}2) + 3{,}5 \cdot (-2{,}8)$;

2) $-7{,}4 \cdot 0{,}6 - 3{,}8 \cdot (-2{,}3)$;

3) $(-9{,}3 - 1{,}7) \cdot (2{,}6 + (-5{,}9))$;

4) $4\frac{7}{12} \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right) - \left(-1\frac{1}{15}\right) \cdot \left(-\frac{45}{64}\right)$;

5) $-\frac{81}{88} \cdot \left(-6 + \left(-1\frac{13}{15}\right) \cdot \left(-1\frac{19}{21}\right)\right)$;

6) $\left(-\frac{4}{5} - \frac{4}{7}\right) \cdot \left(5\frac{7}{9} - 7\frac{11}{12}\right)$.

**1030.** Не выполняя вычислений, сравните:

1) $(-7{,}2)^2$ и $0$;
2) $0$ и $(-5{,}3)^3$;
3) $(-10)^7$ и $(-0{,}1)^4$;
4) $-5^9$ и $(-5)^9$;
5) $(-8)^{12}$ и $-8^{12}$;
6) $0{,}3^{13}$ и $(-216)^5$.

**1031.** Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

1) $-2{,}4 \cdot (-3{,}6) \cdot 7{,}8$ и $9{,}6 \cdot (-4{,}1) \cdot 1{,}8$;

2) $5\frac{1}{3} \cdot \left(-7\frac{14}{19}\right) \cdot \left(-6\frac{1}{7}\right) \cdot 4\frac{11}{12}$ и $9\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) \cdot 0 \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right)$;

3) $-7{,}13 \cdot (-2) \cdot (-14) \cdot (-19) \cdot 17$ и $-13 \cdot (-21) \cdot (-2\,136)$;

4) $139 \cdot (-216) \cdot 0 \cdot 518$ и $135 \cdot 418 \cdot (-5\,132)$.

**1032.** Выполните действия:

1) $\left(-5\frac{3}{4}\right) \cdot 8 + \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{3}{14}\right) - 1\frac{37}{48} \cdot \left(-2\frac{2}{15}\right)$;

2) $\left(6{,}75 + (-4{,}5) \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^3$.

**1033.** Выполните действия:

1) $\left(-2\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-1\frac{29}{51}\right) + \left(-1\frac{23}{42}\right) \cdot 3\frac{1}{13} - \left(-4\frac{2}{3}\right) \cdot 6$;

2) $\left(-\frac{11}{18} + \left(-2\frac{2}{9}\right) \cdot (-0,2)\right)^3 \cdot (-1,2)$.

**1034.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:

1) разность куба числа $-5$ и квадрата числа $-8$;

2) разность квадратов чисел $-1\frac{1}{3}$ и $\frac{5}{6}$;

3) разность произведений чисел $-1{,}2$ и $-0{,}4$ и чисел $1{,}6$ и $0{,}6$;

4) произведение суммы чисел $2{,}8$ и $-3{,}4$ и суммы чисел $-1{,}6$ и $4{,}2$.

**1035.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:

1) куб разности чисел 7 и 10;

2) произведение суммы чисел 6 и $-10$ и их разности;

3) сумма произведений чисел $-\frac{8}{9}$ и $-\frac{27}{32}$ и чисел $\frac{23}{28}$ и $-\frac{49}{46}$;

4) произведение разности чисел $4{,}5$ и $6$ и разности чисел $1{,}8$ и $-3{,}4$.

**1036.** Найдите значение выражения:

1) $18x^2$, если $x = -\frac{1}{9}$;

2) $(24x)^3$, если $x = -\frac{1}{6}$;

3) $(x + y)^4$, если $x = -0,9$, $y = 0,8$;

4) $4x - 3y$, если $x = -2\frac{1}{4}$, $y = -7\frac{1}{3}$.

**1037.** Найдите значение выражения:

1) $23 - c^4$, если $c = -3$;

2) $x^2 - x^3$, если $x = -0,2$;

3) $(0,8a + 0,3b)(0,6b - 1,2a)$, если $a = 2\frac{1}{12}$, $b = -1\frac{1}{9}$.

**1038.** Решите уравнение:

1) $3x = 0$;

2) $-6,8(x - 4) = 0$;

3) $(x + 7,2)(x - 8,1) = 0$;

4) $-5|x| = 0$.

**1039.** Решите уравнение:

1) $-\frac{5}{12}x = 0$;

2) $5,4(x + 6,3) = 0$;

3) $(x - 3)(x + 4) = 0$;

4) $23,5|x| = 0$.

**1040.** Найдите все натуральные значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $-6x > -36$; 2) $-7x \geq -70$; 3) $-5x \geq -18$; 4) $-0,8x > -6,4$.

**1041.** Найдите все целые отрицательные значения $x$, при которых верно неравенство:

1) $-5x < 20$; 2) $-9x \leq 45$; 3) $-4x \leq 35$; 4) $-0,3x < 1,2$.

**1042.** Выясните, какое из выражений $-x^2$, $(-x)^2$, $x^3$ при любых значениях $x$ принимает такие значения:

1) положительные;

2) отрицательные;

3) неотрицательные;

4) неположительные.

**1043.** Положительным или отрицательным является значение выражения:

1) $ab - 9c$, если $a$, $b$ и $c$ — отрицательные числа;

2) $10p - mn$, если $m$, $n$ и $p$ — отрицательные числа?

**1044.** Решите уравнение:

1) $x(x + 9,4)(x - 6,5) = 0$; 2) $(x - 21)(x + 12,4) = 0$.

**1045.** Решите уравнение:

1) $(x + 1,2)(x + 5)(x - 10) = 0$; 2) $(x + 1)(x - 2) = 0$.

**1046.** Найдите наименьшее значение выражения:

1) $x^2 - 8$; 2) $7 + x^2$.

При каком значении $x$ выражение принимает наименьшее значение?

**1047.** Найдите наибольшее значение выражения:

1) $4 - x^2$; 2) $-x^2 + 10$.

При каком значении $x$ выражение принимает наибольшее значение?

## Упражнения для повторения

**1048.** Во сколько раз:

1) $\frac{1}{48}$ положительного числа меньше, чем $\frac{1}{6}$ этого числа;

2) $\frac{5}{6}$ положительного числа больше, чем 60 % этого числа?

**1049.** Галина и Ольга могут вместе налепить пельмени за $1\frac{2}{3}$ ч. На сколько часов больше нужно для этого Галине, чем Ольге, если Галина может налепить это количество пельменей за $3\frac{3}{4}$ ч?

**1050.** За время, нужное Пончику, чтобы съесть шесть пирожков, Карлсон съедает 60 ватрушек. Винни-Пух съедает полгоршочка мёда за время, нужное Карлсону, чтобы съесть 20 ватрушек. Чему равно отношение количества пирожков, которые съедает Пончик, к количеству горшочков мёда, которые съедает Винни-Пух за то же время?

**1051.** За время, нужное бабушке связать шесть носков, Ира успевает связать $\frac{2}{3}$ носка. Сколько носков успеет связать бабушка за время, пока Ира свяжет один носок?

## Готовимся к изучению новой темы

**1052.** Вычислите удобным способом:

1) $0{,}2 \cdot 16{,}7 \cdot 5$; 2) $0{,}25 \cdot 42{,}6 \cdot 4$.

**1053.** Упростите выражение:

1) $0{,}6a \cdot 0{,}2b$; 2) $\frac{4}{5}m \cdot \frac{5}{16}n$.

## Задача от мудрой совы

**1054.** В Российской футбольной премьер-лиге принимают участие 16 команд. Докажите, что в любой момент чемпионата есть две команды, сыгравшие одинаковое количество матчей. (Команды, не сыгравшие ни одного матча, считают сыгравшими одинаковое количество матчей.)

## Ничто и ещё меньше

Рис. 104

В каждом городе мира есть памятники. Их ставят людям, героям художественных произведений, богам, сказочным персонажам и даже животным. Памятник, изображённый на рисунке 104, находится в столице Венгрии Будапеште и посвящён нулю. Почему именно эта цифра, а никакая другая удостоена такой чести?

Чтобы оценить «выдающиеся заслуги» цифры 0, попробуйте, не используя её, записать, например, число 5 000 270. Разумеется, можно записать так: 5ннн27н. Но такая запись не означает отказ от нуля, просто здесь цифра 0 обозначена другим символом. Полный отказ от нуля приводит к записи 527. Но это совсем другое число.

Минули сотни лет, прежде чем люди изобрели позиционную систему счисления, в которой отсутствие единицы в разряде обозначается специальным знаком. Никому не приходило в голову, что «пустое место», «ничто» можно и нужно как-то обозначать. Произошло ли это в Вавилоне, Греции или Индии — остаётся неизвестным. Понятно одно: изобретение цифры 0 — великое достижение человеческого разума, которое заслуживает памятника.

Число нуль тоже особенное: $a + 0 = a$; $a \cdot 0 = 0$; $0 : a = 0$ при $a \neq 0$. Такими свойствами не обладает никакое другое число.

Число нуль — начало отсчёта на координатной прямой. Кстати, в Венгрии все расстояния от столицы до других городов измеряют от памятника нулю.

В России бронзовый знак нулевого километра находится в самом центре Москвы перед Воскресенскими воротами в небольшом переходе, соединяющем Красную и Манежную площади, и называется «Нулевой километр автодорог Российской Федерации» (рис. 105). Сам же нулевой километр находится у здания Центрального телеграфа в соответствии с исторической традицией.

Рис. 105

Идея обозначать то, чего нет, тяжело далась людям. Поэтому так долго, более 2000 лет, мысль о том, что есть нечто меньшее, чем ничто, сложно воспринималась и приживалась. Вы, наверное, догадываетесь, что речь идёт об отрицательных числах.

Казалось бы, что тут сложного? Ведь естественно, например, долги обозначать отрицательными числами, а имущество – положительными. Именно так и делали математики в Древнем Китае. Правда, для обозначения отрицательных чисел они использовали не знак «–», а записывали положительные и отрицательные числа разными цветами.

Трудность состояла в том, что не все действия с отрицательными числами имели такую же естественную интерпретацию, как действия с положительными числами. Легко понять, как складывать и вычитать долги и имущество. Но почему, например, $-5 \cdot (-3) = 15$, на языке «долг – имущество» объяснить невозможно. Именно поэтому ещё в XVII в. многие европейские математики относились с недоверием к отрицательным числам, а то и вообще их не признавали, называя ложными, абсурдными, невозможными.

Серьёзный шаг в «узаконивании» отрицательных чисел сделал выдающийся французский математик и философ Рене Декарт (1596–1650). Он «выделил им жильё» на координатной прямой слева от нуля, таким образом «уравняв их в правах» с положительными числами.

Тем не менее такая трактовка не объясняла, как можно умножать отрицательные числа, а потому споры об их признании продолжались ещё почти 200 лет.

## § 38. Переместительное и сочетательное свойства умножения рациональных чисел. Коэффициент

В предыдущем параграфе вы узнали, что для рациональных чисел справедливо **переместительное свойство умножения**.

**Для любых рациональных чисел $a$ и $b$ выполняется равенство $ab = ba$.**

Также является справедливым и **сочетательное свойство умножения** рациональных чисел.

**Для любых рациональных чисел $a$, $b$ и $c$ выполняется равенство $(ab)c = a(bc)$.**

Из этих свойств следует, что в произведении нескольких рациональных чисел можно менять местами множители и расставлять скобки, тем самым определяя наиболее удобный порядок выполнения действий.

Например: $\left(-1\frac{2}{3}\cdot(-5)\right)\cdot\frac{3}{5}=\left(-\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{5}\right)\cdot(-5)=-1\cdot(-5)=5.$

Рассмотрим выражение $0{,}4x\cdot 5y\cdot(-3)$. С помощью свойств умножения его можно упростить:

$0{,}4x\cdot 5y\cdot(-3)=0{,}4\cdot 5\cdot x\cdot y\cdot(-3)=2xy\cdot(-3)=2\cdot(-3)xy=-6xy.$

В полученном выражении $-6xy$ числовой множитель $-6$ называют **коэффициентом**.

Рассмотрим ещё несколько примеров.

В выражении $0{,}21abc$ коэффициентом является число 0,21, а в выражении $-2\frac{5}{7}x$ коэффициент равен $-2\frac{5}{7}$.

Заметим, что в выражении $-5ab\cdot 2$ ни одно из чисел $-5$ и 2 не является коэффициентом. В выражении $ab\cdot(-10)$ коэффициент равен $-10$. Однако, как правило, коэффициент записывают перед буквенными множителями: $-10ab$.

А чему равны коэффициенты в выражениях $-a$ и $a$? Поскольку $-a = -1\cdot a$, то коэффициент выражения $-a$ равен $-1$. Кроме того, $a=1\cdot a$. Поэтому коэффициент выражения $a$ считают равным 1.

## Решаем устно

**1.** Произведение чисел $-2{,}5$ и 2 умножьте на $-10$.

**2.** Число $-2{,}5$ умножьте на произведение чисел 2 и $-10$.

**3.** Найдите значение выражения $-1{,}5x$, если $x=4$; $-100$; 0; $-\frac{1}{3}$; $-1$; 0,2.

**4.** Положительным или отрицательным является число $a$, если:

1) $-3a<0$; 2) $\frac{1}{6}a<0$; 3) $-0{,}7a>0$?

**5.** Чему равно значение выражения:
$1-3+5-7+9-11+\ldots+97-99$?

## Упражнения

**1055.** Выполните умножение:

1) $-\frac{1}{9}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot 3\cdot(-5)\cdot 7\cdot 9$;

2) $8\cdot(-6)\cdot 4\cdot(-10)\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$;

3) $0{,}2\cdot(-0{,}25)\cdot(-0{,}5)\cdot 5\cdot(-4)\cdot(-2)$.

**1056.** Назовите коэффициент выражения:

1) $6a$; 3) $-xy$; 5) $\frac{3}{7}abc$; 7) $xyz$;

2) $-7{,}2b$; 4) $1{,}8mn$; 6) $-2\frac{1}{3}p$; 8) $4\frac{4}{11}mk$.

**1057.** Упростите выражение и укажите его коэффициент:

1) $4a \cdot (-1{,}2)$; 4) $-3{,}2p \cdot (-0{,}5k)$;

2) $-0{,}2b \cdot (-0{,}14)$; 5) $-\frac{3}{28}x \cdot \frac{7}{18} \cdot (-y)$;

3) $-6a \cdot 8b$; 6) $-1\frac{1}{7}k \cdot 1\frac{3}{4}p \cdot \left(-\frac{1}{2}m\right)$.

**1058.** Упростите выражение и укажите его коэффициент:

1) $-3m \cdot (-2{,}1)$; 4) $-7a \cdot 3b \cdot (-6c)$;

2) $3{,}6 \cdot (-5x)$; 5) $16x \cdot \left(-\frac{8}{15}b\right) \cdot \frac{45}{64}k$;

3) $10m \cdot (-1{,}7) \cdot n$; 6) $-0{,}2t \cdot (-5a) \cdot (-b)$.

**1059.** Вычислите наиболее удобным способом:

1) $-4 \cdot 23 \cdot (-0{,}5)$; 4) $\frac{6}{23} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot (-69) \cdot \frac{3}{7}$;

2) $-0{,}4 \cdot (-250) \cdot 5 \cdot (-0{,}2)$; 5) $-0{,}7 \cdot 2{,}5 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot (-4)$;

3) $\frac{7}{13} \cdot (-6{,}5) \cdot 0{,}4 \cdot \left(-1\frac{6}{7}\right)$; 6) $-\frac{5}{18} \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) \cdot \frac{9}{25} \cdot (-26)$.

**1060.** Вычислите наиболее удобным способом:

1) $-1{,}25 \cdot (-3{,}47) \cdot (-8)$; 3) $\frac{9}{16} \cdot \frac{11}{35} \cdot (-32) \cdot (-70)$;

2) $-0{,}001 \cdot (-54{,}8) \cdot 50 \cdot (-2)$; 4) $4{,}8 \cdot \left(-2\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{24}\right) \cdot \left(-\frac{6}{13}\right)$.

**1061.** Чему равно произведение всех целых чисел, которые больше $-20$ и меньше 20?

**1062.** Положительным, отрицательным или нулём является произведение пяти чисел, если:

1) два числа положительные, а остальные – отрицательные;
2) два числа отрицательные, а остальные – положительные;
3) четыре числа отрицательные;
4) два числа отрицательные, два числа – положительные, а одно – нуль?

**1063.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $-\frac{8}{15}a \cdot 3\frac{3}{4}b$, если $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{6}$;

2) $-\frac{7}{20}x\cdot\left(-1\frac{1}{14}\right)\cdot y\cdot\left(-2\frac{2}{3}z\right)$, если $x=-3\frac{3}{7}$, $y=14$, $z=-\frac{5}{16}$.

**1064.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $200m\cdot(-0{,}4n)$, если $m=-0{,}25$, $n=0{,}2$;

2) $-\frac{1}{3}m\cdot\left(-\frac{3}{4}n\right)\cdot 20p$, если $m=-\frac{3}{20}$, $p=\frac{4}{9}$, $n=-30$.

**1065.** Сумма двадцати чисел, каждое из которых равно 1 или $-1$, равна 0. Найдите произведение этих двадцати чисел.

## Упражнения для повторения

**1066.** Верно ли утверждение:

1) если $a>0$ и $b>0$, то $ab>0$;
2) если $a<0$ и $b<0$, то $ab<0$;
3) если $ab>0$, то $a>0$ и $b>0$;
4) если $ab<0$, то $a>0$ и $b<0$?

**1067.** На сколько произведение чисел $-4{,}2$ и $-3{,}5$ больше:

1) большего из них; 2) их суммы?

**1068.** На сколько произведение чисел $-1{,}6$ и $2{,}5$ меньше:

1) меньшего из них; 2) их суммы?

**1069.** Представьте в виде суммы двух дробей с числителем 1 дробь:

1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{9}{20}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{1}{2}$.

**1070.** За месяц завод изготовил продукции на 644 тыс. р., что на 15 % больше, чем было запланировано. На какую сумму планировали изготовить продукции на заводе?

## Готовимся к изучению новой темы

**1071.** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

1) $3{,}18\cdot 7{,}8+3{,}18\cdot 2{,}2$; 2) $2\frac{7}{15}\cdot\frac{4}{9}+2\frac{7}{15}\cdot\frac{5}{9}$.

**1072.** Раскройте скобки:

1) $8(a+4)$; 2) $3(b+1)$; 3) $0{,}4(x-5)$.

**1073.** Упростите выражение:

1) $5m+7m$; 2) $6n+3n+n$; 3) $9y-3y-y$.

## Задача от мудрой совы

**1074.** Четыре мальчика соревновались в нескольких (более одного) видах спорта. В каждом из видов спорта за одно и то же место начислялось одинаковое количество баллов (выраженных натуральным числом), причём каждое из мест (1-е, 2-е, 3-е, 4-е) мог занять только один из участников. В конце этих соревнований выяснилось, что мальчики получили 16, 14, 13 и 12 баллов соответственно. Выясните, в скольких видах спорта они соревновались.

## § 39. Распределительное свойство умножения

Распределительное свойство умножения относительно сложения верно не только для положительных чисел. Оно остаётся справедливым для любых рациональных чисел.

**Для любых рациональных чисел $a$, $b$ и $c$ выполняется равенство**

**$a(b + c) = ab + ac$ — распределительное свойство умножения относительно сложения**

Например:
$-3(2a + 5b) = -3 \cdot 2a + (-3) \cdot 5b = -6a - 15b$;
$x(2 - y) = x(2 + (-y)) = 2x + (-xy) = 2x - xy$.

В результате применения распределительного свойства получили выражения, не содержащие скобок. Такие преобразования выражений называют **раскрытием скобок**.

Распределительное свойство умножения можно применять и тогда, когда количество слагаемых в скобках более двух.

Например:
$2(x - y + b) = 2x - 2y + 2b$;
$-3(a - b - c + d) = -3a + 3b + 3c - 3d$;
$-1(x - y + z - t) = -x + y - z + t$.

В последнем равенстве вместо множителя $-1$, стоящего перед скобкой, обычно пишут знак «–», т. е. $-1 \cdot (x - y + z - t) = -(x - y + z - t)$. Тогда можно записать: $-(x - y + z - t) = -x + y - z + t$.

Этот пример иллюстрирует такое правило.

**Если перед скобками стоит знак «–», то при раскрытии скобок надо опустить этот знак, а все знаки, стоящие перед слагаемыми внутри скобок, изменить на противоположные.**

Рассмотрим выражение $a + 1 \cdot (b - c + d)$. Имеем:
$a + 1 \cdot (b - c + d) = a + b - c + d$.

Однако вместо выражения $a + 1 \cdot (b - c + d)$ обычно пишут выражение $a + (b - c + d)$. Имеем: $a + (b - c + d) = a + b - c + d$.

Этот пример иллюстрирует такое правило.

**Если перед скобками стоит знак «+», то при раскрытии скобок надо опустить этот знак, а все знаки, стоящие перед слагаемыми внутри скобок, оставить без изменений.**

Распределительное свойство умножения можно применять и в таком виде:

$$ab + ac = a(b + c).$$

Замену выражения $ab + ac$ на выражение $a(b + c)$ называют **вынесением общего множителя за скобки**.

Например:

$3x - 3y = 3(x - y)$;

$7 \cdot 9 - 5 \cdot 9 = 9(7 - 5) = 18$;

$5a + 5 = 5a + 5 \cdot 1 = 5(a + 1)$.

Рассмотрим выражение $7a - 9a + 5a$. Оно состоит из трёх слагаемых $7a$, $-9a$, $5a$, имеющих одинаковую буквенную часть. Такие слагаемые называют **подобными**. Вынесем общий множитель $a$ за скобки:

$7a - 9a + 5a = a(7 - 9 + 5) = a \cdot 3 = 3a$.

Таким образом, мы упростили выражение $7a - 9a + 5a$, заменив его на выражение $3a$. Такое упрощение называют **приведением подобных слагаемых**.

**Чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и полученный результат умножить на общую буквенную часть.**

1. Как записывают в буквенном виде распределительное свойство умножения?
2. Сформулируйте правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «–».
3. Сформулируйте правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «+».
4. Какие слагаемые называют подобными?
5. Как привести подобные слагаемые?

## Решаем устно

1. Найдите произведение суммы чисел –8 и 12 и числа –5.
2. Найдите сумму произведения чисел –8 и –5 и произведения чисел 12 и –5.

3. Вася поймал 49 окуней и карасей, причём количество окуней относилось к количеству карасей как 2 : 5. Сколько карасей поймал Вася?

4. Когда Дима прочитал $\frac{1}{3}$ книги, то ему осталось прочитать ещё 40 страниц, чтобы прочитанной оказалась половина книги. Сколько страниц в этой книге?

5. Когда Дима прочитал $\frac{1}{3}$ книги, то ему осталось прочитать на 40 страниц больше, чем уже было прочитано. Сколько страниц в этой книге?

## Упражнения

**1075.** Верно ли применено распределительное свойство умножения:

1) $-3(4+8) = -12 - 24$;
2) $(-5-6) \cdot 7 = -35 - 42$;
3) $(m-n) \cdot (-2) = -2m - 2n$;
4) $-5(p-k+9) = 5p + 5k - 45$;
5) $-(0{,}2+c) = -0{,}2 + c$;
6) $-(-a-b) = a - b$?

В случае отрицательного ответа укажите, в чём состоит ошибка.

**1076.** Раскройте скобки:

1) $2(a+3b-7c)$;
2) $0{,}4(1{,}3x - 0{,}5y - 1{,}3)$;
3) $(a-4d+3p) \cdot (-0{,}8)$;
4) $-0{,}4a(-4b+3p-1{,}1c)$;
5) $-m(-k+29n-38{,}9)$;
6) $(0{,}1+0{,}3x-2y) \cdot (-10a)$.

**1077.** Раскройте скобки:

1) $-3(4+5m-6n)$;
2) $-0{,}2(-14t+z-25y)$;
3) $(-3{,}1x+7{,}8y-9{,}6) \cdot 0{,}1$;
4) $(0{,}7x-0{,}6y+0{,}5z) \cdot (-1{,}5p)$.

**1078.** Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1) $12{,}14 - (3{,}5 + 6{,}14)$;
2) $2{,}67 - (8{,}04 - 7{,}33)$;
3) $4{,}3 + (9{,}2 - 4{,}3 + 3{,}8)$;
4) $(3{,}98 - 7{,}36) - (5{,}98 - 10{,}36)$.

**1079.** Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1) $9{,}38 - (-10 + 5{,}38)$;
2) $-8{,}76 - (-3{,}25 - 10{,}76)$;
3) $-6{,}19 + (-1{,}5 + 5{,}19)$;
4) $-(-21{,}4 + 12{,}7) + (-20{,}4 + 12{,}7)$.

**1080.** Раскройте скобки и упростите выражение:

1) $m - (n+m)$;
2) $x + (-x+y)$;
3) $(x+3{,}2) - (x+6{,}4)$;
4) $-(m-4{,}7+n) - (10{,}3-m)$.

**1081.** Раскройте скобки и упростите выражение:

1) $-(a-b) - b$;
2) $-c + (c-d)$;
3) $-(2{,}7-a) + (-a+1{,}8)$;
4) $-(-6{,}2+a+b) - (a-b+10{,}9)$.

**1082.** Запишите сумму двух выражений и упростите её:

1) $-8-a$ и $a+23$;
2) $1{,}3+m$ и $-4-m$;
3) $p-m+k$ и $-p+m+k$;
4) $3{,}7-2{,}6+4{,}2$ и $-12{,}5+2{,}6-4{,}2$.

**1083.** Запишите разность двух выражений и упростите её:

1) $-8{,}4+a$ и $a+14{,}9$;
2) $42-b$ и $-b+36{,}4$;
3) $m-n$ и $-n+m-p$;
4) $-2{,}2+4{,}9-c$ и $4{,}9-c-1{,}3$.

**1084.** Приведите подобные слагаемые:

1) $7x - 18x + 25x - 6x$;
2) $-0,3b - 1,4b + 3,1b + 0,7b$;
3) $11a - 16b - 18a + 9b$;
4) $-0,8k + 0,9p - 1,7k + 0,5k + 1,4p$.

**1085.** Приведите подобные слагаемые:

1) $-4a + 12a + 13a - 27a$;
2) $4,2x - 4,8x - 6,3x - 2,4x$;
3) $-17x + 19y - 15y + 13x$;
4) $0,9n - 0,8m - 0,7m + 3,5n - 1,9n$.

**1086.** Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

1) $3(5a + 4) - 11a$;
2) $-0,2(4b - 7) + 1,4b$;
3) $3a(7 - b) - 7(b - 3a)$;
4) $-4(2k - 9) - 3(6k + 1)$;
5) $(3x - 11) \cdot 0,2 - 5(0,4 - 0,3x)$;
6) $\frac{1}{6}(18m - 24n) - (5m + 2n)$;
7) $-3,5(3a - 2b) + 2(1,3a - b)$;
8) $-(8a - 13) + 3(4 - 3a)$.

**1087.** Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

1) $-4x - 8(9 - 2x)$;
2) $\frac{1}{3}(12 - 2,1y) + 0,3y$;
3) $6(3x - 2) + 4(5x - 1)$;
4) $-7(3 - 4c) + 14(0,5 + 2c)$;
5) $3(2,1x - y) - 2,8(2x - 3y)$;
6) $0,4(8t + 7) - 1,6(2t - 3)$.

**1088.** Вынесите за скобки общий множитель:

1) $5a + 5b$;
2) $ax - bx$;
3) $-6a + 6b - 6$;
4) $12a - 6b + 18c$;
5) $0,3ab + 1,3ac - a$;
6) $9m - 6n + 12k - 15$.

**1089.** Вынесите за скобки общий множитель:

1) $3c - 3d$;
2) $mx - my$;
3) $7a - 7b - 7c$;
4) $-12x - 8y + 20$.

**1090.** Запишите выражение, значение которого противоположно значению данного выражения при любом значении $a$:

1) $a - 8$; 2) $a + 8$; 3) $-a + 8$; 4) $-a - 8$.

**1091.** Раскройте скобки:

1) $-12\left(\frac{5}{6}a - \frac{1}{4}b + \frac{7}{24}c - \frac{1}{12}\right)$;
2) $\left(16a + 8b - \frac{5}{9}c - \frac{4}{9}d\right) \cdot \left(-\frac{9}{32}n\right)$;
3) $-\frac{4}{15}bc\left(-45a - 30d + 3\frac{3}{4}m - \frac{3}{8}\right)$;
4) $(-3,6ab + 20a - b - 100) \cdot (-5xy)$.

**1092.** Раскройте скобки:

1) $\frac{3}{7}b\left(-14t - \frac{7}{9}y + 2\frac{1}{3}c\right)$;
2) $-1,2xy\left(5m - 6c + \frac{1}{6}t - \frac{5}{6}\right)$;
3) $0,3mn(1,5 - 6bc + 7b - 10c)$.

**1093.** Вычислите наиболее удобным способом:

1) $6{,}72\cdot\left(-2\frac{1}{3}\right)+3{,}72\cdot 2\frac{1}{3}$;

2) $-7{,}2\cdot 2\frac{2}{15}-7{,}2\cdot 3\frac{7}{15}-7{,}2\cdot\left(-4\frac{4}{15}\right)$;

3) $-3\frac{9}{14}\cdot 0{,}3-0{,}3\cdot\left(-1\frac{10}{21}\right)+0{,}3\cdot 1\frac{1}{6}$.

**1094.** Вычислите наиболее удобным способом:

1) $-32{,}3\cdot 7\frac{10}{13}+2\frac{3}{13}\cdot(-32{,}3)$;

2) $1{,}6\cdot(-5{,}3)-2{,}4\cdot(-5{,}3)-4\frac{4}{5}\cdot 5{,}3$;

3) $-5{,}6\cdot 4\frac{2}{3}+6\frac{47}{48}\cdot 5{,}6+2\frac{5}{16}\cdot(-5{,}6)$.

**1095.** Приведите подобные слагаемые:

1) $-\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{9}x-\frac{1}{2}y$;

2) $\frac{3}{7}a-\frac{2}{15}b-\frac{5}{14}a+\frac{7}{30}b$;

3) $-\frac{15}{16}m+\frac{7}{12}n+\frac{5}{12}m-\frac{3}{8}p-\frac{5}{8}n-\frac{1}{4}p$;

4) $\frac{7}{18}b-\frac{13}{18}c-\frac{5}{14}c-\frac{23}{36}b+\frac{4}{7}c+\frac{4}{9}b$.

**1096.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $0{,}8y+0{,}5y-0{,}9y-0{,}7y$, если $y=-1{,}8$;

2) $20a-15b-10a+6b$, если $a=-0{,}3$, $b=0{,}7$;

3) $a\cdot(-2{,}4)+3{,}2a-(-4{,}8)$, если $a=-0{,}2$;

4) $6{,}2\cdot b-b\cdot(-7{,}3)-(-4{,}5)\cdot(-b)$, если $b=-1{,}4$.

**1097.** Упростите выражение и найдите его значение:

1) $-0{,}6x-1{,}2x+3{,}2x-5{,}6x$, если $x=3{,}5$;

2) $-2{,}7x+3{,}6y+4{,}5x-5{,}8y$, если $x=-1\frac{1}{9}$, $y=-\frac{4}{11}$.

**1098.** Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

1) $\frac{2}{3}\left(-\frac{3}{8}x+6\right)-\frac{3}{7}\left(28-\frac{7}{12}x\right)$;

2) $-\frac{2}{9}\left(2{,}7x-1\frac{1}{2}y\right)-1\frac{1}{6}\left(2{,}4x-1\frac{5}{7}y\right)$.

**1099.** Найдите значение выражения:

1) $-6(2a-7)+4(5a-6)$ при $a=-2{,}5$;

2) $-1{,}1(2m-4)-(2-3m)-0{,}4(1-m)$ при $m=-4$;

3) $1\frac{1}{9}(3y-9)-8\frac{1}{3}(y-6)$ при $y=3{,}6$.

**1100.** Найдите значение выражения:

1) $7(3-4b)-5(3b+4)$ при $b=-0{,}2$;

2) $-2(3{,}1x-1)+3(1{,}2x+1)-8(0{,}3x+3)$ при $x=0{,}8$;

3) $-2\frac{4}{13}(13-p)+1\frac{1}{13}(26-p)$ при $p=3\frac{1}{4}$.

**1101.** Вынесите за скобки общий множитель:

1) $6ax - 12a + 9ay$;
2) $7ab + 14ac - 28a$;
3) $-8mn - 6mk - 10m$;
4) $8abc - 24abd - 6ab$.

**1102.** Вынесите за скобки общий множитель:

1) $-1{,}2pc - 0{,}2mc + c$;
2) $-35ac - 15bc + 20abc$;
3) $-6ax - 30ay - 42az$;
4) $9mnp + 45mnk - 27mn$.

**1103.** Докажите, что значение выражения не зависит от значения переменной:

1) $4(a-3) - 3(6-a) + (20-7a)$;
2) $(3m-7)\cdot 0{,}6 - 0{,}8(4m-5) - (-1{,}7 - 1{,}4m)$.

**1104.** Докажите, что при любом значении переменной:

1) выражение $3(5{,}1k - 2{,}5) - 0{,}9(17k + 5)$ принимает отрицательное значение;

2) выражение $-0{,}2(36x + 15) + 0{,}6(12x + 7)$ принимает положительное значение.

**1105.** Докажите, что при любом целом значении $n$ значение выражения:

1) $5(4n - 4{,}2) - 7(2n - 3)$ кратно 6;
2) $9(3n - 8) + 2(36 - 11n)$ кратно 5.

**1106.** Найдите значение выражения:

1) $-4(n-k)$, если $k - n = -7$;
2) $4m - (m + 3n)$, если $m - n = -0{,}8$;
3) $-3a - (8b - 15a)$, если $3a - 2b = -0{,}25$;
4) $6(2x - 3y) - 2(x + y)$, если $2y - x = 17{,}8$;
5) $7a(3b+4c) - 3a\left(b+\frac{1}{3}c\right)$, если $a=-3\frac{1}{3}$, $3c + 2b = -1{,}6$.

**1107.** Чему равно значение выражения:

1) $5a - (3a - 10b)$, если $a + 5b = 1{,}7$;
2) $-0{,}9x - (0{,}6x + 0{,}5y)$, если $3x + y = -0{,}2$;
3) $2m(n - 4p) + 5mp$, если $m = 4$, $3p - 2n = -0{,}4$?

**1108.** Запишите выражение без знака модуля:

1) $|\pi - 3{,}14|$;
2) $|3 - \pi|$;
3) $|3{,}142 - \pi|$;
4) $|\pi - 3{,}15|$.

## Упражнения для повторения

**1109.** Знак какого арифметического действия надо поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное равенство:

1) $\frac{6}{7} * 1\frac{1}{6} = 1$;
2) $\frac{2}{9} * \frac{5}{9} = \frac{2}{5}$;
3) $3 * 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11}$;
4) $1{,}2 * \frac{5}{6} = 1$?

**1110.** Представьте в виде разности двух дробей с числителем 1 дробь:

1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{2}{63}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{3}{28}$; 5) $\frac{1}{24}$.

**1111.** До снижения цен стул стоил 1 600 р. Какой стала цена стула после двух последовательных снижений, первое из которых было на 5 %, а второе – на 10 %?

**1112.** По одной дороге в противоположных направлениях двигаются всадник со скоростью 14 км/ч и пешеход со скоростью 4 км/ч. Каким будет расстояние между ними через 15 мин, если сейчас между ними 3 км? Сколько решений имеет задача?

### Готовимся к изучению новой темы

**1113.** Используя действие умножения, проверьте, верно ли выполнено деление:

1) $0,12 : 0,3 = 0,4$;

2) $1\frac{1}{3} : 1\frac{7}{9} = \frac{3}{4}$.

### Задача от мудрой совы

**1114.** В вершинах куба записаны восемь различных чисел. Докажите, что хотя бы одно из них меньше среднего арифметического трёх соседних чисел (соседними называют числа, записанные на концах одного ребра).

## § 40. Деление рациональных чисел

Как и в случае с натуральными числами, частное рациональных чисел определяют с помощью умножения.

**Частным рациональных чисел $a$ и $b$ ($b \neq 0$) называют такое рациональное число $x$, произведение которого с числом $b$ равно числу $a$.**

Равенство $a : b = x$ справедливо, если справедливо равенство $xb = a$.
Например:
$8 : (-2) = -4$, так как $-4 \cdot (-2) = 8$;
$-12 : 4 = -3$, так как $-3 \cdot 4 = -12$;
$-26 : (-2) = 13$, так как $13 \cdot (-2) = -26$;
$-0,16 : (-0,4) = 0,4$, так как $0,4 \cdot (-0,4) = -0,16$;

$\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, так как $-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}$;

$0 : \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0$, так как $0 \cdot \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0$;

$-2{,}5 : (-2{,}5) = 1$, так как $1 \cdot (-2{,}5) = -2{,}5$.

Эти примеры иллюстрируют следующие правила.

**Чтобы найти частное двух чисел с разными знаками, надо разделить модуль делимого на модуль делителя и поставить перед полученным числом знак «–».**

**Чтобы найти частное двух отрицательных чисел, надо разделить модуль делимого на модуль делителя.**

Очевидно, что для любого рационального числа $a$

$$a : 1 = a$$

Если $a \neq 0$, то

$$a : a = 1, \qquad 0 : a = 0$$

***На нуль делить нельзя.***

**1.** Как найти частное двух чисел с разными знаками?
**2.** Как найти частное двух отрицательных чисел?
**3.** Чему равно частное любого числа и единицы? Двух равных чисел, отличных от нуля? Двух противоположных чисел?

## Решаем устно

**1.** Какое число является обратным числу:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{1}{14}$; 3) 8; 4) 0,13; 5) 2,79; 6) 1?

**2.** Назовите число, противоположное данному, и число, ему обратное:

1) $\frac{4}{9}$; 2) $-\frac{7}{8}$; 3) 9; 4) –6; 5) $4\frac{1}{15}$; 6) $-9\frac{2}{11}$.

**3.** В корзинке лежат 30 яблок и 20 груш. Какова вероятность вынуть из корзинки яблоко? Грушу? Сливу? Яблоко или грушу?

**4.** Какое из чисел –2, –1, 0, 1 является значением выражения $(-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7$?

**5.** Таня купила тетради, из которых 20 % были в клетку, а остальные – в линейку. Во сколько раз Таня купила больше тетрадей в линейку, чем в клетку?

## Упражнения

**1115.** Заполните таблицу:

| $a$ | 12 | –12 | –12 | 25 | –40 | –9 | –8 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | –3 | 3 | –3 | –5 | –8 | –9 | 8 | –6 |
| $a : b$ | | | | | | | | |

**1116.** Выполните деление:

1) $24 : (-8)$;
2) $-72 : (-6)$;
3) $-11{,}34 : (-42)$;
4) $17 : (-5)$;
5) $-2 : 8$;
6) $-1 : 25$;
7) $-0{,}72 : (-0{,}8)$;
8) $-\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$;
9) $22 : \left(-\frac{11}{17}\right)$;
10) $-\frac{14}{15} : 21$;
11) $\frac{19}{25} : \left(-7\frac{3}{5}\right)$;
12) $-1\frac{5}{9} : 2\frac{13}{18}$.

**1117.** Выполните деление:

1) $-36 : 9$;
2) $-45 : (-5)$;
3) $-78{,}2 : (-34)$;
4) $-13 : 2$;
5) $-21 : (-14)$;
6) $6 : (-12)$;
7) $-8{,}4 : 0{,}07$;
8) $\frac{3}{14} : \left(-\frac{2}{21}\right)$;
9) $-12 : \left(-\frac{6}{7}\right)$;
10) $-\frac{3}{4} : (-5)$;
11) $-1\frac{8}{27} : \left(-1\frac{5}{9}\right)$;
12) $-3\frac{3}{26} : \left(-2\frac{10}{13}\right)$.

**1118.** Решите уравнение:

1) $9x = -54$;
2) $1{,}2x = -6$;
3) $13x = -6$;
4) $-21x = 48$;
5) $2\frac{1}{7}x = -1\frac{11}{14}$;
6) $-3{,}78 : x = -0{,}6$;
7) $x : \left(-1\frac{3}{13}\right) = -0{,}26$;
8) $18 : (-x) = 0{,}6$.

**1119.** Решите уравнение:

1) $-5x = 30$;
2) $-0{,}8x = -5{,}6$;
3) $-7x = 4$;

4) $-6x = -8$;

5) $\frac{2}{3}x = -\frac{3}{8}$;

6) $40{,}5 : x = -9$;

7) $-\frac{32}{63} : x = \frac{8}{21}$;

8) $x : \frac{2}{7} = -1{,}4$.

**1120.** Какие из дробей $-\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{-b}$, $\frac{a}{-b}$, $\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{b}$ равны?

**1121.** Выполните действия:

1) $3{,}2 : (-8) + (-4{,}8) : (-6)$;
2) $2{,}1 \cdot (-4) - 7{,}8 : (-6)$;
3) $14{,}4 : (-0{,}18) - 8{,}5 : (6{,}3 - 8)$.

**1122.** Выполните действия:

1) $-5{,}4 : 0{,}6 + 9{,}6 : (-0{,}8)$;
2) $-3{,}5 \cdot 6 - 0{,}8 : (-0{,}16)$;
3) $-21{,}6 : (-0{,}12) + 9{,}6 : (8{,}9 - 11{,}3)$.

**1123.** Найдите значение выражения:

1) $\left(-\frac{4}{15} + \frac{5}{9}\right) : \left(-\frac{26}{45}\right)$;

2) $-12 : \left(-2\frac{1}{13}\right) + 1\frac{1}{4} : \left(-\frac{15}{46}\right)$;

3) $\left(-3\frac{3}{10} - 1\frac{8}{15}\right) : \left(-1\frac{2}{27}\right)$;

4) $\left(\frac{9}{20} - \frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{7}{45} - \frac{2}{9}\right)$.

**1124.** Вычислите:

1) $\left(-\frac{3}{14} - \frac{8}{21}\right) : \frac{20}{21}$;

2) $\frac{3}{8} : \left(-\frac{5}{8}\right) - \left(-2\frac{1}{4}\right) : \left(-1\frac{4}{11}\right)$;

3) $\left(-4\frac{1}{12} + 3\frac{9}{10}\right) : 3\frac{3}{10}$;

4) $\left(\frac{11}{14} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{11}{14} - \frac{3}{4}\right)$.

**1125.** Решите уравнение:

1) $|x| : (-1{,}2) = -4$;

2) $-0{,}72 : |x| = -0{,}9$.

**1126.** Решите уравнение:

1) $-3y - 9y + 5y = 2{,}1$;
2) $-2{,}4m + 3{,}8m + 1{,}2m = -0{,}052$;
3) $-\frac{3}{7}a + \frac{5}{6}a - \frac{8}{21}a = -\frac{1}{49}$;
4) $-8\frac{7}{16}c + 10\frac{19}{24}c - 3\frac{3}{8}c = -3\frac{1}{16}$;
5) $2{,}3x - (-7{,}2) \cdot x + x \cdot (-1{,}5) = -2{,}4$;
6) $3{,}4y + y \cdot (-8{,}1) - (-2{,}2) \cdot y = -10$.

**1127.** Решите уравнение:

1) $-7x + 4x - 8x = -9{,}9$;

2) $0{,}6y - 1{,}9y - 0{,}5y = 0{,}54$;

3) $\frac{1}{8}x - \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = -\frac{5}{18}$;

4) $-9\frac{5}{6}b + 2\frac{3}{4}b + 1\frac{5}{12}b = 1\frac{7}{27}$.

**1128.** Выполните действия:

1) $-84 : 2{,}1 - 4{,}64 : (-5{,}8) - 6 : 24 + 1{,}4 : (-0{,}28)$;

2) $(-32{,}64 : 0{,}8 + 4{,}324 : (-0{,}46)) \cdot 1{,}5 + 28{,}16$.

**1129.** Вычислите:

1) $2{,}46 : (-4{,}1) - 15 : 0{,}25 - 40 : (-25) + (-14{,}4) : (-0{,}32)$;

2) $(-12{,}16 : (-0{,}4) + 4{,}62 : (-0{,}3)) \cdot (-2{,}4) - 93{,}7$.

**1130.** Найдите значение выражения:

1) $\left(2\frac{13}{48} - \left(-2\frac{5}{12}\right)\right) : \left(-3\frac{3}{4}\right) + 9\frac{3}{4} : (-13)$;

2) $\left(1\frac{2}{3} - 3{,}6\right) : \left(-2\frac{7}{9} + 4\frac{1}{15}\right) \cdot (-2{,}6)$.

**1131.** Выполните действия:

1) $\left(-2\frac{5}{9} + 1\frac{20}{21}\right) : 1\frac{8}{49} - 1\frac{7}{9} : (-6)$;

2) $\left(5\frac{5}{9} - 6{,}8\right) : \left(2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}\right) \cdot 3{,}6$.

**1132.** При каких значениях $a$ и $b$ верно равенство:

1) $a : b = 1$; 2) $a : b = -1$; 3) $a : b = 0$?

## Упражнения для повторения

**1133.** Вместо звёздочек поставьте такие цифры (вместо одной звёздочки — одну цифру), чтобы:

1) число $*4*$ делилось нацело на 3 и на 10;

2) число $12*4*$ делилось нацело на 9 и на 5;

3) число $67*$ делилось нацело на 2 и на 3.

Найдите все возможные решения.

**1134.** Мухтар начал догонять преступника, когда тот был на расстоянии 1,2 км от него, и поймал его через 3 мин. С какой скоростью бежал пёс, если злоумышленник пытался убежать со скоростью 0,2 км/мин?

**1135.** В шкафу висели рубашки, из которых $\frac{1}{3}$ были белого цвета, а 5 рубашек — чёрного. Сколько всего рубашек было в шкафу, если 50 % из них не были ни белыми, ни чёрными?

**1136.** Коля выбрал в библиотеке три книги. Однако домой он может взять только две из них. Сколько вариантов выбора двух книг есть у Коли?

**1137.** Масса арбуза на 1 кг 200 г больше 60 % его массы. Какова масса арбуза?

**1138.** В семье Петровых девять детей и двое родителей. Средний возраст всех детей составляет 6 лет, а средний возраст всех членов семьи — 12 лет. Каков средний возраст родителей?

## Готовимся к изучению новой темы

**1139.** Является ли корнем уравнения $4(x + 6) = x + 9$ число:
1) $-3$;   2) $0$;   3) $2$;   4) $-5$?

**1140.** Является ли корнем уравнения $x^2 = 2x + 3$ число:
1) $3$;   2) $-2$;   3) $-1$;   4) $4$?

**1141.** Какие из приведённых уравнений имеют бесконечно много корней, а какие — не имеют корней:
1) $2x - 1 = 3$;   3) $x + 2 = x + 2$;   5) $x + 2 = 3 + x$;
2) $3x + 2 = 2$;   4) $2x + 2 = 2(x + 1)$;   6) $0 \cdot x = 3$?

## Задача от мудрой совы

**1142.** В стране Севентаун семь городов, каждый из которых соединён дорогами более чем с двумя городами. Докажите, что из любого города можно доехать до любого другого (возможно, проезжая через другие города).

## § 41. Решение уравнений

С помощью правила нахождения неизвестного слагаемого вы можете решать уравнения вида $x + a = b$, где $x$ — неизвестное число, $a$ и $b$ — известные числа.

Например, решая уравнение $x + 2 = 5$, можно записать $x = 5 - 2$. Отсюда $x = 3$.

Аналогично решается уравнение $x + 5 = 2$:
$x = 2 - 5$,
$x = -3$.

А как решить, например, уравнение $2x - 1 = x + 5$?

Ни одно из известных вам правил применить для решения этого уравнения не удастся.

В этом параграфе вы научитесь решать подобные уравнения.

Если к двум равным числам прибавить одно и то же число, то вновь получим два равных числа.

Другими словами, *если* $a = b$, *то* $a + c = b + c$. Это утверждение называют свойством равенства. Для уравнения справедливо аналогичное свойство.

**Если к обеим частям данного уравнения прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и то же число, то получится уравнение, имеющее те же корни, что и данное.**

Заметим, что когда данное уравнение не имеет корней, то, прибавив к обеим его частям одно и то же число, получим уравнение, которое также не имеет корней.

Применим это правило к рассмотренному выше уравнению $x + 2 = 5$. К обеим его частям прибавим число $-2$. Получим:

$x + 2 + (-2) = 5 + (-2)$.

Отсюда $x = 5 - 2$.

Мы видим, что слагаемое 2 «перепрыгнуло» из левой части уравнения $x + 2 = 5$ в правую, изменив при этом свой знак на противоположный.

Этот пример иллюстрирует следующее утверждение.

**Если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак на противоположный, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.**

Обратимся к уравнению $2x - 1 = x + 5$.

Перенесём слагаемое $x$ из правой части уравнения в левую, а слагаемое $-1$ — из левой части в правую, изменив знаки этих слагаемых.

Получим $2x - x = 5 + 1$.

Отсюда $x = 6$.

Решим уравнение $\frac{1}{3}x = 4$. По правилу нахождения неизвестного множителя запишем: $x = 4 : \frac{1}{3}$. Отсюда $x = 12$.

Этот результат можно получить и другим способом. Умножим обе части данного уравнения $\frac{1}{3}x = 4$ на число 3. Получим: $3 \cdot \frac{1}{3}x = 3 \cdot 4$. Отсюда $x = 12$. Этот пример иллюстрирует следующее утверждение.

**Если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же отличное от нуля число, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.**

Почему в этом утверждении запрещено умножать обе части уравнения на число 0?

Объясним это на примере уравнения $2x = 4$. Число 2 — единственный его корень. Если же обе части этого уравнения умножить на 0, то получим уравнение $0 \cdot 2x = 0 \cdot 4$, корнем которого является любое число. Следовательно, корни полученного уравнения не совпадают с корнями исходного уравнения.

1. Какое уравнение получится, если к обеим частям данного уравнения прибавить одно и то же число?
2. По какому правилу переносят слагаемые из одной части уравнения в другую?
3. Какое уравнение получится, если умножить или разделить обе его части на одно и то же отличное от нуля число?

## Решаем устно

**1.** Упростите выражение:
1) $m - 4{,}6 + 2{,}8 - m$;
2) $3n - (8n - 5)$;
3) $10x - 5(-y - 2x)$;
4) $-(3{,}2 - p) + (-p - 0{,}8)$.

**2.** Чему равна сумма 1 000 слагаемых, каждое из которых равно $-1$?

**3.** Чему равно произведение 1 000 множителей, каждый из которых равен $-1$?

**4.** В санаторий завезли фрукты. Среди них было 180 кг апельсинов, что составляло 0,3 всех фруктов. Сколько килограммов фруктов завезли в санаторий?

## Упражнения

**1143.** Решите уравнение:
1) $7x = -30 + 2x$;
2) $16 - 18x = -25x - 12$;
3) $-17x + 20 = 7x - 28$;
4) $20 - 2x = 27 + x$;
5) $0{,}2x + 4{,}3 = 0{,}4x - 6{,}5$;
6) $0{,}6x + 100 = 0{,}9x + 1$;
7) $-\frac{9}{14}x + 18 = -\frac{2}{3}x + 17$;
8) $-\frac{8}{15}x - 11 = \frac{4}{9}x + 11$.

**1144.** Чему равен корень уравнения:
1) $3x = 28 - x$;
2) $5x + 12 = 8x + 30$;
3) $33 + 8x = -5x + 72$;
4) $6x - 19 = -x - 10$;
5) $0{,}7 - 0{,}2x = 0{,}3x - 1{,}8$;
6) $0{,}1x + 9 = 0{,}2x - 4$?

**1145.** Решите уравнение:
1) $-6(x + 2) = 4x - 17$;
2) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73$;
3) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x$;
4) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -3{,}9$.

**1146.** Найдите корень уравнения:
1) $9(x - 1) = x + 15$;
2) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25$;
3) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x$;
4) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 11{,}8$.

**1147.** Решите уравнение:
1) $0{,}8(4x + 5) = -3{,}2$;
2) $-2{,}4(7 - 9y) = -48$.

**1148.** Решите уравнение:

1) $-7(2-3x)=56$;

2) $(5+7a)\cdot 15=-30$.

**1149.** Найдите корень уравнения:

1) $0{,}3m+2(0{,}2m-0{,}3)=0{,}8-0{,}7(m-2)$;

2) $0{,}6-(1{,}3x+1)=2{,}8x-13{,}52$;

3) $\frac{1}{8}\left(\frac{8}{9}y+8\right)-\frac{1}{5}\left(\frac{5}{6}y+1\frac{2}{3}\right)=2$.

**1150.** Решите уравнение:

1) $0{,}4(x-3)-1{,}6=5(0{,}1x-0{,}5)$;

2) $1{,}5(2x-5)+2x=5(0{,}5x-1{,}5)-10$;

3) $\frac{2}{3}\left(1\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}\right)-\frac{4}{5}\left(\frac{5}{12}x-\frac{1}{2}\right)=1\frac{3}{5}$.

**1151.** Чему равен корень уравнения:

1) $-9(6x+1)=-45(2x+2{,}6)$; 2) $0{,}6(2x+1)=-1{,}8(3x-4)$.

**1152.** Решите уравнение:

1) $-1{,}4(x-6)=7(4x+1{,}2)$; 2) $2{,}6(0{,}4x-1{,}4)=-3{,}9(1{,}2x-0{,}9)$.

**1153.** Решите уравнение:

1) $\frac{x+0{,}4}{8}=\frac{0{,}7-x}{3}$; 2) $\frac{5}{6}=\frac{5x+6}{2x+3{,}2}$.

**1154.** Чему равен корень уравнения:

1) $\frac{x-8}{x+2}=\frac{7}{3}$; 2) $\frac{4}{x-1{,}2}=\frac{15}{x-10}$?

**1155.** Решите уравнение:

1) $\frac{x}{12}-\frac{x}{8}=\frac{7}{6}$; 2) $\frac{13x}{21}+\frac{9x}{14}=-1$; 3) $-\frac{3x}{10}-\frac{7}{15}=\frac{x}{6}$.

**1156.** Найдите корень уравнения:

1) $\frac{x}{3}+\frac{x}{12}=\frac{15}{4}$; 2) $\frac{7x}{9}-\frac{3x}{4}=\frac{5}{12}$; 3) $1-\frac{8x}{15}=\frac{4x}{9}$.

**1157.** При каком значении переменной:

1) значение выражения $5x-0{,}4(7x-9)$ равно $2{,}94$;

2) выражения $0{,}4(6-4y)$ и $0{,}5(7-3y)-1{,}9$ принимают равные значения;

3) значение выражения $-3(2{,}1x-4)-1{,}6$ на $2{,}6$ больше значения выражения $1{,}2(0{,}5-5x)$;

4) значение выражения $a+8$ в 7 раз меньше значения выражения $90-3a$?

**1158.** При каком значении переменной:

1) значение выражения $2{,}5x+3(0{,}5x-1{,}8)$ равно $-3{,}8$;

2) выражения $7-2x$ и $9x-8(x+1)$ принимают равные значения;

3) значение выражения $3(m + 1,4) - 6,4$ на 0,7 меньше значения выражения $8m - 15(m - 1,1)$;

4) значение выражения $5n - 1$ в 6 раз больше значения выражения $2n - 13$?

**1159.** При каком значении $a$ уравнение:

1) $5ax = 14 - x$ имеет корень, равный числу 4;

2) $(2a + 1)x = -6a + 2x - 13$ имеет корень, равный числу $-1$?

**1160.** При каком значении $a$ уравнение:

1) $4ax = 84$ имеет корень, равный числу $-3$;

2) $(a - 7)x = 6 + 5a$ имеет корень, равный числу 1?

**1161.** Решите уравнение:

1) $3(6x - 1) = 2(9x + 1) - 10$; 2) $1,4(2 - 5x) = 15 - (7x + 12,2)$.

**1162.** Решите уравнение:

1) $20 - 4x = 8(3x + 2,5) - 28x$; 2) $4x + 9 = 5(2x - 7) - 6x$.

**1163.** При каких значениях $a$ уравнение не имеет корней:

1) $ax = 1$; 2) $(a - 2)x = 3$?

**1164.** Найдите все целые значения $a$, при которых корень уравнения является целым числом:

1) $ax = -14$; 2) $(a - 2)x = 12$.

**1165.** Найдите все целые значения $m$, при которых корень уравнения является натуральным числом:

1) $mx = 20$; 2) $(m + 3)x = -18$.

## Упражнения для повторения

**1166.** Сколько процентов число 4 составляет от обратного ему числа?

**1167.** Сколько процентов число 5 составляет от числа, являющегося его квадратом?

**1168.** Некоторое число сначала увеличили на 10 %, а потом уменьшили результат на 10 %. Установите, полученное число больше или меньше исходного и на сколько процентов.

**1169.** На столе стояла коробка с конфетами. Женя взял половину конфет, а Катя — треть остальных, после чего в коробке осталось 6 конфет. Сколько конфет было в коробке сначала?

**1170.** Из шести девочек и трёх мальчиков надо выбрать одного ученика для дежурства в школьной столовой. Какова вероятность того, что дежурным будет мальчик?

**1171.** Двузначное число, первая цифра которого 5, разделили на однозначное и получили в остатке 8. Найдите делимое и делитель.

### Задача от мудрой совы

**1172.** В шахматной доске размером $8 \times 8$ клеток вырезали крайнюю левую верхнюю и крайнюю правую нижнюю клетки. Можно ли оставшуюся часть доски замостить косточками домино, покрывая одной косточкой ровно две клетки доски?

## § 42. Решение задач с помощью уравнений

**Пример 1.** В трёх 6 классах учится 101 учащийся. Количество учащихся 6 «Б» класса составляет $\frac{6}{7}$ количества учащихся 6 «А» класса, количество учащихся 6 «В» класса – 120 % количества учащихся 6 «Б». Сколько учащихся в каждом классе?

Решение. Пусть в 6 «А» классе учится $x$ учащихся, тогда в 6 «Б» классе – $\frac{6}{7}x$ учащихся, а в 6 «В» классе, учитывая, что 120 % = 1,2, учится $\frac{6}{7}x \cdot 1,2 = \frac{6}{7}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{35}x$ учащихся. Поскольку во всех 6 классах всего 101 учащийся, то составим уравнение:

$$x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x = 101.$$

Умножим обе части этого уравнения на 35:

$$\left(x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x\right) \cdot 35 = 101 \cdot 35.$$

Отсюда $35x + 35 \cdot \frac{6}{7}x + 35 \cdot \frac{36}{35}x = 3\,535;$

$35x + 30x + 36x = 3\,535;$
$101x = 3\,535;$
$x = 35.$

Итак, в 6 «А» классе 35 учащихся, в 6 «Б» – $35 \cdot \frac{6}{7} = 30$ учащихся, в 6 «В» – $30 \cdot 1,2 = 36$ учащихся.

Ответ: 35 учащихся, 30 учащихся, 36 учащихся. ◄

**Пример 2.** На двух полках было поровну книг. После того как с первой полки взяли 8 книг, а со второй – 24 книги, на первой полке осталось в 3 раза больше книг, чем на второй. Сколько книг было на каждой полке сначала?

Решение. Пусть на каждой полке сначала было по $x$ книг. Потом на первой стало $(x - 8)$ книг, а на второй – $(x - 24)$ книги. Поскольку по условию задачи значение выражения $x - 8$ в 3 раза больше, чем значение выражения $x - 24$, то составим уравнение:

$x - 8 = 3(x - 24).$

Отсюда $x - 8 = 3x - 72;$

$x - 3x = -72 + 8;$

$-2x = -64;$

$x = 32.$

Ответ: 32 книги. ◂

**Пример 3.** Определите, через сколько лет возраст отца станет втрое больше, чем возраст его сына, если в этом году отцу исполняется 32 года, а сыну — 12 лет.

Решение. Пусть отец станет втрое старше своего сына через $x$ лет. Тогда сыну будет $(12 + x)$ лет, а отцу — $(32 + x)$ лет, что в 3 раза больше, чем сыну. Получим уравнение:

$3(12 + x) = 32 + x.$

Отсюда $36 + 3x = 32 + x;$

$3x - x = 32 - 36;$

$2x = -4;$

$x = -2.$

На первый взгляд, этот ответ кажется неприемлемым. Но если подсчитать возраст отца и возраст сына через «минус 2 года», то получим соответственно 30 лет и 10 лет. Тогда понятно, что нужное соотношение возраста отца и возраста сына было 2 года назад.

Ответ: 2 года назад. ◂

## Решаем устно

1. Найдите произведение корней уравнения $(x + 6)(x - 1,5) = 0$.
2. Какие из данных уравнений не имеют корней:
   1) $x + 4 = 1;$ 3) $x - 2 = 5 + x;$ 5) $|x| + 2 = 1$?
   2) $0x = 0;$ 4) $x \cdot x = x;$
3. Вычислите значение выражения:
   1) $\left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}\right) : \frac{5}{24};$ 2) $\frac{4}{39} : \left(1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{7}\right).$

## Упражнения

**1173.** Лиса Алиса и кот Базилио наловили 215 окуньков, причём Алиса поймала в 4 раза больше, чем Базилио. Сколько окуньков поймал каждый из них?

**1174.** Буратино заплатил за дневник и учебник «Арифметика» 96 сольдо, причём дневник стоил в 5 раз меньше, чем учебник. Сколько сольдо заплатил Буратино за дневник и сколько за учебник?

**1175.** Масса выращенной моркови в 3 раза меньше, чем масса выращенной капусты. Сколько килограммов капусты вырастили, если известно, что её было на 42 кг больше, чем моркови?

**1176.** Заготовили липовый и гречишный мёд, причём липового мёда было в 9 раз больше, чем гречишного. Сколько всего килограммов мёда заготовили, если гречишного заготовили на 56 кг меньше, чем липового?

**1177.** За первое полугодие Кирилл и Вася получили вместе 43 оценки «5» по математике, причём Кирилл получил на девять таких оценок больше, чем Вася. Сколько оценок «5» получил каждый мальчик?

**1178.** Галя и Маша собрали 24,6 кг клубники, причём Галя собрала на 4,8 кг меньше, чем Маша. Сколько килограммов клубники собрала каждая девочка?

**1179.** Периметр прямоугольника равен 12,8 см, а одна из его сторон на 2,4 см меньше другой. Найдите площадь прямоугольника.

**1180.** Одна из сторон прямоугольника в 15 раз больше другой, а его периметр равен 19,2 см. Найдите площадь прямоугольника.

**1181.** На изготовление мечей для Ильи Муромца, Алёши Поповича и Добрыни Никитича пошло 250 пудов железа. Меч Ильи Муромца в 2 раза тяжелее меча Алёши Поповича, а меч Добрыни Никитича – на 14 пудов тяжелее меча Алёши Поповича. Сколько пудов железа пошло на меч Ильи Муромца?

**1182.** Суммарная масса фрекен Бок, Карлсона и Малыша равна 174 кг. Масса Малыша в 4 раза меньше массы фрекен Бок и на 30 кг меньше массы Карлсона. Найдите массу каждого из них.

**1183.** Периметр треугольника равен 166 см. Одна из его сторон в 5 раз больше второй, которая на 68 см меньше третьей. Вычислите длины сторон треугольника.

**1184.** Одна сторона треугольника в 7 раз меньше второй и на 66 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 174 см.

**1185.** Килограмм апельсинов дороже килограмма яблок на 16 р. За 5 кг апельсинов заплатили столько, сколько за 9 кг яблок. Сколько стоит 1 кг апельсинов? 1 кг яблок?

**1186.** За 6 кг мармелада заплатили столько, сколько за 4,8 кг шоколадных конфет. Какова цена каждого вида сладостей, если 1 кг мармелада дешевле 1 кг шоколадных конфет на 20 р.?

**1187.** Машина бабушка засолила 122 кг капусты в 7 больших и 4 маленьких кадках. Сколько килограммов капусты входило в каждую кадку, если в большой кадке было на 8 кг капусты больше, чем в маленькой?

**1188.** Фермер продал 8 кг свинины и 15 кг говядины за 7 650 р. Сколько стоил 1 кг свинины и сколько 1 кг говядины, если свинина дешевле говядины на 50 р. за килограмм?

**1189.** Пешеход преодолел расстояние между двумя посёлками за 7 ч, а всадник – за 3 ч. Найдите скорости пешехода и всадника, если скорость пешехода на 5,6 км/ч меньше скорости всадника.

**1190.** Для перевозки школьников в спортивный лагерь надо заказать 12 микроавтобусов или 5 больших автобусов. Сколько школьников нужно было перевезти, если в большом автобусе на 35 мест больше, чем в микроавтобусе?

**1191.** Гриша и Федя собирали грибы. Гриша собрал в 5 раз больше грибов, чем Федя. В лесу они встретили Машу и Наташу. Гриша подарил Маше 19 грибов, а Наташа подарила Феде 29 грибов. После этого грибов у мальчиков стало поровну. Сколько грибов нашёл каждый мальчик?

**1192.** Белочки Рыженькая и Жёлтенькая собирали орехи, причём Рыженькая собрала в 8 раз меньше орехов, чем Жёлтенькая. Тогда Жёлтенькая отдала Рыженькой 42 своих ореха, после чего орехов у белочек стало поровну. Сколько орехов собрала каждая белочка?

**1193.** За три дня яхта капитана Врунгеля преодолела 222 км, причём за второй день она преодолела $\frac{7}{8}$ расстояния, пройденного за первый день, а за третий – 90 % того, что прошла за первый. Сколько километров проходила яхта каждый день?

**1194.** Четверо рабочих изготовили 152 детали. Второй рабочий изготовил $\frac{5}{6}$ количества деталей, изготовленных первым, третий – 90 % того, что изготовил второй, а четвёртый – на 8 деталей меньше, чем третий. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?

**1195.** Аладдин купил сливочное мороженое по 12 драхм за порцию и шоколадное – по 18 драхм. Сколько порций каждого вида мороженого приобрёл Аладдин, если всего он купил 24 порции, заплатив за всю покупку 372 драхмы?

**1196.** Карлсон купил 16 пирожных по 10 и по 16 крон, заплатив всего 202 кроны. Сколько пирожных каждого вида купил Карлсон?

**1197.** Двум школам выделили на ремонт одинаковую сумму. Когда купили строительные материалы для первой школы стоимостью 200 000 р., а для второй – стоимостью 120 000 р., то в распоряжении второй школы осталось денег в 9 раз больше, чем у первой. Сколько рублей было выделено каждой школе на ремонт?

**1198.** В две бочки для полива огорода налили одинаковое количество воды. Когда из первой бочки использовали 47 л воды, а из второй – 23 л, то в первой осталось в 3 раза меньше воды, чем во второй. Сколько литров воды было в каждой бочке вначале?

**1199.** У Андрея было в 5 раз больше денег, чем у Лены. Когда Андрей купил книгу за 240 р., а Лена – куклу за 80 р., то у Лены осталось на 320 р. меньше, чем у Андрея. Сколько денег было у каждого из них вначале?

**1200.** В одной кадке было в 4 раза больше мёда, чем в другой. Когда из первой кадки взяли 210 кг мёда, а из второй – 10 кг, то во второй осталось на 20 кг больше, чем в первой. Сколько килограммов мёда было в каждой кадке вначале?

**1201.** Из одного города выехал автомобиль со скоростью 65 км/ч, а через 2 ч после этого из другого города навстречу ему выехал второй автомобиль со скоростью 75 км/ч. Найдите время, которое потратил на дорогу каждый автомобиль до момента встречи, если расстояние между городами равно 690 км.

**1202.** Из села в направлении города выехал мотоциклист со скоростью 80 км/ч. Через 1,5 ч из города в село выехал велосипедист со скоростью 16 км/ч. Сколько часов ехал до встречи каждый из них, если расстояние между городом и селом равно 216 км?

**1203.** В одном баке было 140 л воды, а в другом – 108 л. В баках одновременно открыли краны. Из первого бака ежеминутно вытекает 5 л воды, а из второго – 6 л. Через сколько минут во втором баке останется в 2,5 раза меньше воды, чем в первом?

**1204.** Виталику нужно решить 95 задач, а Мише – 60. Виталик ежедневно решает 7 задач, а Миша – 6. Через сколько дней у Виталика останется вдвое больше нерешённых задач, чем у Миши, если они начали решать задачи в один и тот же день?

**1205.** Лодка плыла 1,4 ч по течению реки и 1,7 ч против течения. Путь, который проплыла лодка по течению, оказался на 2,2 км меньше пути, который она проплыла против течения. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 28 км/ч.

**1206.** Туристы на байдарке плыли 2,4 ч по течению реки и 1,8 ч против течения. Путь, который байдарка проплыла по течению, был на 14,1 км больше, чем путь, пройденный против течения. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения 2,5 км/ч.

**1207.** Готовясь к экзамену, ученик планировал ежедневно решать 12 задач. Однако он решал ежедневно на 4 задачи больше, и уже за три дня до экзамена ему осталось решить 8 задач. Сколько дней ученик планировал готовиться к экзамену?

**1208.** Мастер планировал ежедневно изготавливать по 24 детали, чтобы выполнить заказ вовремя. Но поскольку он изготавливал ежедневно на 15 деталей больше, то уже за шесть дней до окончания срока работы он изготовил 21 деталь сверх заказа. Сколько дней мастер должен был работать над заказом?

**1209.** В одной цистерне было 900 л воды, а в другой – 700 л. Когда из второй цистерны вылили воды вдвое больше, чем из первой, то в первой осталось воды в три раза больше, чем во второй. Сколько литров воды вылили из каждой цистерны?

**1210.** В одной упаковке было 60 кг конфет, а в другой – 100 кг. Когда из второй упаковки продали в 4 раза больше конфет, чем из первой, то в первой осталось в 2 раза больше конфет, чем во второй. Сколько килограммов конфет продали из каждой упаковки?

**1211.** Каждую минуту в одну бочку из крана наливалось 3 л воды, а во вторую из другого крана – 2 л. В 12 ч в первой бочке было 21 л воды, а во второй – 54 л. Определите, в котором часу в первой бочке было в 4 раза меньше литров воды, чем во второй.

## Упражнения для повторения

**1212.** В магазине продаётся три вида чашек и два вида блюдец. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?

**1213.** В школе шесть 6 классов. В 6 «Б» классе учащихся на одного больше, чем в 6 «А», в 6 «В» – на одного больше, чем в 6 «Б», и так далее. Укажите, каким из следующих чисел обязательно будет общее количество шестиклассников: 1) простым числом; 2) чётным числом; 3) нечётным числом.

**1214.** В записи двузначного числа зачеркнули одну цифру, и оно уменьшилось в 31 раз. Какую цифру и в каком числе зачеркнули?

**1215.** Найдите значение выражения:

1) $\left(-2{,}04 : \frac{1}{25} - 3{,}61 : \left(-\frac{19}{40}\right)\right) : \left(-2\frac{4}{5}\right) + 0{,}6 : (-0{,}9)$;

2) $\left(7{,}7 : \left(-\frac{11}{40}\right) - 3{,}8 : \left(-\frac{1}{20}\right)\right) \cdot \left(-\frac{5}{16}\right) - 0{,}4 : (-0{,}36)$.

**1216.** В записи числа 689 153 401 зачеркните три цифры так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили набольшее из возможных чисел.

**1217.** Из вершины $B$ развёрнутого угла $ABC$ провели луч $BK$ так, что $\angle ABK = 108°$. Луч $BD$ – биссектриса угла $CBK$. Вычислите градусную меру угла $DBK$.

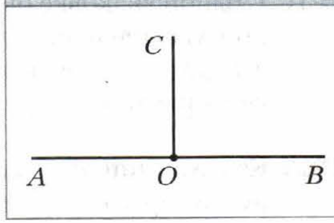
## Задача от мудрой совы

**1218.** Существуют ли 1 005 натуральных чисел (не обязательно разных), сумма которых равна их произведению?

## § 43. Перпендикулярные прямые

Построим развёрнутый угол $AOB$ и проведём его биссектрису $OC$ (рис. 106).

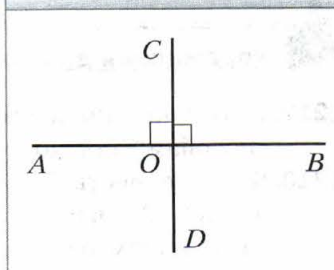
Рис. 106




Поскольку градусная мера развёрнутого угла равна 180°, то $\angle AOC + \angle COB = 180°$. Учитывая, что углы $AOC$ и $COB$ равны, получаем: $\angle AOC = \angle COB = 90°$.

Достроим луч $OC$ до прямой $CD$. Получаем развёрнутый угол $COD$ (рис. 107). Тогда: $\angle COD = \angle AOC + \angle AOD$. Поскольку $\angle COD = 180°$ и $\angle AOC = 90°$, то можно записать $180° = 90° + \angle AOD$. Отсюда $\angle AOD = 90°$. Аналогично можно показать, что $\angle DOB$ является прямым.

Рис. 107

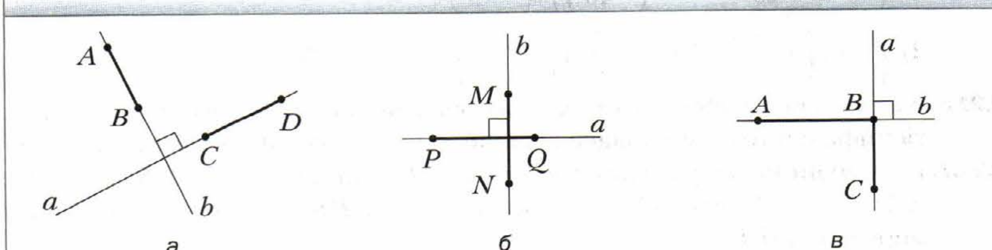



Итак, при пересечении прямых $AB$ и $CD$ образовались четыре прямых угла. Такие прямые называют **перпендикулярными**. Пишут: $AB \perp CD$ или $CD \perp AB$.

Если перпендикулярные прямые обозначить буквами $a$ и $b$, то можно записать $a \perp b$ (читают: «прямая $a$ перпендикулярна прямой $b$» или «прямые $a$ и $b$ перпендикулярны»).

На рисунке 108 изображены пары отрезков, лежащих на перпендикулярных прямых $a$ и $b$. Такие отрезки также называют перпендикулярными.

Рис. 108



Перпендикулярными бывают также: два луча (рис. 109), луч и отрезок (рис. 110), луч и прямая (рис. 111), отрезок и прямая (рис. 112).

**Рис. 109**

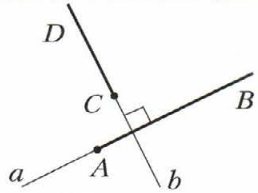



**Рис. 110**

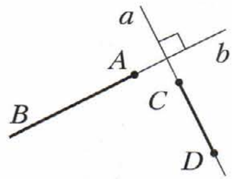



**Рис. 111**

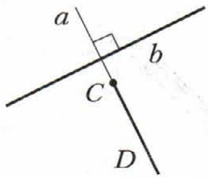
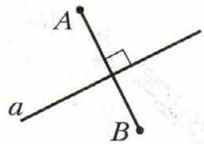
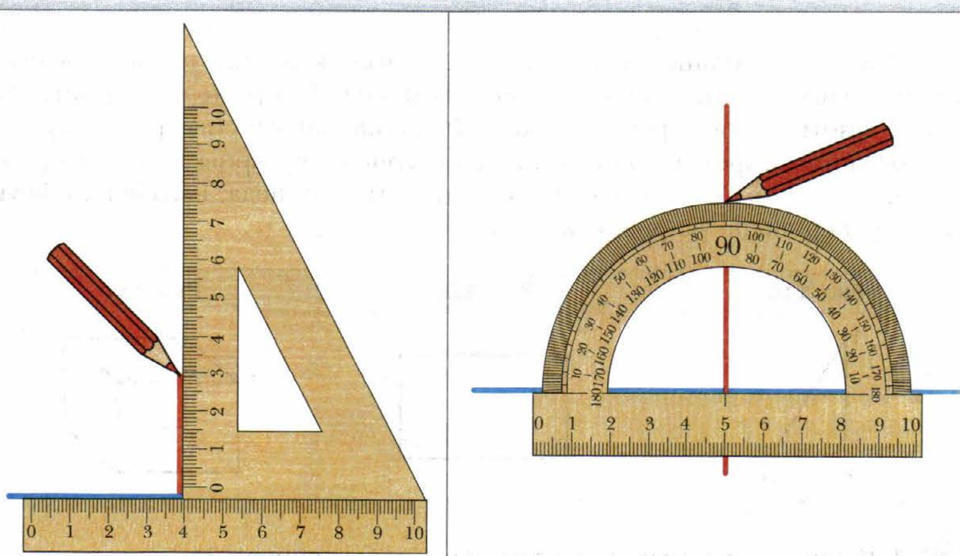



**Рис. 112**




Перпендикулярные прямые можно построить с помощью угольника (рис. 113, *а*) или транспортира (рис. 113, *б*).

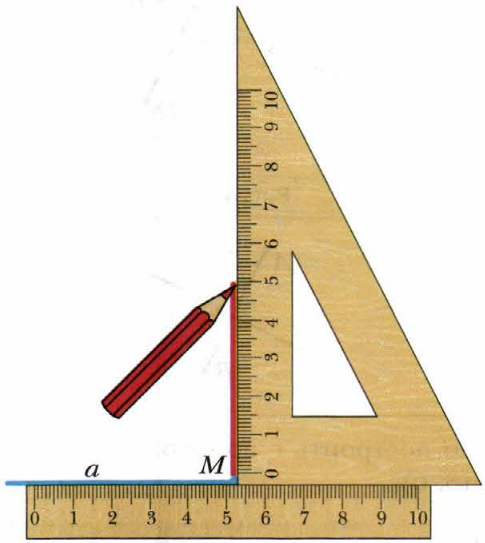
**Рис. 113**



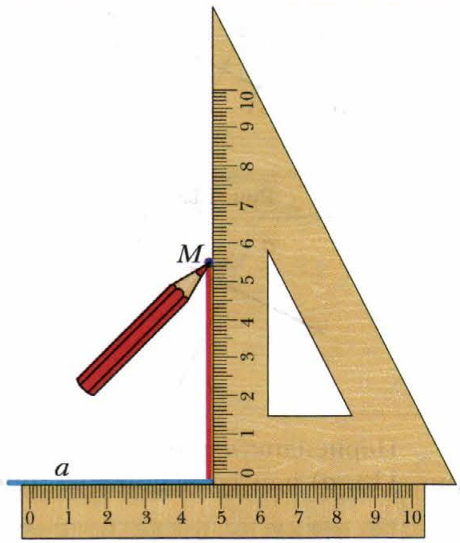
а б

С помощью угольника можно также через данную точку $M$ провести прямую, перпендикулярную данной прямой $a$. На рисунке 114, *а* показано построение для случая, когда точка $M$ принадлежит прямой $a$, на рисунке 114, *б* – для случая, когда точка $M$ не принадлежит прямой $a$.

**Рис. 114**




а




б

Обратим внимание, что и раньше вам были известны геометрические фигуры, элементы которых перпендикулярны. Например, стороны $AC$ и $BC$ прямоугольного треугольника $ABC$ перпендикулярны (рис. 115), любые соседние стороны прямоугольника перпендикулярны (рис. 116), любые два из трёх рёбер прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, перпендикулярны (рис. 117).

**Рис. 115**

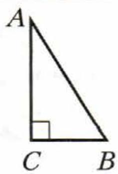



**Рис. 116**

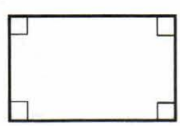
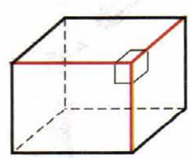


**Рис. 117**



**1.** Какие две прямые называют перпендикулярными?

**2.** Каким символом обозначают перпендикулярные прямые?

**3.** Как читают запись $m \perp n$?

**4.** Какие отрезки называют перпендикулярными?

## Решаем устно

1. При каких значениях $a$ верно равенство $a : 5 = 5 : a$?
2. Катя приготовила блины и сырники, причём блинов было в 3 раза больше, чем сырников. Сколько блинов и сколько сырников она приготовила, если сырников было на 20 меньше, чем блинов?
3. Найдите периметр треугольника $ABC$, если сторона $BC$ в 2 раза меньше $AB$ и $AB = AC = 5$ см 6 мм.

## Упражнения

**1219.** На рисунке 118 изображён квадрат $MNKP$. Запишите все пары перпендикулярных прямых.

**1220.** Найдите на рисунке 119 пары перпендикулярных прямых и запишите их.

**Рис. 118**

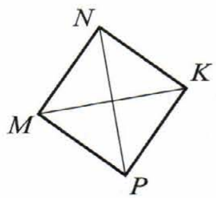
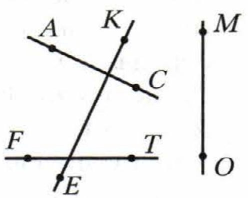
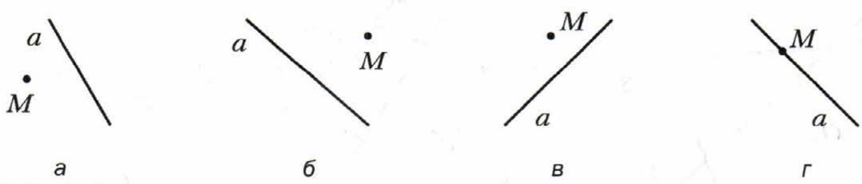



**Рис. 119**




**1221.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 120. Проведите через точку $M$ прямую, перпендикулярную прямой $a$.

**Рис. 120**




**1222.** Проведите прямую $d$ и отметьте точку $M$, ей не принадлежащую. Проведите через точку $M$ прямую, перпендикулярную прямой $d$.

**1223.** Проведите прямую $c$ и отметьте точку $K$, принадлежащую ей. Проведите через точку $K$ прямую, перпендикулярную прямой $c$.

**1224.** Начертите прямоугольник $ABCD$, соедините точки $A$ и $C$. Проведите через точку $B$ прямую, перпендикулярную прямой $AC$.

**1225.** Начертите треугольник: 1) остроугольный; 2) тупоугольный; 3) прямоугольный. Проведите через каждую вершину треугольника прямую, перпендикулярную противоположной стороне.

**1226.** Начертите угол $ABK$, градусная мера которого равна: 1) $73°$; 2) $146°$. Отметьте на луче $BK$ точку $C$ и проведите через неё прямые, перпендикулярные прямым $AB$ и $BK$.

**1227.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 121. Проведите через точку $O$ прямые, перпендикулярные прямым $AB$, $CD$ и $EF$.

**1228.** Начертите остроугольный треугольник и отметьте внутри него точку. Проведите через эту точку прямые, перпендикулярные сторонам треугольника.

**1229.** Начертите четырёхугольник $ABCD$, в котором:
1) $AB \perp AD$;
2) $AB \perp AD$, $AB \perp BC$;
3) $AB \perp AD$, $BC \perp CD$.

**1230.** С помощью угольника определите, какие из прямых, изображённых на рисунке 122, перпендикулярны.

**1231.** Начертите два перпендикулярных отрезка так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не имели общих точек; 3) имели общий конец.

**1232.** Начертите два перпендикулярных луча так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не имели общих точек.

**1233.** На рисунке 123 $AB \perp CD$, $\angle MOC + \angle BOK = 130°$, $\angle COK = 42°$. Вычислите: 1) $\angle MOK$; 2) $\angle MOD$.

**Рис. 121**

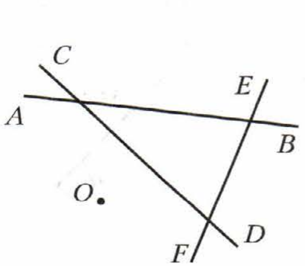



**Рис. 122**

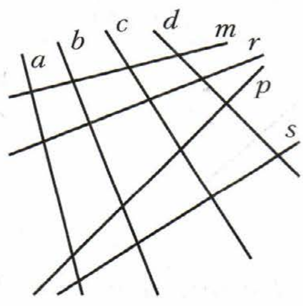
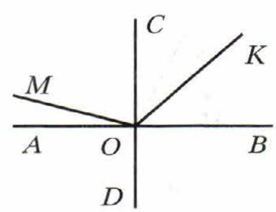
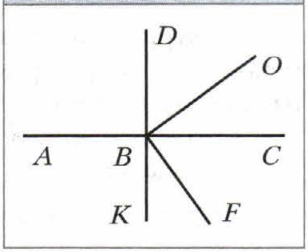



**Рис. 123**



**1234.** На рисунке 124 $AC \perp DK$, $OB \perp BF$, $\angle DBO = 54^\circ$. Вычислите градусную меру угла $ABF$.

Рис. 124




**1235.** Как построить перпендикулярные прямые, пользуясь шаблоном угла, который равен: 1) $15^\circ$; 2) $18^\circ$?

**1236.** Пользуясь угольником и шаблоном угла $17^\circ$, постройте угол, градусная мера которого: 1) $5^\circ$; 2) $12^\circ$.

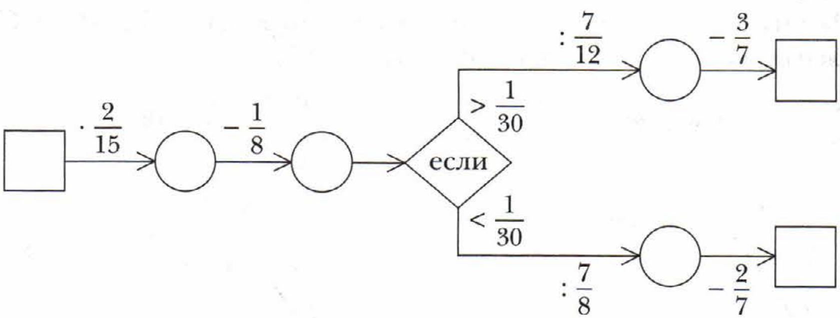
**1237.** Пользуясь угольником и шаблоном угла $20^\circ$, постройте угол, градусная мера которого $10^\circ$.

## Упражнения для повторения

**1238.** Сумма цифр двузначного числа равна 8, количество десятков в 3 раза меньше количества единиц. Найдите это число.

**1239.** Из семи учащихся четверо хорошо поют, двое выразительно читают стихи, а один красиво танцует. Сколькими способами из этих учащихся можно организовать концертную бригаду?

**1240.** Заполните пропуски в цепочке вычислений при: 1) $x = 1\frac{1}{8}$; 2) $x = 1\frac{1}{4}$.




**1241.** Сегодня Василию Ивановичу исполнилось 80 лет, а его детям — 34, 36 и 40. Сколько лет прошло с того времени, когда возраст отца был в 2 раза больше суммы возрастов его детей?

**1242.** Верно ли, что $|a| + a = 2a$ при любом значении $a$?

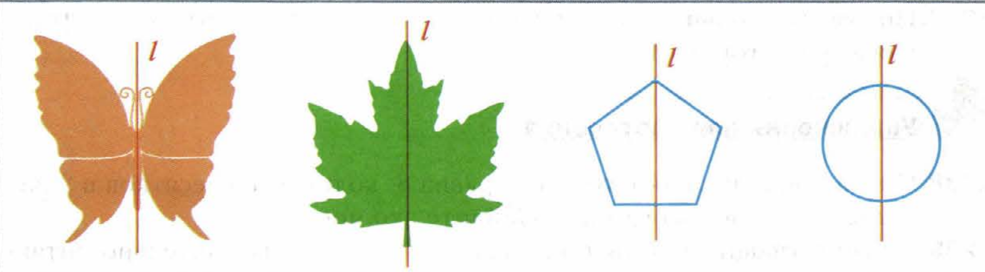
## Задача от мудрой совы

**1243.** На шахматную доску пролили краску. Может ли количество залитых краской клеток быть на 17 меньше количества клеток, оставшихся чистыми?

## § 44. Осевая и центральная симметрии

В курсе математики 5 класса вы познакомились с симметричными фигурами, т. е. с фигурами, которые имеют ось симметрии. На рисунке 125 изображены симметричные фигуры. Если лист бумаги перегнуть по прямой $l$, то «половинки» фигуры, расположенные по разные стороны от прямой $l$, совпадут.

**Рис. 125**




На рисунке 126 изображены треугольник $ABC$ и прямая $l$. Если лист бумаги перегнуть по прямой $l$, то треугольник $ABC$ займёт положение треугольника $A_1B_1C_1$.

Заметим, что прямая $l$ перпендикулярна отрезкам $AA_1$, $BB_1$, $CC_1$ и делит каждый из этих отрезков пополам (рис. 127).

**Рис. 126**

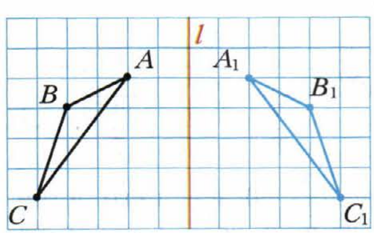
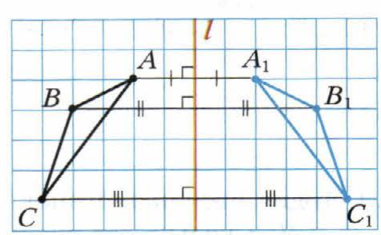



**Рис. 127**




**Точки $M$ и $N$ называют симметричными относительно прямой $l$, если прямая $l$ перпендикулярна отрезку $MN$ и делит его пополам** (рис. 128).

На рисунке 127 точки $A$ и $A_1$, $B$ и $B_1$, $C$ и $C_1$ симметричны относительно прямой $l$.

Пусть дана точка $M$ и прямая $l$. Точку, симметричную точке $M$ относительно прямой $l$, можно построить так. Проведём через точку $M$ прямую $a$, перпендикулярную прямой $l$ (рис. 129). Пусть прямые $a$ и $l$ пересекаются в точке $O$. Отложим на прямой $a$ отрезок $ON$, равный отрезку $OM$ (рис. 130). Точки $M$ и $N$ симметричны относительно прямой $l$.

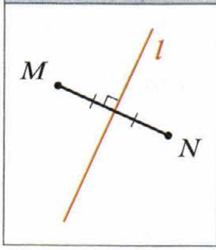


**Рис. 128**

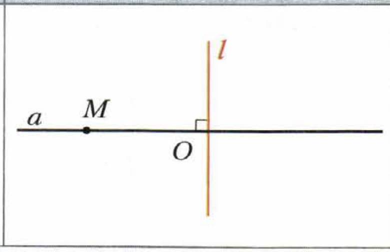


**Рис. 129**

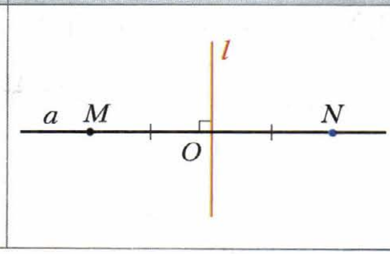


**Рис. 130**

Для построения треугольника $A_1B_1C_1$ (см. рис. 127) не обязательно перегибать лист бумаги по прямой $l$. Достаточно построить точки, симметричные точкам $A$, $B$ и $C$ относительно прямой $l$, и полученные точки соединить отрезками.

Треугольники $ABC$ и $A_1B_1C_1$ называют симметричными относительно прямой $l$.

Заметим, что *любые две фигуры, симметричные относительно прямой $l$, равны* (см., например, рис. 131).

Все точки фигуры (см., например, рис. 132), имеющей ось симметрии, не принадлежащие этой оси, можно разделить на пары симметричных точек.

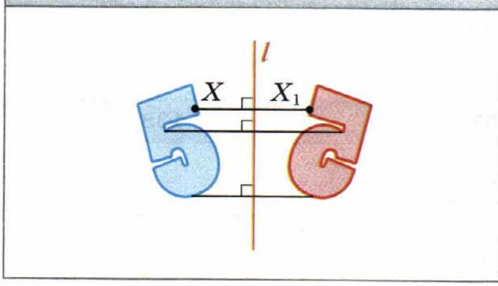


**Рис. 131**

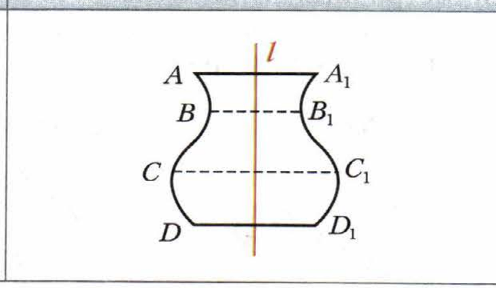


**Рис. 132**

Кроме **осевой симметрии**, можно рассматривать и **центральную симметрию**.

**Точки $A$ и $A_1$ называют симметричными относительно точки $O$, если точка $O$ является серединой отрезка $AA_1$ (рис. 133, $a$).**

Пусть даны точки $M$ и $O$. Точку, симметричную точке $M$ относительно точки $O$, можно построить так. Проведём луч $MO$ (рис. 133, *б*). На луче $MO$ отложим отрезок $ON$, равный отрезку $OM$ (рис. 133, *в*). Точки $M$ и $N$ симметричны относительно точки $O$.

На рисунке 134 изображены треугольник $ABC$ и точка $O$. Построим точки $A_1$, $B_1$ и $C_1$, симметричные соответственно точкам $A$, $B$ и $C$ относительно точки $O$. Соединив точки $A_1$, $B_1$ и $C_1$ отрезками, получим треугольник $A_1B_1C_1$, симметричный треугольнику $ABC$ относительно точки $O$ (рис. 135).

**Рис. 133**

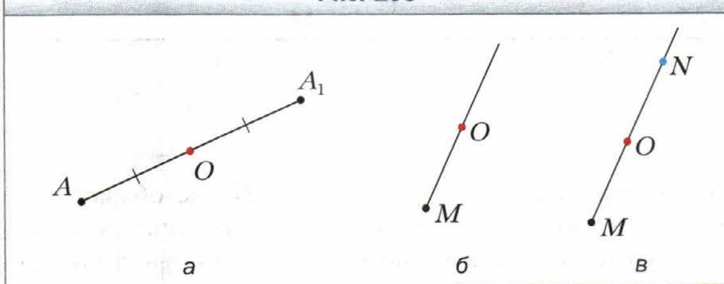
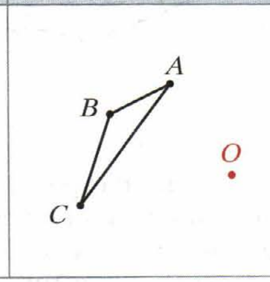



**Рис. 134**




Заметим, что эти треугольники равны. Вообще, *любые две фигуры, симметричные относительно некоторой точки, равны* (рис. 136).

На рисунке 137 изображена окружность с центром в точке $O$. Все точки окружности можно разбить на пары точек, симметричных относительно точки $O$. В этом случае говорят, что окружность имеет **центр симметрии** – точку $O$.

**Рис. 135**

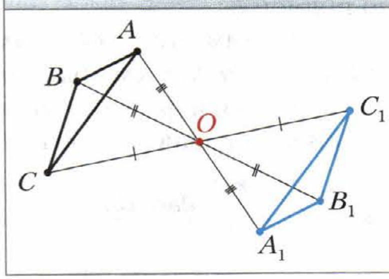



**Рис. 136**

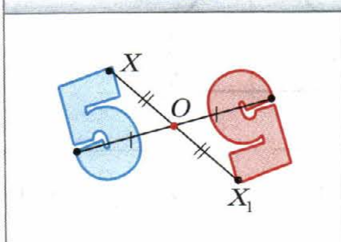



**Рис. 137**

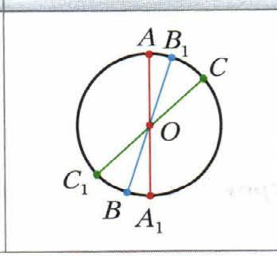
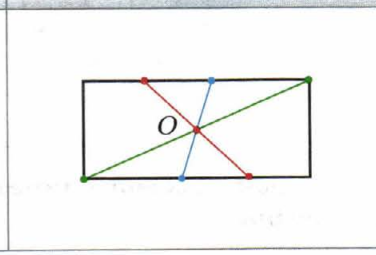



**Рис. 138**




Также центр симметрии имеют, например, прямоугольник (рис. 138), эллипс (рис. 139), отрезок (рис. 140).

Примеры проявления центральной симметрии в природе показаны на рисунке 141.

Рис. 139

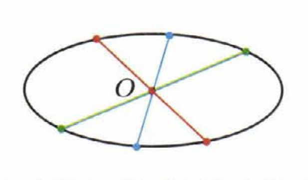



Рис. 140

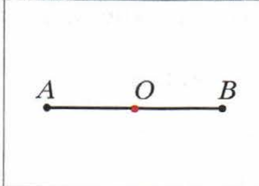
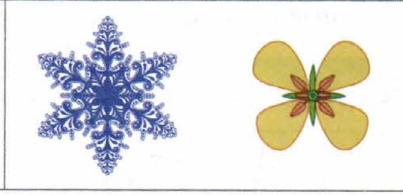



Рис. 141



**1.** Какие точки называют симметричными относительно прямой?

**2.** Опишите построение точки, симметричной данной точке $M$ относительно данной прямой $l$.

**3.** Какие точки называют симметричными относительно точки?

**4.** Опишите построение точки, симметричной данной точке $M$ относительно данной точки $O$.

**5.** Приведите примеры фигур, имеющих центр симметрии.

## Решаем устно

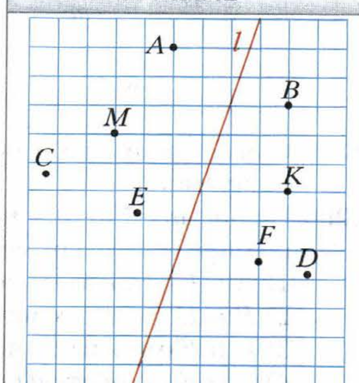
**1.** Решите уравнение:
1) $-3x + 0{,}8 = -0{,}7$; 2) $11 - 5y = 15$; 3) $-0{,}9 \cdot |x| = -0{,}18$.

**2.** При каких целых положительных значениях $y$ верно неравенство $-0{,}7y > -3$?

**3.** В лесу растёт 720 деревьев, из которых $\frac{5}{18}$ хвойные. Ели составляют 34 % хвойных деревьев. Сколько елей растёт в лесу?

**4.** Чему равна сумма всех целых чисел, расположенных на координатной прямой между числами −72 и 70?

Рис. 142




## Упражнения

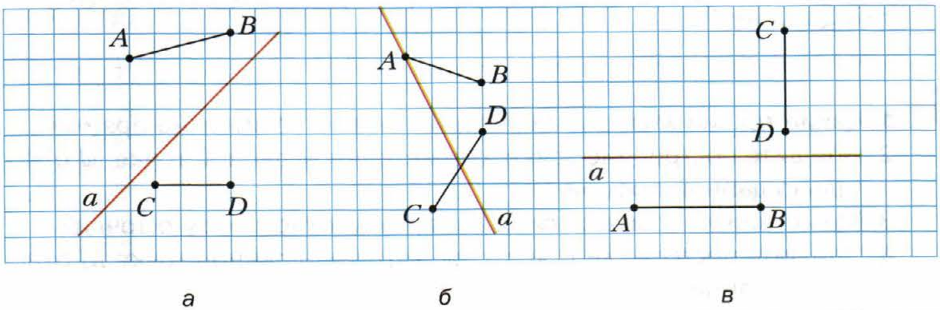
**1244.** Прямая $l$ проходит через середину отрезка $AB$. Обязательно ли точки $A$ и $B$ симметричны относительно прямой $l$?

**1245.** Используя линейку и угольник, определите, симметричны ли относительно прямой $l$ (рис. 142) точки: 1) $A$ и $B$; 2) $M$ и $K$; 3) $E$ и $F$; 4) $C$ и $D$.

**1246.** Начертите прямую $m$ и отметьте точки $P$ и $S$ по разные стороны от неё. Постройте точки, симметричные точкам $P$ и $S$ относительно прямой $m$.

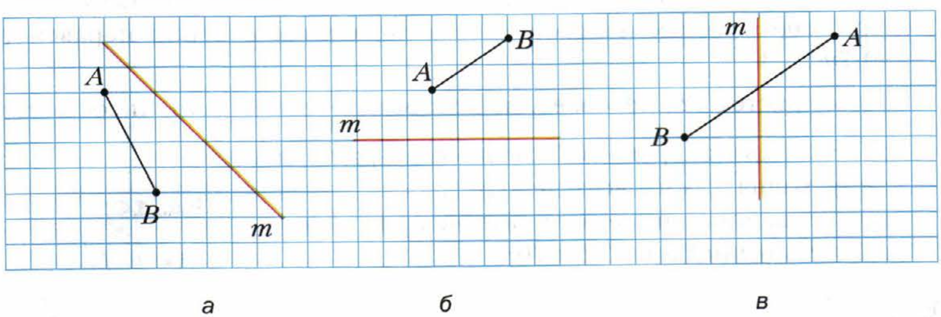
**1247.** Перерисуйте рисунок 143 в тетрадь и постройте отрезки, симметричные отрезкам $AB$ и $CD$ относительно прямой $a$.

**Рис. 143**




**1248.** Перерисуйте рисунок 144 в тетрадь и постройте отрезок, симметричный отрезку $AB$ относительно прямой $m$.

**Рис. 144**

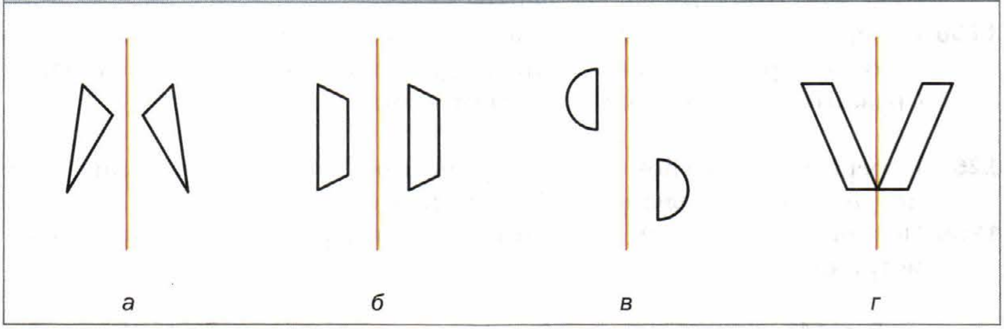



**1249.** Симметричны ли изображённые на рисунке 145 фигуры относительно прямой $l$?

**1250.** На рисунке 146 отмечены точки $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ и $F$. С помощью линейки определите, симметричны ли точки:

1) $A$ и $E$ относительно точки $C$;
2) $B$ и $D$ относительно точки $C$;
3) $C$ и $F$ относительно точки $E$;
4) $A$ и $F$ относительно точки $E$.

Рис. 145




**1251.** Перерисуйте рисунок 147 в тетрадь и постройте точку, симметричную точке:

1) $A$ относительно точки $B$;
2) $K$ относительно точки $B$;
3) $B$ относительно точки $K$;
4) $M$ относительно точки $B$;
5) $M$ относительно точки $K$;
6) $A$ относительно точки $K$.

**1252.** Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $M$ (4) и $K$ (–3). Постройте точки, симметричные точкам $M$ и $K$ относительно начала отсчёта. Определите координаты полученных точек.

**1253.** Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $A$ (5), $B$ (1) и $C$ (–2). Постройте точку, симметричную точке:

1) $A$ относительно точки $B$;
2) $C$ относительно точки $B$;
3) $B$ относительно точки $C$;
4) $B$ относительно точки $A$.

Определите координаты полученных точек.

**1254.** Какие из отмеченных точек окружности (рис. 148) образуют пары точек, симметричных относительно её центра $O$.

Рис. 146

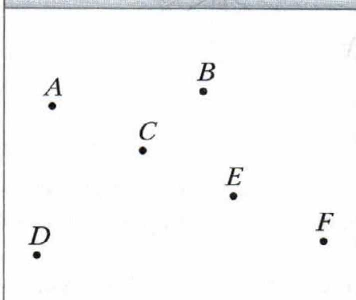



Рис. 147

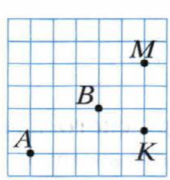
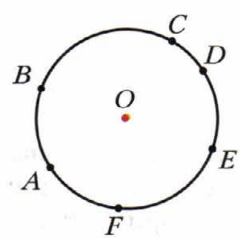



Рис. 148



**1255.** Постройте точки, симметричные точкам $M$, $N$, $K$, $P$ окружности (рис. 149) относительно её центра $O$.

**1256.** Начертите отрезок $BD$ и отметьте точку $A$ вне этого отрезка. Постройте отрезок, симметричный отрезку $BD$ относительно точки $A$. Сравните полученный отрезок и отрезок $BD$.

**1257.** Перерисуйте рисунок 150 в тетрадь и постройте треугольник, симметричный треугольнику $ABC$ относительно прямой $l$.

**1258.** Перерисуйте рисунок 151 в тетрадь и постройте треугольник, симметричный треугольнику $ABC$ относительно прямой $l$.

**Рис. 149**

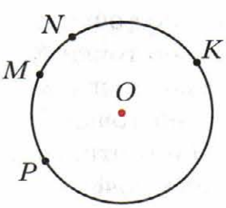



**Рис. 150**

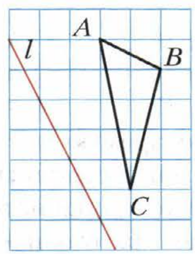
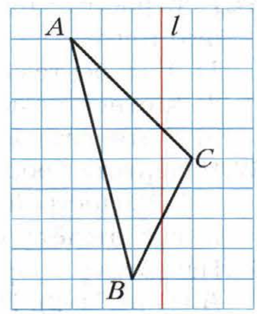
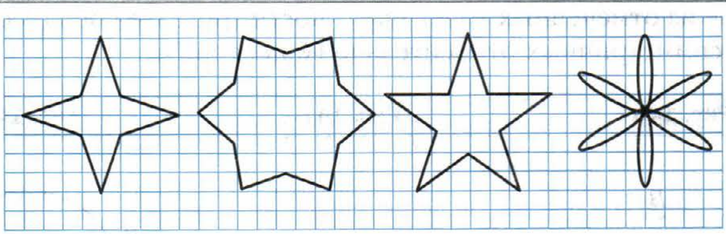



**Рис. 151**




**1259.** Сколько осей симметрии имеет фигура, изображённая на рисунке 152?

**Рис. 152**



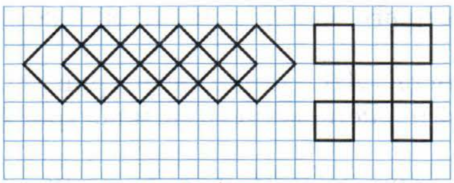
а б в г

**1260.** Какие печатные буквы русского алфавита имеют: 1) вертикальную ось симметрии; 2) горизонтальную ось симметрии; 3) вертикальную и горизонтальную оси симметрии?

**1261.** Перерисуйте в тетрадь фигуру, изображённую на рисунке 153. Проведите все оси симметрии данной фигуры.

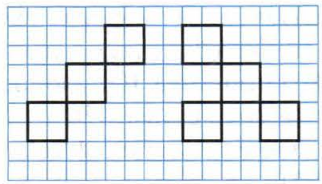
**1262.** Перерисуйте в тетрадь фигуру, изображённую на рисунке 154. Проведите все оси симметрии данной фигуры.

**Рис. 153**



*а* *б*

**Рис. 154**



*а* *б*

**1263.** На рисунке 155 изображены сторона $AB$ и ось симметрии $l$ треугольника $ABC$. Перерисуйте рисунок в тетрадь и постройте треугольник $ABC$. Определите вид треугольника $ABC$.

**1264.** На рисунке 156 изображены сторона $AB$ и ось симметрии $l$ четырёхугольника $ABCD$. Перерисуйте рисунок в тетрадь и постройте четырёхугольник $ABCD$.

**Рис. 155**

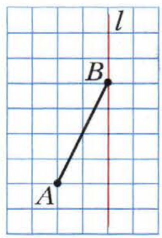
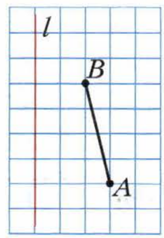



**Рис. 156**




**1265.** На рисунке 157 изображены стороны $AB$ и $BC$ и ось симметрии $l$ шестиугольника $ABCDEF$. Перерисуйте рисунок в тетрадь и постройте шестиугольник $ABCDEF$.

**1266.** Перерисуйте рисунок 158 в тетрадь и постройте фигуру, симметричную треугольнику $ABC$ относительно точки $O$.

**Рис. 157**

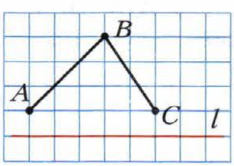
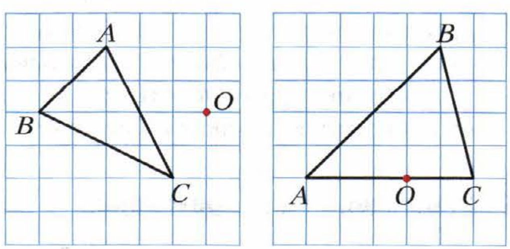



**Рис. 158**




*а* *б*

**1267.** Перерисуйте рисунок 159 в тетрадь и постройте фигуру, симметричную треугольнику $ABC$: 1) относительно точки $O$; 2) относительно точки $D$.

**1268.** Начертите треугольник $ABC$. Постройте фигуру, симметричную этому треугольнику относительно точки $C$.

**1269.** Начертите квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, симметричную этому квадрату относительно точки $C$.

**1270.** На рисунке 160 изображены сторона $AB$ и центр симметрии $O$ четырёхугольника $ABCD$. Перерисуйте рисунок в тетрадь и постройте четырёхугольник $ABCD$.

**1271.** На рисунке 161 изображены стороны $AB$ и $BC$ и центр симметрии $O$ шестиугольника $ABCDEF$. Перерисуйте рисунок в тетрадь и постройте шестиугольник $ABCDEF$.

**Рис. 159**

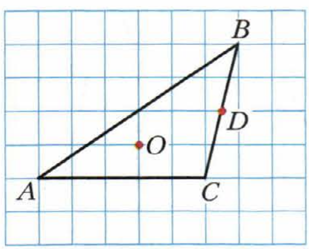



**Рис. 160**

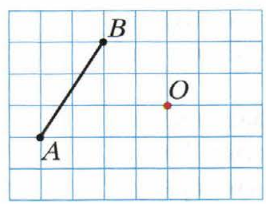
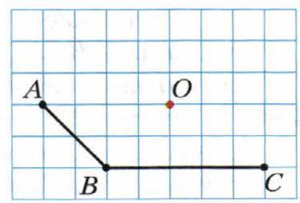
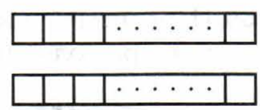



**Рис. 161**




**1272.** Есть две одинаковые полоски в клетку (рис. 162). Два мальчика играют в такую игру: за один ход можно зачеркнуть любое количество клеток, но в одной полоске. Проигрывает тот, кому уже нечего зачеркнуть. Кто из двух игроков может обеспечить себе выигрыш и как это сделать?

**Рис. 162**



**1273.** Два мальчика по очереди кладут одинаковые монетки на круглый стол так, чтобы они не накладывались друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из двух игроков может обеспечить себе выигрыш и как это сделать?

## Упражнения для повторения

**1274.** В 1792 г. учёные Парижской академии наук измерили длину земного меридиана, проходящего через Париж. Одна десятимиллионная доля четверти парижского меридиана составляла 1 м. Найдите длину земного меридиана, проходящего через Париж.

**1275.** Укажите трёхзначное число:

1) первая цифра которого 6, и оно делится нацело на 5 и на 9, но не делится нацело на 2;

2) первая цифра которого 5, и оно делится нацело на 2, на 5 и на 9.

**1276.** Найдите значение выражения:

1) $\left(6\frac{7}{12}-3\frac{17}{36}\right)\cdot 2,5-4\frac{1}{3}:0,65;$

2) $3\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{5}+(2,55+2,7):\left(0,1-\frac{1}{80}\right).$

### Готовимся к изучению новой темы

**1277.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 163. Через каждую из точек $A$ и $B$ проведите прямую, перпендикулярную прямой $a$.

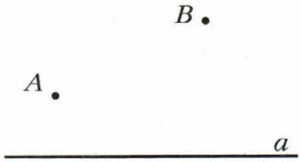
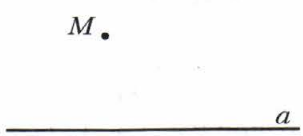
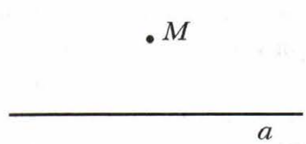
**1278.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 164. Через точку $M$ проведите прямую $b$, перпендикулярную прямой $a$, и прямую $c$, перпендикулярную прямой $b$.

### Задача от мудрой совы

**1279.** На прямой отметили несколько точек. Затем между каждыми двумя соседними точками поставили ещё по точке, и так поступили несколько раз. Докажите, что после каждой такой операции общее количество точек на прямой будет нечётным.

## § 45. Параллельные прямые

Рассмотрим на плоскости прямую $a$ и точку $M$, не принадлежащую этой прямой (рис. 165). Через точку $M$ можно провести бесконечно много

| Рис. 163 | Рис. 164 | Рис. 165 |
|---|---|---|
|  |  |  |

прямых. И только одна из них не пересечёт прямую $a$ (на рисунке 166 эта прямая обозначена буквой $b$). В таких случаях говорят, что прямые $a$ и $b$ **параллельны**.

**Две прямые на плоскости, которые не пересекаются, называют параллельными.**

Если прямые $a$ и $b$ параллельны, то это записывают так: $a \parallel b$ (читают: «прямая $a$ параллельна прямой $b$» или «прямые $a$ и $b$ параллельны»).

Представление о параллельных прямых дают линии дорожной разметки (рис. 167), рельсы на прямолинейном участке железной дороги (рис. 168), след, который оставляет лыжник, двигаясь прямолинейно (рис. 169).

**Рис. 166**

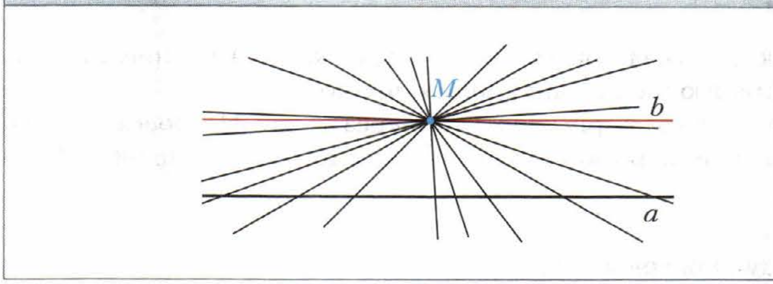



**Рис. 167**

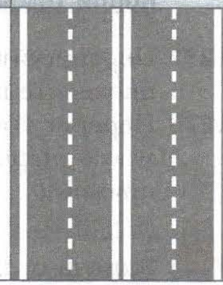
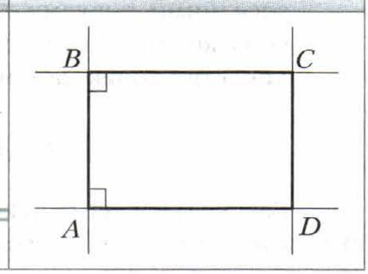


**Рис. 168**

**Рис. 169**

**Рис. 170**

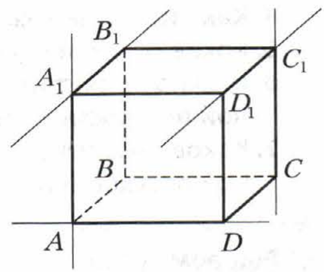



Обратим внимание, что и раньше вам были известны геометрические фигуры, элементы которых лежат на параллельных прямых. Например, противолежащие стороны прямоугольника лежат на параллельных прямых (рис. 170), на параллельных прямых лежат рёбра $A_1B_1$ и $C_1D_1$, $AA_1$ и $CC_1$ прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 171).

Отметим, что прямые $A_1B_1$ и $AD$ (см. рис. 171) также не пересекаются. Однако они не лежат в одной плоскости, поэтому параллельными их не считают, а называют **скрещивающимися**.

Отрезки (лучи), лежащие на параллельных прямых, называют параллельными. Так, противолежащие стороны прямоугольника параллельны; в прямоугольном параллелепипеде (см. рис. 171) параллельными являются, например, рёбра $AB$ и $CD$, $BB_1$ и $DD_1$.

Рис. 171

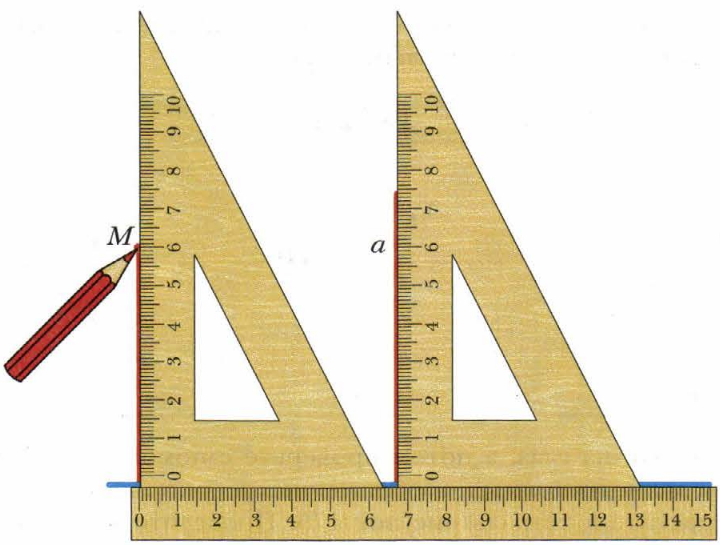



На рисунке 170 каждая из прямых $BC$ и $AD$ перпендикулярна прямой $AB$, при этом $BC \parallel AD$. Это не случайно, поскольку справедливо следующее свойство.

**Если две прямые, лежащие в одной плоскости, перпендикулярны третьей прямой, то они параллельны.**

Это свойство даёт возможность с помощью линейки и угольника строить параллельные прямые. На рисунке 172 показано, как через данную точку $M$ провести прямую, параллельную данной прямой $a$.

Рис. 172




**1.** Каким может быть взаимное расположение двух прямых на плоскости?

2. Какие две прямые называют параллельными?
3. Каким символом обозначают параллельность прямых?
4. Как читают запись $m \parallel n$?
5. Какие отрезки (лучи) называют параллельными?
6. Можно ли считать два отрезка параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек?
7. Каково взаимное расположение двух прямых, которые лежат в одной плоскости и перпендикулярны третьей?

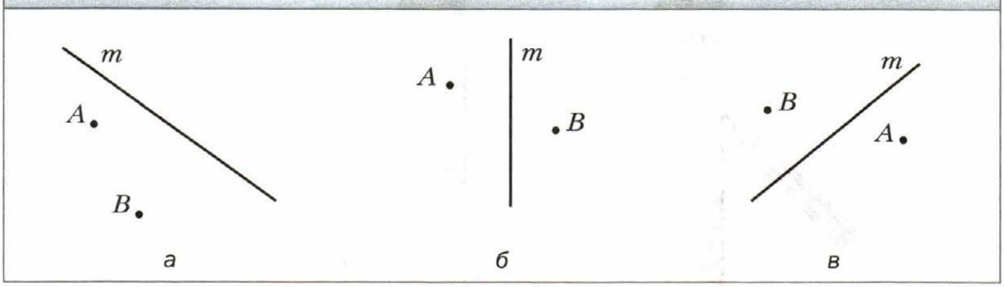
## Решаем устно

1. Пять братьев хотят поделить между собой 40 яблок так, чтобы каждый из них получил нечётное количество яблок. Смогут ли они это сделать?
2. Из 12 м батиста сшили 8 одинаковых блузок. Сколько таких блузок можно сшить из 18 м батиста?
3. Оля собрала в саду яблоки и груши, причём яблок было в 4 раза больше, чем груш. Сколько процентов собранных фруктов составляли яблоки?

## Упражнения

**1280.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 173. Проведите через каждую из точек $A$ и $B$ прямую, параллельную прямой $m$.

**Рис. 173**




**1281.** Определите на глаз, а потом проверьте с помощью угольника и линейки, какие из прямых, изображённых на рисунке 174, параллельны.

**1282.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 175. Проведите через точку $O$ прямые, параллельные прямым $k$ и $p$.

**1283.** Начертите угол $MKE$, градусная мера которого равна: 1) 58°; 2) 116°; 3) 90°. Отметьте между сторонами угла точку $P$ и проведите через эту точку прямые, параллельные сторонам угла.

Рис. 174

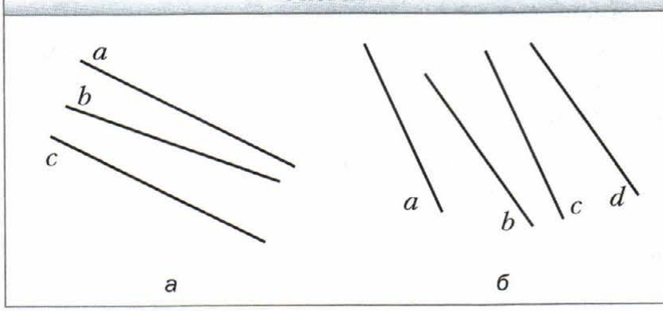
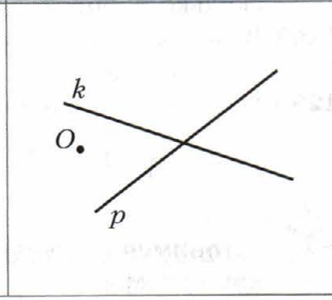


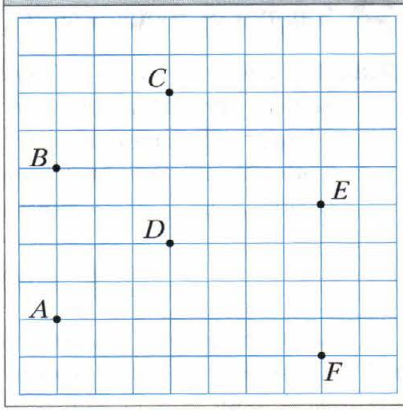

Рис. 175




**1284.** Начертите треугольник и проведите через каждую его вершину прямую, параллельную противоположной стороне.

**1285.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 176. Проведите прямые $BC$, $CE$, $AD$, $DF$, $BE$ и $AF$. Определите, какие из этих прямых параллельны.

Рис. 176




**1286.** Начертите четырёхугольник, у которого:

1) две стороны параллельны, а две другие – не параллельны;

2) противоположные стороны параллельны.

**1287.** Начертите:

1) пятиугольник, две стороны которого параллельны;

2) шестиугольник, у которого каждая сторона параллельна какой-либо другой стороне.

**1288.** Начертите шестиугольник, две стороны которого лежат на одной прямой, а каждая из четырёх остальных сторон параллельна какой-либо другой стороне.

**1289.** Сколько точек пересечения могут иметь три прямые на плоскости? Изобразите все случаи.

## Упражнения для повторения

**1290.** Составили одинаковые большие и одинаковые маленькие букеты роз. В двух маленьких и пяти больших букетах было 55 роз, а в шести маленьких и пяти больших – 75 роз. Сколько роз было в каждом букете?

**1291.** При обработке детали её масса уменьшилась с 240 кг до 204 кг. На сколько процентов уменьшилась масса детали?

**1292.** Влажность травы составляет 80 %, а сена – 20 %. Сколько килограммов сена получат из 4 т травы?

**1293.** Найдите значение выражения:

$$\left(8{,}25 \cdot \frac{10}{11} - 10\right) \cdot \left(11\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9} - 6{,}15\right) + 12{,}7 : \left(-2\frac{1}{2}\right).$$

### Готовимся к изучению новой темы

**1294.** Отметьте на координатной прямой точку $A$ (–3). Найдите на этой прямой точки, удалённые от точки $A$ на пять единичных отрезков, и укажите их координаты.

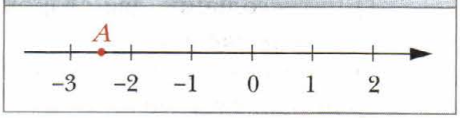
### Задача от мудрой совы

**1295.** Все жители города $A$ всегда говорят правду, а все жители города $B$ всегда лгут. Известно, что жители города $A$ бывают в городе $B$ и наоборот. Путешественник попал в один из этих городов, но не знает, в какой. Какой один вопрос он должен задать первому встречному, чтобы выяснить, в каком городе он находится?

## § 46. Координатная плоскость

Можно ли на координатной прямой найти точку, если известна её координата? Конечно да. Например, числу –2,5 соответствует единственная точка $A$ (–2,5) (рис. 177).

Рис. 177




Однако не любой объект удаётся отыскать, имея такую ограниченную информацию, как одно-единственное число.

Если, например, после летних каникул вы расстаётесь со своим новым другом и оставляете ему только номер своей квартиры, то он вряд ли сможет вас отыскать. Часто в таких случаях говорят, что вы оставили недостаточно *координат*.

Также понятно, что невозможно на географической карте отыскать пункт, если указана только его широта. Вспомните, как герои книги Жюля Верна «Дети капитана Гранта» долго и с многочисленными приключениями путешествовали в поисках капитана, потому что они знали только то, что он находится на 37-й параллели.

Координаты объекта – это такая информация, по которой его можно найти (определить местонахождение) однозначно. Например:

- номер квартиры и дома, название улицы, города и страны – координаты, с помощью которых ваш друг вас легко найдёт;
- широта и долгота – координаты объекта на географической карте;
- номер ряда и номер места – координаты кресла в зале кинотеатра;
- шахматная запись Ка1 – координаты коня на шахматной доске (рис. 178).

«Морской бой» – ещё одна игра, в которой используют координаты.

Указать положение точки на плоскости также можно с помощью координат. Для этого проведём на плоскости две перпендикулярные координатные прямые так, чтобы их начала отсчёта совпадали (рис. 179). Эти прямые называют **осями координат**, точку их пересечения $O$ – **началом координат**. Горизонтальную ось называют **осью абсцисс** и обозначают буквой $x$, вертикальную ось называют **осью ординат** и обозначают буквой $y$.

**Рис. 178**

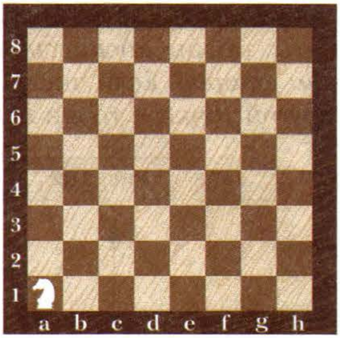
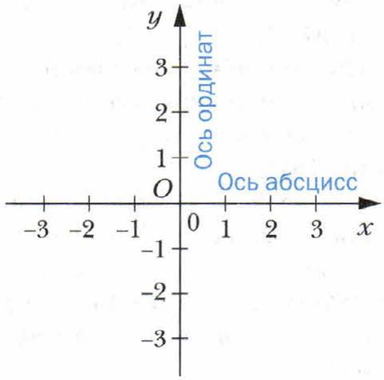



**Рис. 179**



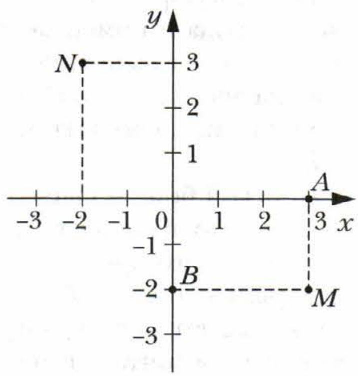

Ось абсцисс ещё называют осью $x$, а ось ординат – осью $y$. Вместе они образуют **прямоугольную систему координат**. Плоскость, на которой задана прямоугольная система координат, называют **координатной плоскостью**.

Координатные оси разбивают плоскость на четыре части. Их называют **координатными четвертями** и нумеруют так, как показано на рисунке 180.

На координатной плоскости отметим точку $M$ (рис. 181). Прямая, проходящая через точку $M$ перпендикулярно оси абсцисс, пересекает её в точке $A$, а прямая, перпендикулярная оси ординат, пересекает эту ось в точке $B$. Точка $A$ на оси $x$ имеет координату 3, а точка $B$ на оси $y$ – координату –2.

**Рис. 180**

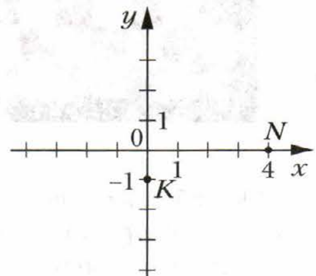

**Рис. 181**



Число 3 называют **абсциссой** точки $M$, число –2 – **ординатой** точки $M$. Числа 3 и –2 однозначно определяют положение точки $M$ на координатной плоскости. Поэтому их называют **координатами** точки $M$ и записывают: $M$ (3; –2).

Подчеркнём, что, записывая координаты точки, *абсциссу всегда ставят на первое место, а ординату — на второе*. Если числа 3 и –2 поменять местами, то получим координаты другой точки – точки $N$ (–2; 3) (см. рис. 181).

**Рис. 182**



У начала координат абсцисса и ордината равны нулю. Пишут: $O$ (0; 0).

Заметим, что *если точка лежит на оси абсцисс, то её ордината равна нулю, а если на оси ординат, то нулю равна её абсцисса*.

Например, на рисунке 182: $N$ (4; 0); $K$ (0; –1).

У точек $A$ (2; 3) и $B$ (–2; –3) и абсцисса, и ордината – противоположные числа. Эти точки симметричны относительно начала координат (рис. 183). Вообще, *две точки с противоположными абсциссами и ординатами симметричны относительно начала координат.*

Точка $A$ (2; 3) и $B$ (–2; 3) имеют равные ординаты, а их абсциссы – противоположные числа (рис. 184). Эти точки симметричны относительно оси ординат. Вообще, *две точки с равными ординатами и противоположными абсциссами симметричны относительно оси ординат.*

Аналогично, *две точки с равными абсциссами и противоположными ординатами симметричны относительно оси абсцисс.* Например, на рисунке 185 точки $A$ и $B$ симметричны относительно оси абсцисс.

**Рис. 183**

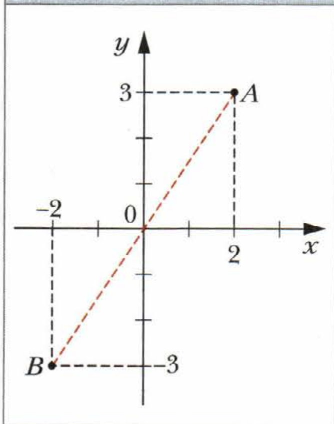



**Рис. 184**

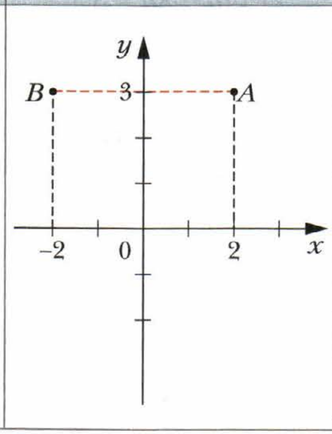
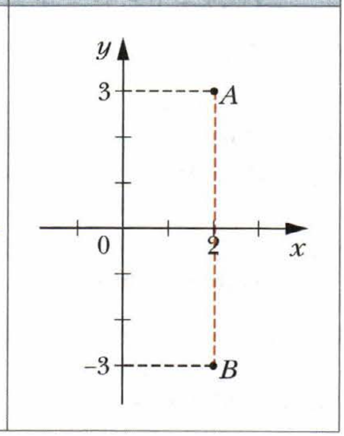



**Рис. 185**




1. Как называют две перпендикулярные координатные прямые, которые пересекаются в начале отсчёта?
2. Как называют плоскость, на которой задана система координат?
3. Как называют координатную прямую, которую проводят горизонтально? Вертикально?
4. Какую координату точки ставят на первое место, а какую — на второе?
5. Где на координатной плоскости находятся точки, абсциссы которых равны нулю?
6. Где на координатной плоскости находятся точки, ординаты которых равны нулю?
7. Какие координаты имеет начало координат?
8. Что можно сказать о точках, имеющих противоположные абсциссы и противоположные ординаты?
9. Что можно сказать о точках, имеющих равные ординаты и противоположные абсциссы?

**10.** Что можно сказать о точках, имеющих равные абсциссы и противоположные ординаты?

## Решаем устно

**1.** Найдите коэффициент выражения:

1) $8m \cdot 0{,}5$; 3) $a \cdot (-18b)$; 5) $-0{,}7x \cdot 1\frac{3}{10}y$;

2) $-x \cdot (-1{,}2)$; 4) $-p \cdot (-4q)$; 6) $-\frac{1}{6}a \cdot (-1{,}2b) \cdot 5c$.

**2.** Решите уравнение:

1) $7x + 1 = 5x - 9$; 2) $14a = 8a - 5{,}4$.

**3.** В первый день засеяли $\frac{2}{9}$ поля, а во второй – в 3 раза больше. Какую часть поля осталось засеять?

**4.** Известно, что 10 % гречневой крупы составляют белки, 2,5 % – жиры и 60 % – углеводы. Сколько каждого из этих продуктов содержится в 5 кг гречневой крупы?

## Упражнения

**1296.** Найдите координаты точек $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $K$, $M$, $N$, изображённых на рисунке 186.

**1297.** Найдите координаты точек $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $K$, $M$, $N$, изображённых на рисунке 187.

**Рис. 186**

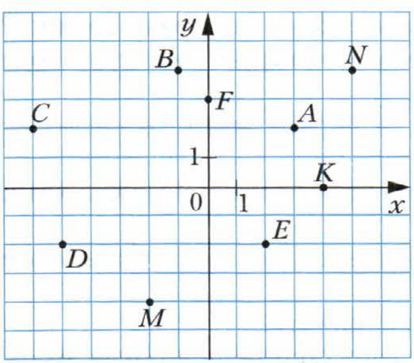
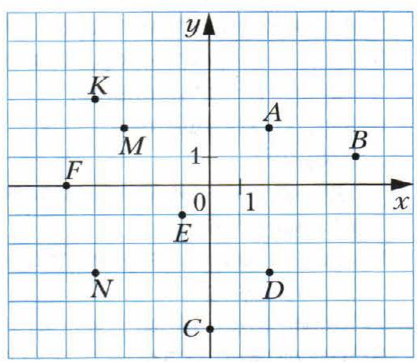



**Рис. 187**




**1298.** На координатной плоскости отметьте точки: $A$ (2; 3), $B$ (4; –5), $C$ (–3; 7), $D$ (–2; 2), $F$ (–4; –2), $K$ (2; –2), $M$ (0; 2), $N$ (–3; 0), $P$ (1; –6).

**1299.** На координатной плоскости отметьте точки: $A$ (5; 1), $B$ (2; –1), $C$ (–7; –1), $D$ (–5; 3), $E$ (1; 0), $F$ (0; –4), $S$ (–1; –3), $T$ (–6; 2), $Q$ (3; 2).

**1300.** Постройте отрезки $AB$ и $CD$ и найдите координаты точки пересечения этих отрезков, если $A$ (–1; –3), $B$ (3; 1), $C$ (0; 4), $D$ (3; –2).

**1301.** Постройте отрезки $AB$ и $CD$ и найдите координаты точки пересечения этих отрезков, если $A$ (–5; –2), $B$ (1; 4), $C$ (–3; 2), $D$ (2; –3).

**1302.** Начертите на координатной плоскости треугольник $EFK$, если $E$ (3; –2), $F$ (–3; 1), $K$ (1; 5). Найдите координаты точек пересечения стороны $EF$ с осью $x$ и стороны $FK$ с осью $y$.

**1303.** Начертите на координатной плоскости четырёхугольник $PQRS$, если $P$ (–4; 2), $Q$ (–2; 4), $R$ (4; 1), $S$ (–2; –2). Найдите координаты точек пересечения стороны $QR$ с осью $y$ и стороны $PS$ с осью $x$.

**1304.** Найдите координаты точки $B$, симметричной точке $A$ (–1; –4) относительно: 1) оси абсцисс; 2) начала координат.

**1305.** Найдите координаты точки $M$, симметричной точке $N$ (–5; 2) относительно: 1) оси ординат; 2) начала координат.

**1306.** Отметьте на координатной плоскости точки $M$ (4; 3), $K$ (–2; 5); $E$ (0; –3), $F$ (–4; –2). Постройте точки, симметричные данным относительно: 1) начала координат; 2) оси ординат; 3) оси абсцисс. Определите координаты полученных точек.

**1307.** Отметьте на координатной плоскости точки $Q$ (–3; 0), $S$ (1; –4). Постройте точки, симметричные данным относительно: 1) начала координат; 2) оси ординат; 3) оси абсцисс. Определите координаты полученных точек.

**1308.** Даны координаты вершин прямоугольника $ABCD$: $A$ (–3; –1), $B$ (–3; 3) и $D$ (5; –1).

1) Начертите этот прямоугольник.

2) Найдите координаты вершины $C$.

3) Найдите координаты точки пересечения диагоналей прямоугольника.

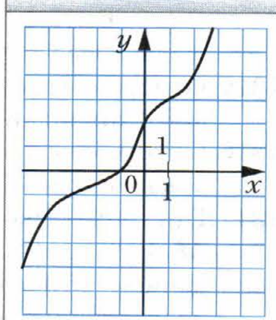
4) Вычислите площадь и периметр прямоугольника, считая, что длина единичного отрезка координатных осей равна 1 см.

**1309.** На координатной плоскости проведена линия (рис. 188).

1) Найдите ординату точки, принадлежащей этой линии, абсцисса которой равна: 2; –3; –1.

2) Найдите абсциссу точки, принадлежащей этой линии, ордината которой равна: 3; 0; –2.

**Рис. 188**



**1310.** На координатной плоскости проведена окружность (рис. 189).

1) Найдите ординату точки окружности, абсцисса которой равна: 5; –4.

2) Найдите абсциссу точки окружности, ордината которой равна: –5; 3; 0.

**1311.** На координатной плоскости проведена линия (рис. 190).

1) Найдите ординату точки, принадлежащей этой линии, абсцисса которой равна: –2; 3; 1.

2) Найдите абсциссу точки, принадлежащей этой линии, ордината которой равна: –4; –3; 0.

**Рис. 189**

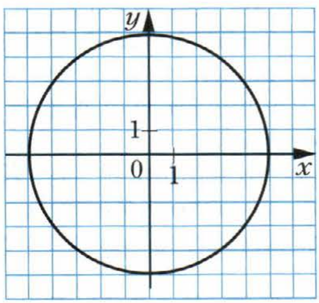
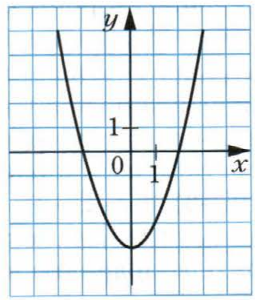



**Рис. 190**




**1312.** Постройте окружность с центром в точке $M$ (3; 2), проходящую через точку $K$ (2; –1). Какие из точек принадлежат окружности: $A$ (2; 5), $B$ (0; 3), $C$ (1; –1), $D$ (3; –2), $E$ (4; –1), $F$ (5; 0)?

**1313.** Постройте окружность с центром в точке $A$ (–4; 0), проходящую через начало координат. Скольким единичным отрезкам равен радиус этой окружности? Укажите координаты каких-нибудь двух точек, одна из которых принадлежит кругу, ограниченному этой окружностью, а вторая находится вне его.

**1314.** Отметьте на координатной плоскости точки $M$ (2; 1), $A$ (1; –2) и $B$ (–2; 1). Проведите прямую $AB$. Через точку $M$ проведите прямую, параллельную $AB$, и прямую, перпендикулярную $AB$.

**1315.** Отметьте на координатной плоскости точки $A$ (–7; 2) и $B$ (–3; –4). Пользуясь линейкой и угольником, проведите ось симметрии этих точек.

**1316.** Отметьте на координатной плоскости точки $C$ (3; –3) и $D$ (–1; 6). Пользуясь линейкой и угольником, проведите ось симметрии этих точек.

**1317.** Постройте на координатной плоскости треугольник $MKP$, если $M$ (1; 3), $K$ (3; 4), $P$ (2; 1). Постройте треугольник, симметричный данному относительно: 1) оси $y$; 2) оси $x$; 3) начала координат. Определите координаты вершин полученного треугольника.

**1318.** Начертите на координатной плоскости треугольник $ABC$, если $A$ $(-3; 2)$, $B$ $(-1; 4)$, $C$ $(2; 3)$. Постройте треугольник, симметричный данному относительно: 1) начала координат; 2) точки $P$ $(2; 2)$. Найдите координаты вершин полученного треугольника.

**1319.** В какой четверти лежит точка $A$ $(x; y)$, если:

1) $x > 0$, $y > 0$; 3) $x < 0$, $y < 0$;
2) $x > 0$, $y < 0$; 4) $x < 0$, $y > 0$?

**1320.** Выше или ниже оси $x$ расположена точка $B$ $(x; y)$, если:

1) $y > 0$, $x$ – произвольное число;
2) $y < 0$, $x$ – произвольное число?

**1321.** Справа или слева от оси $y$ расположена точка $C$ $(x; y)$, если:

1) $x < 0$, $y$ – произвольное число;
2) $x > 0$, $y$ – произвольное число?

**1322.** Из точек $A$ $(2; 4)$, $B$ $(1; -10)$, $C$ $(0; -20)$, $D$ $(-4; -50)$, $E$ $(47; 0)$, $F$ $(0; 7)$, $Q$ $(-1; -1)$, $S$ $(-9; 7)$, $P$ $(-6; 0)$ выберите точки, лежащие:

1) выше оси $x$; 2) левее оси $y$; 3) на оси $x$; 4) на оси $y$.

**1323.** Начертите на координатной плоскости замкнутую ломаную, последовательными вершинами которой являются точки с координатами: $(8; 0)$, $(6; 2)$, $(0; 6)$, $(1; 4)$, $(-1; 4)$, $(-3; 3)$, $(-6; 0)$, $(-8; 0)$, $(-6; -1)$, $(-6; -2{,}5)$, $(-5; -1)$, $(-1; 1)$, $(0; 1)$, $(3; 0)$, $(2; -1)$, $(5; -1)$, $(6; -2)$, $(7; -2)$, $(9; -3)$, $(8; -1)$. Отметьте точку $(7; -1)$.

**1324.** Начертите на координатной плоскости две замкнутые ломаные, последовательными вершинами которых являются точки с координатами: $(-5; 3)$, $(-2; 1)$, $(1; 2)$, $(2; 3)$, $(6; 4)$, $(-2; 6)$ и $(-3; 3)$, $(-3; 4)$, $(-2; 5)$ и $(-2; 3)$, четыре отрезка с концами в точках $(-6; 7)$ и $(-2; 6)$, $(2; 7)$ и $(-2; 6)$, $(5; 3)$ и $(7; 5)$, $(5; 5)$ и $(7; 3)$.

**1325.** Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

1) $x = -3$, $y$ – произвольное число;
2) $y = -5$, $x$ – произвольное число.

**1326.** Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

1) $x = 4$, $y$ – произвольное число;
2) $y = 2$, $x$ – произвольное число.

**1327.** Изобразите на координатной плоскости все точки, у которых:

1) абсцисса и ордината равны;
2) абсцисса и ордината – противоположные числа.

**1328.** Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

1) $y = 0$, $x < 3$; 3) $|x| \le 1$, $y \ge 1$;
2) $-4 < y < 4$, $x \ge 0$; 4) $|x| > 2$, $y < -2$.

**1329.** Изобразите на координатной плоскости все точки $(x; y)$ такие, что:

1) $x = 0$, $y \ge -3$; 2) $-2 \le x \le 3$, $y$ – произвольное число;

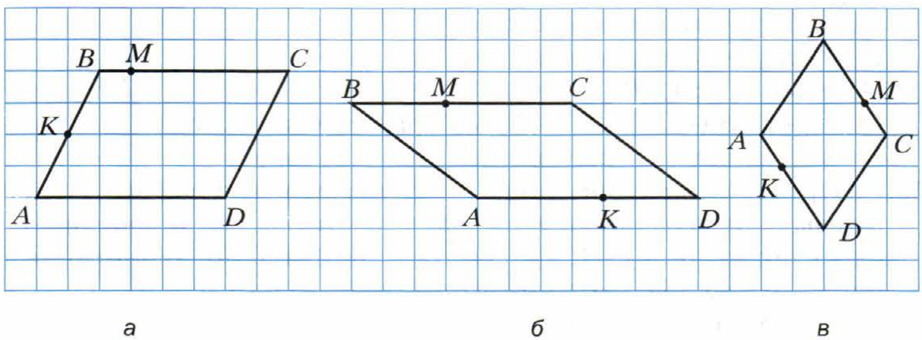
3) $|y| \le 2$, $x$ – произвольное число;

4) $|x| \le 3$, $|y| \le 1$.

## Упражнения для повторения

**1330.** Перерисуйте в тетрадь рисунок 191, проведите через каждую из точек $B$ и $M$ прямую, перпендикулярную прямой $AD$, а через точку $K$ – прямую, перпендикулярную прямой $CD$.

**Рис. 191**




**1331.** В понедельник лакомка Наташа купила 12 конфет и с большим удовольствием съела их. В четверг она выиграла в лотерею деньги, сумма которых превышала потраченную ею в понедельник в $1\frac{1}{3}$ раза. Решив купить на эти деньги опять конфет, Наташа узнала, что цена конфет увеличилась в $1\frac{3}{5}$ раза. Сколько конфет сможет купить Наташа?

**1332.** Свежие яблоки содержат 75 % воды, а сушёные – 12 %. Сколько килограммов сушёных яблок получится из 264 кг свежих?

**1333.** Белочка решила проверить свой запас орехов. Когда она считала их десятками, то не хватило двух орехов до целого числа десятков, а когда начала считать дюжинами, то осталось восемь орехов. Сколько орехов было у белочки, если известно, что их больше 300, но меньше 350?

## Задача от мудрой совы

**1334.** В одной кучке лежит 171 камешек, а в другой – 172 камешка. Игроку за один ход разрешается взять любое количество камешков, но только из одной кучки. Проиграет тот, кому будет нечего брать. Кто из двух игроков выиграет при правильной стратегии – тот, кто начинает, или второй игрок?

## § 47. Графики

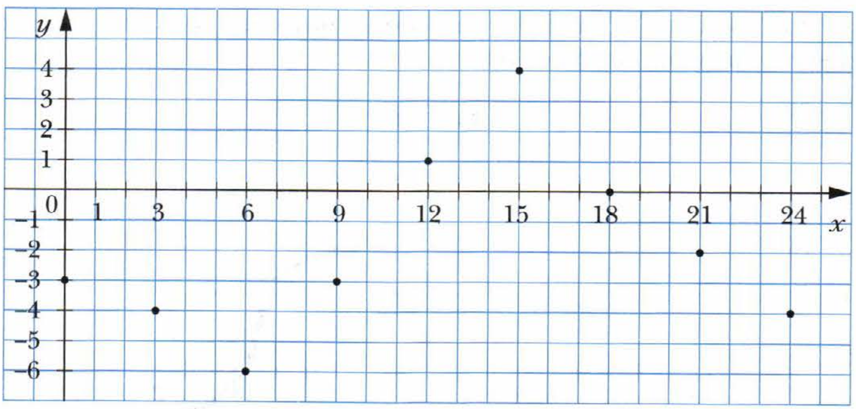
На метеорологической станции в течение суток каждые три часа измеряли температуру воздуха. В результате этих измерений получили следующую таблицу:

| Время суток, ч | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Температура, °С | –3 | –4 | –6 | –3 | 1 | 4 | 0 | –2 | –4 |

В этой таблице, например, столбец $\begin{array}{|c|}\hline 6 \\ \hline -6 \\ \hline\end{array}$ показывает, что в 6 часов утра температура воздуха была –6 °С.

Затем на координатной плоскости отметили девять точек с координатами (0; –3), (3; –4), (6; –6), (9; –3), (12; 1), (15; 4), (18; 0), (21; –2), (24; –4) (рис. 192).

**Рис. 192**

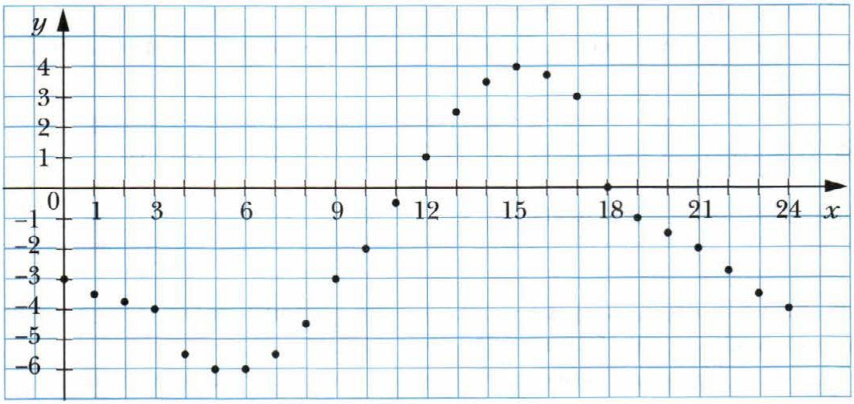



Абсциссы отмеченных точек соответствуют времени измерения температуры, ординаты – результатам этих измерений.

Можно ли с помощью рисунка 192 определить температуру, например, в 7 ч, в 10 ч, в 17 ч, в 22 ч? Ответ на этот вопрос отрицательный. Ведь для этого измерения нужно было бы производить, например, ежечасно.

Предположим, что такие измерения выполнены и соответствующие результаты отмечены на координатной плоскости (рис. 193).

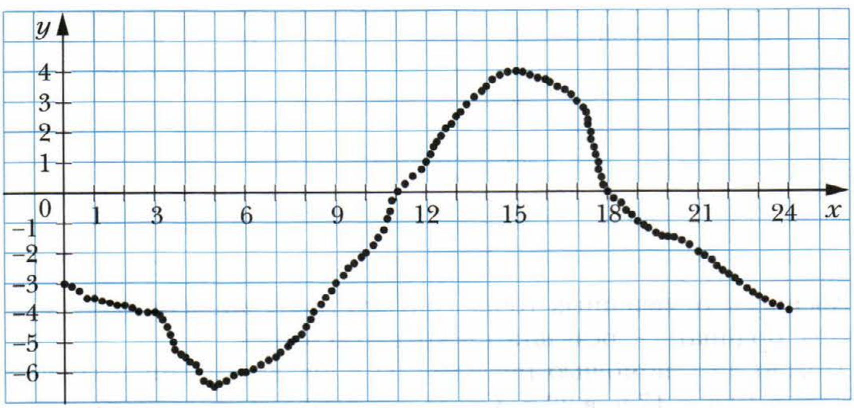
**Рис. 193**




Однако и рисунок 193 не даёт информацию о температуре, например, в 12 ч 30 мин или в 2 ч 45 мин.

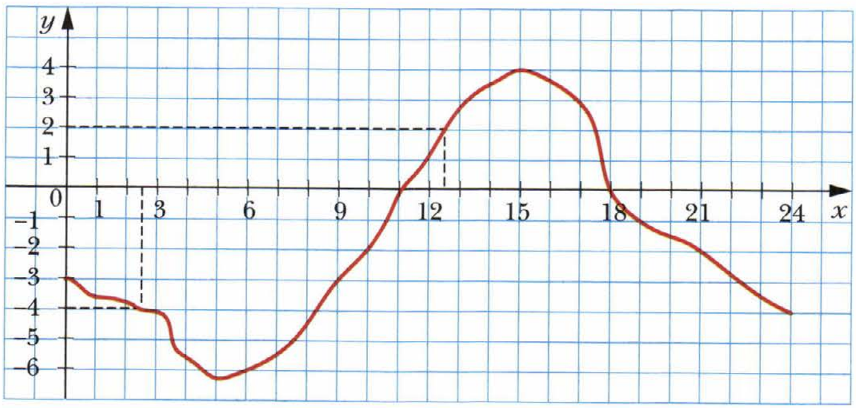
Чтобы ответить на подобные вопросы, следует производить измерения как можно чаще. Тогда точек на координатной плоскости будет становиться всё больше и больше (рис. 194).

**Рис. 194**



Теперь понятно, что если бы удалось измерять температуру непрерывно, то все точки образовали бы непрерывную линию (рис. 195). Такую линию называют **графиком температуры** или **графиком зависимости** температуры воздуха от времени измерения.

**Рис. 195**




Этот график даёт много полезной информации. С его помощью можно не только определить, что в 12 ч 30 мин температура была 2 °C, а в 2 ч 30 мин была –4 °C, но и, например, установить, что с 0 ч до 11 ч и с 18 ч до 24 ч температура воздуха была ниже 0 °C, с 5 ч до 15 ч температура повышалась, а с 0 ч до 5 ч и с 15 ч до 24 ч – понижалась.

Рассмотрим равенство $y = 2x$. Это равенство показывает, как значения переменной $y$ зависят от соответствующих значений переменной $x$: значение переменной $y$ равно соответствующему значению переменной $x$, умноженному на 2. Построим график этой зависимости.

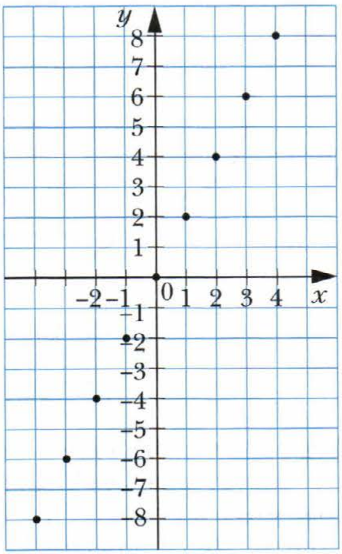
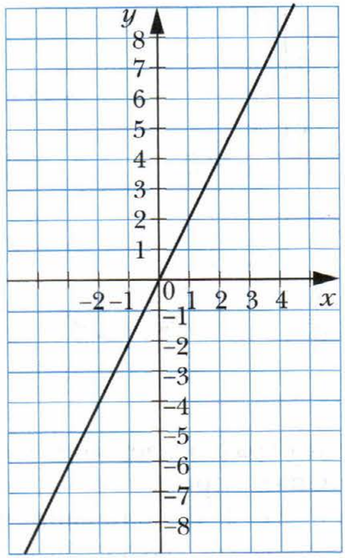
Для этого составим таблицу соответствующих значений переменных $x$ и $y$:

| $x$ | –4 | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | –8 | –6 | –4 | –2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |

Каждый столбец этой таблицы – координаты точки, принадлежащей графику.

Отметим найденные точки на координатной плоскости (рис. 196).

Приложив линейку, убедимся, что все отмеченные точки лежат на одной прямой. Графиком зависимости $y = 2x$ является прямая, проходящая через начало координат (рис. 197). Этот факт вы докажете в курсе алгебры 9 класса.

| Рис. 196 | Рис. 197 |
|---|---|
|  |  |

## Решаем устно

**1.** Вычислите значение выражения:

1) $(-4{,}2 + 10) : (-0{,}2)$;
2) $-3{,}15 : (-1{,}72 - 1{,}28)$;
3) $-20{,}4 : 4 + 0{,}2$;
4) $1{,}6 \cdot (-3) + 8 : (-5)$.

**2.** Какую цифру надо поставить вместо звёздочки, чтобы число 7 92* делилось нацело на 6, но не делилось нацело на 10?

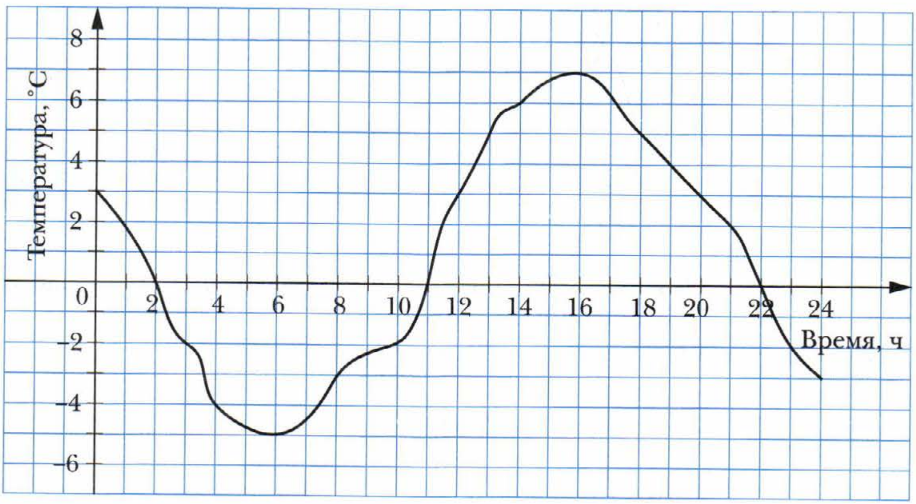
**3.** Какую цифру надо поставить вместо звёздочки, чтобы число 18 45* делилось нацело на 9, но не делилось нацело на 6?

## Упражнения

**1335.** На рисунке 198 изображён график изменения температуры воздуха на протяжении суток. Пользуясь этим графиком, установите:

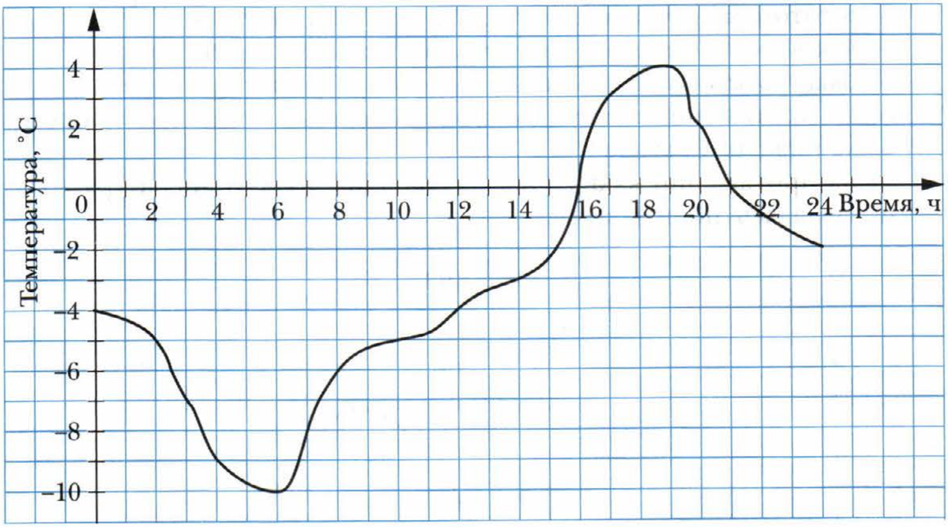
1) какой была температура воздуха в 4 ч; в 6 ч; в 10 ч; в 18 ч; в 22 ч;
2) в котором часу температура воздуха была 5 °C; –2 °C;
3) в котором часу температура воздуха была нулевой;
4) какой была самая низкая температура и в котором часу;
5) какой была самая высокая температура и в котором часу;
6) на протяжении каких промежутков времени температура воздуха была ниже 0 °C; выше 0 °C;
7) на протяжении каких промежутков времени температура воздуха повышалась; понижалась.

**Рис. 198**




**1336.** На рисунке 199 изображён график изменения температуры воздуха на протяжении суток. Пользуясь графиком, установите:
1) какой была температура воздуха в 2 ч; в 8 ч; в 12 ч; в 16 ч; в 22 ч;
2) в котором часу температура воздуха была –3 °C; –6 °C; 0 °C;
3) какой была самая низкая температура и в котором часу;
4) какой была самая высокая температура и в котором часу;
5) на протяжении каких промежутков времени температура воздуха была ниже 0 °C; выше 0 °C;
6) на протяжении каких промежутков времени температура воздуха повышалась; понижалась.

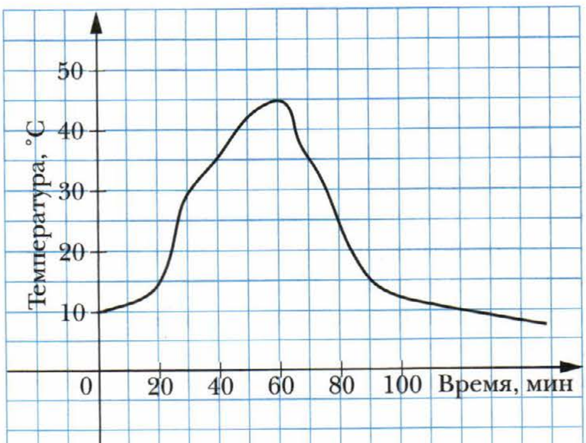
Рис. 199




**1337.** На рисунке 200 изображён график изменения температуры раствора во время химического опыта. Установите:

1) какой была начальная температура раствора;

Рис. 200



2) какой была температура раствора через 30 мин после начала опыта; через полтора часа;

3) какой была самая высокая температура раствора и через сколько минут после начала опыта;

4) через сколько минут после начала опыта температура раствора была 35 °C.

**1338.** Мотоциклист выехал из дома и через некоторое время вернулся назад. В дороге он два раза останавливался для отдыха. На рисунке 201 изображён график изменения расстояния от дома в зависимости от времени (график движения мотоциклиста).

1) Какое расстояние проехал мотоциклист за первый час движения?

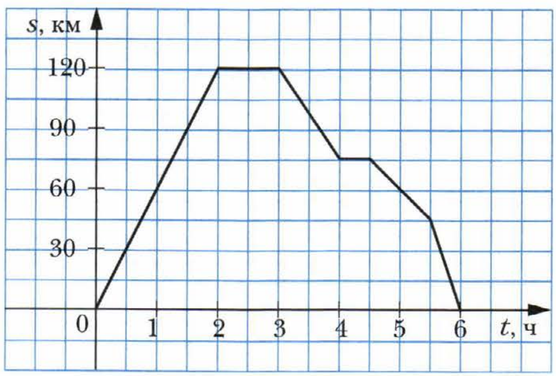
2) На каком расстоянии от дома мотоциклист остановился для первого отдыха? Для второго отдыха?

3) Сколько длился первый отдых? Второй отдых?

4) На каком расстоянии от дома был мотоциклист через 5 ч после начала движения?

5) С какой скоростью двигался мотоциклист последние полчаса?

**Рис. 201**




**1339.** На рисунке 202 изображён график движения туриста.

1) На каком расстоянии от дома был турист через 10 ч после начала движения?

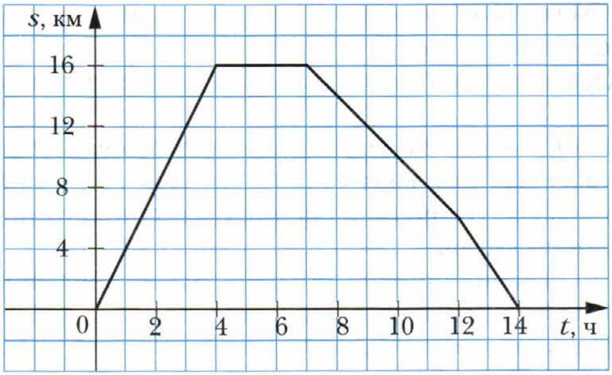
2) Сколько времени он затратил на остановку?

3) Через сколько часов после выхода турист был на расстоянии 8 км от дома?

4) С какой скоростью шёл турист до остановки?

5) С какой скоростью шёл турист последние два часа?

**Рис. 202**




**1340.** В таблице приведены данные измерения температуры воздуха на протяжении суток через каждый час. Используя эти данные, постройте график изменения температуры.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Время суток, ч | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Температура, °C | 2 | 3 | 1 | 0 | –2 | –3 | –5 | –4 | –2 |
| Время суток, ч | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Температура, °C | 0 | 1 | 4 | 7 | 8 | 9 | 7 | 5 | 4 |
| Время суток, ч | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | | |
| Температура, °C | 3 | 2 | 1 | 0 | –2 | –3 | –6 | | |

Пользуясь графиком, найдите, на протяжении какого времени температура повышалась и на протяжении какого времени понижалась.

**1341.** Велосипедист выехал из дома на прогулку. Сначала он ехал 2 ч со скоростью 12 км/ч, а потом отдохнул час и вернулся домой со скоростью 8 км/ч. Постройте график движения велосипедиста.

**1342.** Постройте график зависимости переменной $y$ от переменной $x$, которая задаётся формулой $y = -2x$.

## Упражнения для повторения

**1343.** У почтальона Печкина есть три разных конверта и четыре разные почтовые марки. Сколько у него вариантов выбора конверта с маркой?

**1344.** Вася прочитал 24 % страниц книги, а потом ещё $\frac{7}{15}$ страниц книги. После этого ему осталось прочитать 44 страницы. Сколько страниц в книге?

**1345.** Найдите значение выражения:

1) $a : b - ab$, если $a = -0{,}5$, $b = \frac{2}{3}$;

2) $\frac{b + c}{b - c}$, если $b = \frac{2}{7}$, $c = -\frac{4}{9}$;

3) $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$, если $x = -0{,}3$, $y = -0{,}4$.

## Задача от мудрой совы

**1346.** В каждую клетку квадрата размером $6 \times 6$ клеток вписали одно из чисел $-1$, $0$, $1$. Могут ли суммы чисел, записанных в каждой строке, в каждом столбце и по двум большим диагоналям, быть разными?

## Итоги главы 4

### Координатная прямая

**Прямую, на которой выбрали начало отсчёта, единичный отрезок и направление, называют координатной прямой.**

### Целые числа

**Все натуральные числа, противоположные им числа и число 0 называют целыми числами.**

### Модуль числа

**Модулем числа $a$ называют расстояние от начала отсчёта до точки, изображающей это число на координатной прямой.**

### Свойства модуля

- Модуль числа принимает только неотрицательные значения.
- Модуль неотрицательного числа равен этому числу, модуль отрицательного числа равен числу, противоположному данному.
- Модули противоположных чисел равны.

### Сравнение чисел

- На координатной прямой из двух чисел большее число расположено правее меньшего.
- Любое положительное число больше любого отрицательного числа.
- Из двух отрицательных чисел меньше то, модуль которого больше.
- Любое отрицательное число меньше нуля, любое положительное число больше нуля.
- Если разность $a - b$ отрицательна, то $a < b$; если разность $a - b$ положительна, то $a > b$.

### Сложение рациональных чисел

- Чтобы сложить два числа с разными знаками, надо:
  1) найти модули слагаемых;
  2) из большего модуля вычесть меньший модуль;
  3) перед полученным числом поставить знак слагаемого с бо́льшим модулем.
- Чтобы сложить два отрицательных числа, надо:
  1) найти модули слагаемых;

2) сложить модули слагаемых;

3) перед полученным числом поставить знак «–».

### Свойства сложения рациональных чисел

- Сумма двух противоположных чисел равна нулю.
- Для любых рациональных чисел $a$, $b$ и $c$ справедливы равенства:

  $a + b = b + a$ — переместительное свойство сложения;

  $(a + b) + c = a + (b + c)$ — сочетательное свойство сложения.

### Разность рациональных чисел

Разностью рациональных чисел $a$ и $b$ называют такое рациональное число $x$, которое в сумме с числом $b$ даёт число $a$.

### Вычитание рациональных чисел

Чтобы найти разность двух чисел, можно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

### Умножение рациональных чисел

- Чтобы умножить два числа с разными знаками, надо умножить их модули и перед полученным произведением поставить знак «–».
- Чтобы умножить два отрицательных числа, надо умножить их модули.
- При любых значениях $x$ выражение $x^2$ принимает только неотрицательные значения.

### Свойства умножения рациональных чисел

- Если числа $a$ и $b$ имеют одинаковые знаки, то произведение $ab$ положительно. И наоборот, если произведение $ab$ положительно, то числа $a$ и $b$ имеют одинаковые знаки.
- Если числа $a$ и $b$ имеют разные знаки, то произведение $ab$ отрицательно. И наоборот, если произведение $ab$ отрицательно, то числа $a$ и $b$ имеют разные знаки.
- Если хотя бы одно из чисел $a$ или $b$ равно нулю, то произведение $ab$ равно нулю. И наоборот, если произведение $ab$ равно нулю, то хотя бы одно из чисел $a$ или $b$ равно нулю.
- Для любых рациональных чисел $a$, $b$ и $c$ справедливы равенства:

  $ab = ba$ — переместительное свойство умножения;

**$(ab)c = a(bc)$ — сочетательное свойство умножения;**
**$a(b + c) = ab + ac$ — распределительное свойство умножения относительно сложения.**

### Раскрытие скобок

- **Если перед скобками стоит знак «–», то при раскрытии скобок надо опустить этот знак, а все знаки, стоящие перед слагаемыми внутри скобок, изменить на противоположные.**
- **Если перед скобками стоит знак «+», то при раскрытии скобок надо опустить этот знак, а все знаки, стоящие перед слагаемыми внутри скобок, оставить без изменений.**

### Приведение подобных слагаемых

**Чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и полученный результат умножить на общую буквенную часть.**

### Частное рациональных чисел

**Частным рациональных чисел $a$ и $b$ ($b \neq 0$) называют такое рациональное число $x$, произведение которого с числом $b$ равно числу $a$.**

### Деление рациональных чисел

- **Чтобы найти частное двух чисел с разными знаками, надо разделить модуль делимого на модуль делителя и поставить перед полученным числом знак «–».**
- **Чтобы найти частное двух отрицательных чисел, надо разделить модуль делимого на модуль делителя.**
- **На нуль делить нельзя.**

### Решение уравнений

- **Если к обеим частям данного уравнения прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и то же число, то получится уравнение, имеющее те же корни, что и данное.**
- **Если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак на противоположный, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.**
- **Если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же отличное от нуля число, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.**

**Симметрия относительно прямой**

Точки $M$ и $N$ называют симметричными относительно прямой $l$, если прямая $l$ перпендикулярна отрезку $MN$ и делит его пополам.

**Симметрия относительно точки**

Точки $A$ и $A_1$ называют симметричными относительно точки $O$, если точка $O$ является серединой отрезка $AA_1$.

**Параллельные прямые**

Две прямые на плоскости, которые не пересекаются, называют параллельными.

**Свойство параллельных прямых**

Если две прямые, лежащие в одной плоскости, перпендикулярны третьей прямой, то они параллельны.

## Ответы и указания к упражнениям

**29.** 1) *Указание.* Двузначное число, записанное двумя одинаковыми цифрами, представим в виде суммы разрядных слагаемых. Имеем: $10a + a = 11a$; 2) $100a + 10a + a = 111a = 37 \cdot 3a$. **30.** К числу 1 дописали слева цифру 4 или к числу 2 – слева цифру 8. *Указание.* Число, полученное в результате дописывания цифры, кратно 41. Таких чисел только два – 41 и 82. **31.** В числе 17 зачеркнули цифру 7 или в числе 85 – цифру 8. *Указание.* Рассмотрите все двузначные числа, кратные 17. **35.** 12,4 кг. **58.** Да. Если бы все слагаемые были нечётными, то их сумма также была бы нечётной. **59.** Нет. Сумма двух нечётных слагаемых является чётным числом. Следовательно, сумма чётного количества нечётных слагаемых – чётное число, а нечётного количества – нечётное. **60.** Нет. Из двух последовательных натуральных чисел одно чётное, а другое нечётное. Следовательно, их произведение должно быть чётным числом. **61.** 1) Да; 2) нет; 3) да; 4) нет; 5) да. **62.** 18 сентября – Пётр Петрович; 29 сентября – Иван Иванович; 1 октября – Иван Иванович; 30 октября – Пётр Петрович; 31 октября – Иван Иванович. В ноябре Иван Иванович дежурит по чётным числам. В ночь на Новый год – Пётр Петрович. **63.** Да. Из трёх натуральных чисел два будут одновременно или чётными, или нечётными. **64.** 1) 3; 2) 6. **65.** 637 и 63. *Указание.* Из условия следует, что одно из искомых чисел трёхзначное, а второе – двузначное. Запишем эти числа в виде суммы разрядных слагаемых. Имеем: $100a + 10b + 7$ и $10a + b$. Отсюда $(100a + 10b + 7) + (10a + b) = 110a + 11b + 7 = 700$; $10a + b = 63$. Тогда понятно, что $a = 6$, $b = 3$. **66.** 1) 20; 2) 25. **67.** Нет. *Указание.* Убедитесь, что значение суммы $1 + 2 + \ldots + 9$ – число нечётное. Если в этой сумме некоторые знаки «+» заменить на знаки «–», то значение полученного выражения также будет числом нечётным. **71.** 1) 65; 2) 1,25. **89.** 3 150; 6 150; 9 150; 1 155; 4 155; 7 155. **90.** 2 340; 6 345. **91.** 5 742; 3 744; 1 746; 8 748; 7 740. **92.** 3 042; 3 141; 3 240; 3 249; 3 348; 3 447; 3 546; 3 645; 3 744; 3 843; 3 942. **93.** Нет, поскольку стоимость покупки должна быть кратна 3. **94.** 9. Очевидно, что первое число кратно 9. Из этого следует, что кратным 9 будет и каждое следующее число, полученное в результате указанных вычислений. **95.** Да. Числа 1, 2 и 4 не кратны 3. Значит, Дима должен играть так, чтобы после каждого его хода на доске было число, кратное 3. Если после хода Ромы при делении на 3 получили остаток 1, то Дима дописывает 2; если остаток 2 – то 1 или 4. **98.** 175 км. **99.** 1) 8,26; 2) 7,83. **126.** 1) $n = 1$; 2) ни при каком значении $n$; 3) $n = 1$. **127.** Да. *Указание.* Если число $a$ составное, то оно не меньше, чем $11^2 = 121$. **128.** 1 или 5. **129.** 2; 19. *Указание.* Если разность двух простых чисел – число нечётное, то вычитаемое равно 2. **131.** 1) 1,3; 2) 550; 3) 33,07; 4) 264,1. **152.** 31 ученик. **153.** 32 автомобиля. **154.** 46 школ. **155.** 12 подарков. **156.** 78 букетов.

**158.** 0 или 9. **173.** 150 см. **174.** 3 мин. **175.** 16 800 м. **176.** 30. **177.** Через 60 дней в субботу. **178.** 660 конфет. **179.** 3. **180.** 8 640 взмахов. **201.** 1) 17; 2) 16; 3) 2. **202.** 1) 17; 2) 14; 3) 6. **203.** 10 леденцов. **205.** 108 000 ударов; 6 л/мин. **207.** 24 км/ч. **208.** 70 км/ч. **225.** 7) $\frac{5}{26}$; 8) 6; 9) $\frac{8}{5}$. **226.** 4) $\frac{13}{3}$; 5) $\frac{51}{8}$; 6) $\frac{1}{9}$. **228.** $x = 4$, $y = 3$. **229.** $a = 12$, $b = 7$. **230.** 1) 1 023 456 798; 2) 9 876 543 210. **231.** 27,8. **232.** 10. **260.** $\frac{171}{181} = \frac{171\,171}{181\,181}$. *Указание.* $\frac{171\,171}{181\,181} = \frac{171 \cdot 1\,001}{181 \cdot 1\,001}$. **261.** 1) 1; 2. *Указание.* $\frac{x}{17} = \frac{3x}{51}$. Теперь понятно, что $3x < 8$; 2) 1; 2; 3; 4; 3) таких значений не существует; 4) $x$ — любое натуральное число. **264.** 340 и 34. **292.** 4) $4\frac{29}{108}$. **293.** 4) $2\frac{1}{70}$. **300.** $\frac{1}{6}$ денег. **301.** $\frac{1}{3}$ клада. **302.** $\frac{5}{12}$ поля; $\frac{5}{6}$ поля. **303.** $\frac{1}{4}$ забора; $\frac{1}{2}$ забора; весь забор. **304.** 1) $\frac{41}{48}$ арбуза; 2) $\frac{14}{15}$ бассейна. **305.** $\frac{5}{6}$ стены. **306.** $\frac{1}{18}$ рукописи. **307.** $\frac{2}{15}$ бассейна. **313.** 1) $\frac{61}{62} < \frac{62}{63}$. *Указание.* $\frac{61}{62} = 1 - \frac{1}{62}$, $\frac{62}{63} = 1 - \frac{1}{63}$; 2) $\frac{1\,003}{1\,007} > \frac{103}{107}$. **316.** 1) 7; 2) 15. **317.** 1) $a = 1$, $b = 1$; 2) $a = 2$, $b = 2$. **318.** Увеличится на 1. **319.** $\frac{9}{20}$. *Указание.* $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \ldots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$. **320.** $\frac{28}{93}$. **321.** Каждое слагаемое данной суммы, кроме последнего, больше, чем $\frac{1}{18}$. Тогда $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{18} > \underbrace{\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \ldots + \frac{1}{18}}_{\text{9 A; 0305<KE}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. **325.** 180 см. **326.** 2,2 ч. **351.** 1) $39\frac{7}{18}$; 2) $2\frac{1}{21}$; 3) $4\frac{15}{16}$; 4) $\frac{7}{8}$. **352.** 1) $26\frac{4}{7}$; 2) $\frac{50}{63}$; 3) $4\frac{13}{36}$; 4) $1\frac{3}{5}$. **360.** 1) $1\frac{1}{5}y$; 12; 2) $\frac{1}{6}c$; 0,4; 3) $\frac{29}{72}x$; $1\frac{1}{4}$. **361.** 1) $\frac{7}{12}a$; 1; 2) $\frac{1}{7}b$; $\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{7}{12}m$; 4. **365.** 1 875 см$^3$. **369.** $4\frac{3}{4}$ км. **370.** 231 км. **371.** 39 км. **372.** На $20\frac{11}{12}$ км. **373.** $\frac{5}{16}$; хватит. **374.** $\frac{1}{3}$; не успеют. **380.** 96 кустов. **381.** 3,5 ч. **382.** 13 треугольников. **410.** $2\frac{1}{2}$ м$^3$. **411.** 99 коробок. **412.** 140 фунтов. **413.** 4 550 слитков. **414.** 490 сольдо. **415.** 5 070 сольдо. **416.** 150 кг. **417.** 750 р., 480 р., 570 р. **418.** 375 ц. **419.** 66 ц. **420.** Казаки получили по $\frac{1}{4}$ казана кулеша.

**421.** 1) $a < b$; 2) $a > b$. **422.** 7,2 м. **425.** 1 ученик. *Указание*. Количество учеников кратно числам 2, 3 и 7, а значит, и числу $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. **426.** На $\frac{1}{12}$. **427.** 442 болельщика. *Указание*. Из условия следует, что количество болельщиков не превышает $\frac{300 \cdot 17}{11} = 463\frac{4}{11}$. Кроме этого, количество приезжих кратно числам 2, 13 и 17, а значит, и числу $2 \cdot 13 \cdot 17 = 442$. **428.** 75 яблонь. **429.** 42 ученика. *Указание*. Сначала количество отсутствующих составляло $\frac{1}{7}$ часть класса. После того как вышел один ученик, количество отсутствующих стало составлять $\frac{1}{6}$ часть класса. Тогда один ученик составляет $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ часть класса. **431.** $2\frac{1}{10}$. **441.** 1) В 2 раза; 2) $\frac{2}{3}$. **461.** 1) $\frac{7}{16}$; 2) $\frac{27}{35}$. **462.** 1) $\frac{5}{6}$; 2) $1\frac{7}{8}$. **463.** 1) $\frac{2}{15}$; 2) $1\frac{1}{5}$; 3) $1\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{1}{4}$; 5) $\frac{6}{7}$; 6) $2\frac{2}{3}$; 7) $2\frac{2}{3}$; 8) 15. **464.** 1) $\frac{121}{128}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $1\frac{3}{5}$; 5) $2\frac{1}{3}$; 6) $3\frac{7}{20}$. **467.** $2\frac{2}{5}$ км/ч. **468.** На $\frac{1}{2}$ ч. **469.** 1 ч 26 мин. **470.** $1\frac{1}{2}$ мин. **471.** 43 пакета. **472.** 13 пачек. **473.** 17 банок. **474.** 11 бидонов. **475.** 16 ч. **476.** 12 мин. **477.** 18 ч, $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{5}$ работы соответственно. **478.** 4 дня, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ и $\frac{4}{15}$ поля соответственно. **479.** $4\frac{4}{9}$ ч, $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{9}$ бассейна соответственно. **480.** 10 ч. *Указание*. Двое рабочих за 1 ч выполняют $\frac{1}{6}$ работы, а один из них за 1 ч – $\frac{1}{15}$ работы. Тогда другой рабочий за 1 ч выполняет $\frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ работы. **481.** 45 ч. **482.** 4 ч. **483.** 11 дней. **485.** 12. **486.** 13 ч 20 мин. *Указание*. Из условия следует, что прошло $\frac{5}{9}$ суток. **487.** 24. **488.** 2) $\frac{1}{7}$; 3) $\frac{5}{8}$. **489.** 1) $2\frac{2}{5}$; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{7}{9}$. **490.** Уменьшится в 2 раза. **491.** За 30 ч. *Указание*. Лодка за 1 ч по озеру проплывает $\frac{1}{6}$ расстояния, а по течению реки – $\frac{1}{5}$ расстояния. Тогда плот за 1 ч проплывёт $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ расстояния. **492.** За 5 ч. **493.** За 12 ч. **495.** 75° или 165°. **515.** 20 см, $10\frac{2}{3}$ см и $25\frac{1}{3}$ см. **516.** $3\frac{2}{3}$ см. **517.** 45 деревьев. **518.** 400 птиц. **519.** 144 кг. **520.** 120 полков. **521.** 500 кг. **522.** 1 600 кг. **523.** 36 задач. **524.** 48 страниц. **525.** 28 учеников. **526.** 286. **527.** 28. **528.** 168 сольдо.

**529.** 7,5 кг. **530.** 180 м. **531.** 160 км. **532.** 2 700 м. *Указание*. Из условия следует, что пройденные за четвёртый день 800 м составляют $\frac{2}{3}$ пути, пройденного за третий день. Итак, после второго дня оставалось пройти 1 200 м, что составляет $\frac{2}{3}$ пути, пройденного за второй день, и т. д. **533.** 1) $1\frac{1}{18}$; 2) $4\frac{10}{21}$. **546.** $4\frac{1}{5}$. **547.** 68,4 см. **558.** 4,5 ч. **573.** 3,9. **599.** 6 ч. **600** $4\frac{1}{3}$. **619.** 1) $\frac{5}{6}$; 2) 1,2; 3) $1\frac{1}{4}$; 4) 3,4; 5) $\frac{2}{75}$; 6) $\frac{3}{7}$. **620.** 1) $\frac{1}{5}$; 2) 118; 3) 13; 4) 12; 5) 10,5; 6) $\frac{3}{16}$. **621.** 990 г крупы, 4 320 г молока и 225 г сахара. **622.** 24,6 кг никеля, 32,8 кг цинка и 106,6 кг меди. **625.** 1) $\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1$; $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$; 2) $ad=bc$; $ad+ac=bc+ac$; $a(d+c)=c(a+b)$; $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$. **626.** 5 дублонов. *Указание*. Если 9 кокосов стоят $a$ дублонов, то на 1 дублон можно купить $a$ кокосов. Тогда в пропорции $\frac{a}{9}=\frac{1}{a}$ обе части выражают цену 1 кокоса. **628.** 22,5 мин. **629.** 1) $13\frac{2}{9}$; 2) $1\frac{7}{9}$. **642.** 73,1 %. **643.** 1 944 р., увеличилась на 8 %. **644.** 2 700 р., увеличилась на 12,5 %. **645.** 24,7 %. **646.** 25 %. **647.** 7,5 %. **648.** 31 %. **649.** 250 %. **650.** 140 %. **651.** 60 %. **652.** $33\frac{1}{3}$ %. **653.** Уменьшить в 2 раза. **654.** Число 100. **655.** 1 000. **657.** 3 ч. **677.** 17 109,82 %. **688.** 1) $x=12$, $y=20$; 2) $x=27$, $y=6$. **689.** $a=120$, $b=45$. **690.** 1 600 р., 2 400 р. и 4 000 р. **691.** 112 т, 168 т и 260 т. **692.** $x=60$, $y=135$, $z=24$. **693.** 36; 90; 120; 140. **695.** $7\frac{7}{24}$. **723.** *Указание*. 1) Достаточно вырезать два равных круга с центрами в точках $O$ и $M$ (рис. 203), а затем поменять их местами; 2) достаточно вырезать круг, диаметр которого $OM$ (рис. 204), а затем повернуть его на 180° вокруг центра $A$. **724.** Рис. 205.

**Рис. 203**

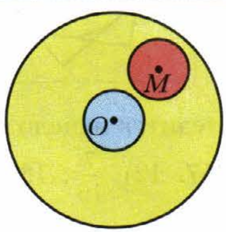



**Рис. 204**

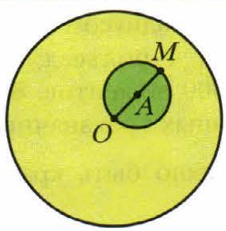
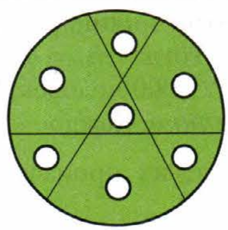



**Рис. 205**



**727.** 12,8. **752.** Когда приобретёт одну большую пиццу. **753.** 44,1 км/ч. **754.** 58,8 км/ч. **755.** 3,14 см. **756.** $32\pi$ см $\approx$ 100,48 см. **757.** $50\pi - 100 \approx \approx 57$ (см$^2$). **758.** 18 см$^2$, на 10,26 см$^2$. *Указание.* Если совместить сторону $AB$ треугольника $AOB$ (рис. 206) со стороной $BC$ треугольника $BOC$, можно получить квадрат, сторона которого равна 3 см. Понятно, что площадь полученного квадрата вдвое меньше площади квадрата $ABCD$. Нетрудно установить, что площадь квадрата $ABCD$ равна 18 см$^2$, а разность между площадями круга и квадрата равна $9\pi - 18 \approx 10,26$ (см$^2$). **759.** *Указание.* Найдём сумму длин красных полуокружностей (рис. 207): $l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot KD + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot NM = \frac{1}{2}\pi(2AC + 2KD + 2NM) = \frac{1}{2}\pi \cdot AB$. Аналогично

**Рис. 206**

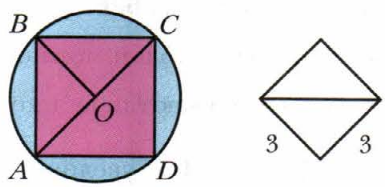
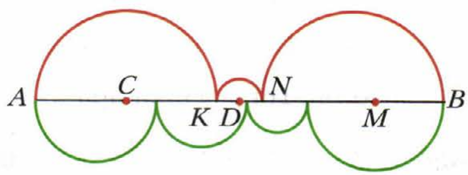
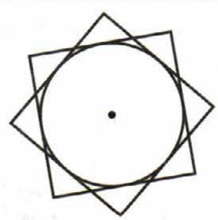



**Рис. 207**




можно показать, что сумма длин зелёных полуокружностей также равна $\frac{1}{2}\pi \cdot AB$. **760.** *Указание.* Сумма площадей всех закрашенных и незакрашенных «луночек» равна сумме площадей двух кругов, диаметр которых 3 см и 4 см, а сумма площадей незакрашенных луночек и прямоугольника равна площади круга, диаметр которого 5 см. Покажите, что эти суммы равны. **761.** *Указание.* Общая часть квадратов содержит круг, радиус которого равен $\frac{1}{2}$ см (рис. 208). **764.** 1) $\frac{3}{4}$; 2) $1\frac{2}{7}$. **765.** 360 р. **774.** 10 см и 32 см. **775.** Нет. **776.** $80\pi$ см$^2$. *Указание.* Одна из сторон прямоугольника является высотой цилиндра, а другая – радиусом его основания. Тогда $rh = 40$ см$^2$. **778.** 4 подъезд, 12 этаж. **780.** 25 000 человек. **799.** 28 000 студентов. **800.** Нет. *Указание.* Каждое из полученных трёхзначных чисел делится нацело на 3, значит, их произведение должно быть кратным 9. **817.** 12) $\frac{7}{16}$; 13) $\frac{13}{16}$;

**Рис. 208**



14) $\frac{11}{16}$. **818.** 12) $\frac{3}{19}$; 13) $\frac{3}{19}$; 14) $\frac{8}{19}$. **820.** 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{8}$. **821.** $\frac{17}{43}$. **822.** $\frac{2}{3}$. **823.** 1) 3; 2) 8. **824.** 4 синие и 2 жёлтые грани. **825.** 7 шаров. **826.** $\frac{31}{36}$. **827.** 1 500 р. **840.** 535 деревьев. **841.** $2\frac{11}{18}$. **863.** Точка *B*. **864.** *C* (–7). **865.** *M* (4) или *M* (–4). **867.** 680. **868.** Больше теннисистов. **869.** В 6 раз. **886.** *a*, если *a* – положительное число; –*a*, если *a* – отрицательное число. **888.** Не существует, поскольку между противоположными числами всегда лежит нечётное количество целых чисел. **889.** 8 ч. **890.** 500 кг. **891.** 1) $\frac{6}{49}$; 2) $1\frac{1}{6}$. **914.** 36 км. **915.** $\frac{13}{15}$. **938.** 1) –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 2) –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4. **939.** 1) $-a < b$; 2) $-a > b$. **940.** 1) –4,2** > –4,6**; 2) –0,628 < –0,627**; 3) 0 > –*,**. **941.** 1) –98* > –1***; 2) –*,*** > –**,**; 3) –98,** < –*4,**. **944.** 1) Если $a > 0$, то $a > -a$; если $a < 0$, то $a < -a$; если $a = 0$, то $a = -a$; 2) $|a| \geq a$; 3) $|a| \geq -a$. **945.** 1) 0; 2) 4; 3) –4; 4) –1. **947.** 215 см. **948.** $\frac{5}{6}$. **968.** Равенство выполняется, если *a* и *b* – числа одного знака. **970.** 1) При $x < 0$; 2) ни при каких. **971.** В 15 ч 20 мин. **972.** 24 конфеты. **984.** 1) 27; 2) –30. **989.** 1) 4 200 р.; 2) 4 410 р.; 3) 4 630,5 р. **990.** 6. **1015.** 1) –10; –6; 6; 10; 2) –5; 5. **1016.** 1) Наименьшее значение равно –8,5 при $x = 0$, наибольшего не существует; 2) наибольшее значение равно –5,2 при $x = 0$, наименьшего не существует. **1017.** 1) Наименьшее значение равно 3,9 при $x = 0$, наибольшего не существует; 2) наибольшее значение равно 7,6 при $x = 0$, наименьшего не существует. **1018.** 125 %. **1019.** 87,5 %. **1020.** $\frac{4}{9}$. **1021.** 6. **1032.** 1) $-39\frac{7}{18}$; 2) $1\frac{7}{9}$. **1033.** 1) $26\frac{4}{7}$; 2) $\frac{1}{180}$. **1037.** 3) $-4\frac{2}{9}$. **1040.** 1) 1; 2; 3; 4; 5; 2) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 3) 1; 2; 3; 4) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. **1041.** 1) –1; –2; –3; 2) –1; –2; –3; –4; –5; 3) –1; –2; –3; –4; –5; –6; –7; –8; 4) –1; –2; –3. **1044.** 1) 0; –9,4; 6,5; 2) 21; –12,4. **1045.** 1) –1,2; –5; 10; 2) –1; 2. **1046.** 1) –8 при $x = 0$; 2) 7 при $x = 0$. **1047.** 1) 4 при $x = 0$; 2) 10 при $x = 0$. **1049.** На $\frac{3}{4}$ ч. **1050.** 4 : 1. **1051.** 9 носков. **1065.** 1. **1098.** 1) –8; 2) $-3,4x + 2\frac{1}{3}y$. **1099.** 1) –2; 2) –2,8; 3) 22. **1100.** 1) 9,6; 2) –23; 3) 2. **1106.** 1) –28; 2) –2,4; 3) –1; 4) –178; 5) 48. **1107.** 1) 3,4; 2) 0,1; 3) 1,6. **1111.** 1 368 р. **1112.** 1,5 км или 7,5 км. **1123.** 2) $1\frac{17}{18}$; 3) $4\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{1}{8}$. **1124.** 2) $-2\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{1}{18}$; 4) $-1\frac{1}{3}$. **1126.** 3) $-\frac{6}{7}$; 4) 3; 5) –0,3; 6) 4. **1127.** 3) $6\frac{2}{3}$; 4) $-\frac{2}{9}$. **1128.** 1) –44,45; 2) –47,14. **1129.** 1) –14;

2) –129,7. **1130.** 1) –2; 2) 3,9. **1131.** 1) $-\frac{2}{9}$; 2) –12,8. **1134.** 0,6 км/мин. **1135.** 30 рубашек. **1136.** 3. **1137.** 3 кг. **1138.** 39 лет. **1149.** 1) 2; 2) 3,2; 3) –24. **1150.** 1) –3; 2) –4; 3) $1\frac{1}{5}$. **1151.** 1) –3; 2) 1. **1152.** 1) 0; 2) 1,25. **1153.** 1) 0,4; 2) –1. **1154.** 1) –9,5; 2) –2. **1155.** 1) –28; 2) $-\frac{42}{53}$; 3) –1. **1156.** 1) 9; 2) 15; 3) $\frac{45}{44}$. **1157.** 1) –0,3; 2) 8; 3) 24; 4) 3,4. **1158.** 1) 0,4; 2) 5; 3) 1,8; 4) 11. **1159.** 1) 0,5; 2) –3,5. **1160.** 1) –7; 2) –3,25. **1161.** 1) Нет корней; 2) $x$ – любое число. **1162.** 1) $x$ – любое число; 2) нет корней. **1163.** 1) 0; 2) 2. **1164.** 1) –14; –7; –2; –1; 1; 2; 7; 14; 2) –10; –4; –2; –1; 0; 1; 3; 4; 5; 6; 8; 14. **1165.** 1) 1; 2; 4; 5; 10; 20; 2) –4; –5; –6; –9; –12; –21. **1166.** 1 600 %. **1167.** 20 %. **1168.** Меньше на 1 %. **1169.** 18 конфет. **1170.** $\frac{1}{3}$. **1171.** Делимое 53, делитель 9. **1181.** 118 пудов. **1182.** Масса Малыша – 24 кг, фрекен Бок – 96 кг, Карлсона – 54 кг. **1183.** 70 см, 14 см, 82 см. **1184.** 12 см, 84 см, 78 см. **1185.** 36 р., 20 р. **1186.** 80 р., 100 р. **1187.** 14 кг, 6 кг. **1188.** 300 р., 350 р. **1189.** 4,2 км/ч, 9,8 км/ч. **1190.** 300 школьников. **1191.** 60 грибов, 12 грибов. **1192.** 12 орехов, 96 орехов. **1193.** 80 км, 70 км, 72 км. **1194.** 48 деталей, 40 деталей, 36 деталей, 28 деталей. **1195.** 10 порций, 14 порций. **1196.** 9 пирожных, 7 пирожных. **1197.** 210 000 р. **1198.** 59 л. **1199.** 600 р., 120 р. **1200.** 240 кг, 60 кг. **1201.** 6 ч, 4 ч. **1202.** 2,5 ч, 1 ч. **1203.** 13 мин. **1204.** 5 дней. **1205.** 2 км/ч. **1206.** 6 км/ч. **1207.** 10 дней. **1208.** 17 дней. **1209.** 240 л, 480 л. **1210.** 20 кг, 80 кг. **1211.** В 11 ч 57 мин. **1212.** 6. **1213.** Нечётным числом. **1214.** В числе 93 зачеркнули цифру 9, или в числе 62 – цифру 6, или в числе 31 – цифру 3. **1215.** 1) $14\frac{5}{6}$; 2) $-13\frac{8}{9}$. **1233.** 1) 124°; 2) 98°. **1234.** 126°. **1235.** *Указание.* 1) $90° = 15° \cdot 6$. **1236.** *Указание.* 1) $5° = 90° - 17° \cdot 5$. **1237.** *Указание.* $10° = 90° - 4 \cdot 20°$. **1238.** 26. **1239.** 8 способов. **1241.** 28 лет. **1272.** Второй игрок может обеспечить себе выигрыш. Каждым своим ходом он должен зачёркивать клетки, симметричные зачёркнутым первым игроком относительно прямой $l$ (рис. 209). **1273.** Первый игрок может обеспечить себе выигрыш. Для этого ему достаточно первым ходом положить монету в центр стола, а затем каждую свою монету класть симметрично монете второго игрока относительно центра стола. **1275.** 1) 675; 2) 540. **1276.** 1) $1\frac{1}{9}$; 2) 64,5. **1290.** 5 роз, 9 роз. **1292.** 1 т. **1293.** –2,83. **1328.** 3) Рис. 210; 4) рис. 211. **1329.** 3) Рис. 212; 4) рис. 213.

Рис. 209

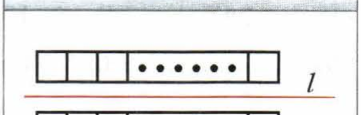


Рис. 210

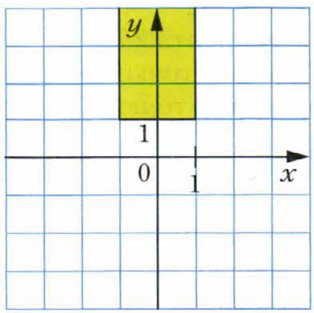



Рис. 211

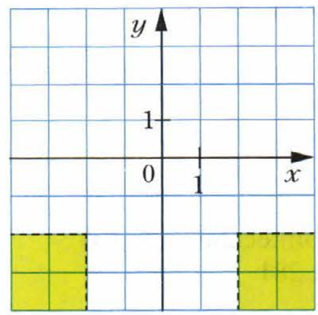



Рис. 212

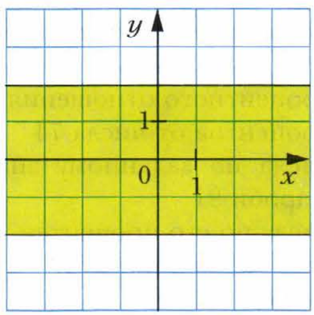
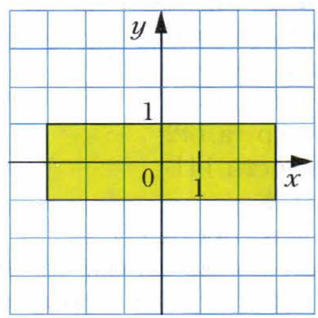



Рис. 213




**1331.** 10 конфет. **1332.** 75 кг. **1333.** 308 орехов. **1343.** 12 вариантов. **1344.** 150 страниц. **1345.** 1) $-\frac{5}{12}$; 2) $-\frac{5}{23}$; 3) 2,5.

# Алфавитно-предметный указатель

## Оглавление

## Квадраты натуральных чисел

| $n$ | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 | 400 |

## Кубы натуральных чисел

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^3$ | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 | 1 000 |

## Степени с основанием 2

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $2^1 = 2$ | $2^3 = 8$ | $2^5 = 32$ | $2^7 = 128$ | $2^9 = 512$ |
| $2^2 = 4$ | $2^4 = 16$ | $2^6 = 64$ | $2^8 = 256$ | $2^{10} = 1024$ |

## Степени с основанием 10

| Число | Название числа |
|---|---|
| $10^3$ | тысяча |
| $10^6$ | миллион |
| $10^9$ | миллиард |
| $10^{12}$ | триллион |
| $10^{15}$ | квадриллион |
| $10^{18}$ | квинтиллион |
| $10^{21}$ | секстиллион |
| $10^{24}$ | септиллион |

## Сокращённые обозначения метрических единиц

| Приставка | Обозначение | Множитель |
|---|---|---|
| Микро- | мк | 0,000001 |
| Милли- | м | 0,001 |
| Санти- | с | 0,01 |
| Деци- | д | 0,1 |
| Кило- | к | 1 000 |
| Мега- | М | 1 000 000 |

## Метрическая система мер

| Меры длины |
|---|
| 1 км = 1 000 м<br>1 м = 10 дм = 100 см<br>1 дм = 10 см<br>1 см = 10 мм |

| Меры площади |
|---|
| 1 км$^2$ = 1 000 000 м$^2$<br>1 м$^2$ = 100 дм$^2$ = 10 000 см$^2$<br>1 га = 100 а = 10 000 м$^2$<br>1 а = 100 м$^2$ |

| Меры объёма |
|---|
| 1 м$^3$ = 1 000 дм$^3$ = 1 000 000 см$^3$<br>1 дм$^3$ = 1 000 см$^3$<br>1 л = 1 дм$^3$<br>1 см$^3$ = 1 000 мм$^3$ |

| Меры массы |
|---|
| 1 т = 1 000 кг<br>1 ц = 100 кг<br>1 кг = 1 000 г<br>1 г = 1 000 мг |