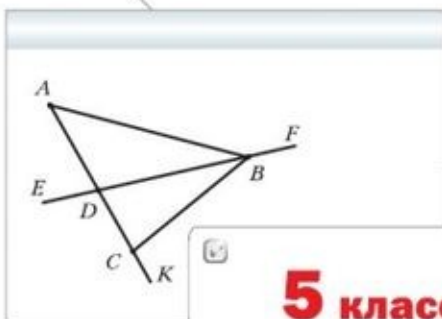


А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
М.С. Якир

Математика



5 класс



Учебник

Под редакцией В.Е. Подольского
5-е издание, доработанное

Рекомендовано
Министерством просвещения
Российской Федерации



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2019

От авторов

Дорогие друзья!

Умение вычислять, логически мыслить, быть настойчивым и упорным, внимательным и аккуратным — эти качества необходимы каждому человеку. А как их приобрести? Математика — волшебная наука, которая поможет вам развить эти умения и способности. И неважно, какую профессию вы выберете: строителя или кондитера, программиста или фермера, врача или экономиста, — полученные математические знания всегда пригодятся.

Изучение математики можно сравнить с нелёгким, но увлекательным путешествием по удивительной стране. И мы надеемся, что этот учебник станет для вас надёжным путеводителем в мире знаний.

Ознакомьтесь со структурой этой книги. В ней два раздела, которые состоят из пяти глав, а главы, в свою очередь, — из параграфов. Всего в учебнике 38 параграфов, каждый из них начинается с изложения теоретического материала. Изучая его, особое внимание обращайтесь на текст, напечатанный другим шрифтом. Так, в книге выделены слова, обозначающие математические термины, правила и наиболее важные математические утверждения.

Как правило, теоретический материал заканчивается примерами решения задач. Их можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

Для каждого параграфа подобраны задачи для самостоятельного решения, приступать к которым советуем только после усвоения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности, так и трудные.

Каждый параграф заканчивается особой задачей, которую мы называли «Задача от мудрой совы». Для её решения следует проявить смекалку.

В рубрике «Когда сделаны уроки» вы можете узнать о важных математических объектах — числах и фигурах, об истории их возникновения. Надеемся, что это заинтересует вас.

Дерзайте! Желаем успеха!

Условные обозначения



Простые задачи



Задачи средней сложности



Сложные задачи



Задачи высокой сложности



Окончание решения примера



Задачи, которые можно решать с помощью компьютера

340 Задания, рекомендуемые для домашней работы

310 Задания, рекомендуемые для устной работы

Раздел I

Натуральные числа и действия над ними

Большая часть материала, рассматриваемого в этом разделе, вам знакома из предыдущих классов. Это натуральные числа и действия над ними. Изучая этот раздел, вы улучшите свои умения выполнять действия над натуральными числами, научитесь решать уравнения, находить значения числовых выражений.

Вы узнаете, что такое буквенное выражение, познакомитесь с арифметическим действием — возведением в степень.

Повторите и углубите свои знания о важнейших геометрических фигурах и величинах.

Узнаете, как применять новые знания в практической деятельности.


Глава 1. Натуральные числа

Изучив материал этой главы, вы расширите свои знания о натуральных числах и форме их записи, научитесь удобному способу сравнения натуральных чисел, узнаете, что такое координатный луч и как можно обозначать точками натуральные числа.

Познакомитесь со свойствами прямой, луча и отрезка.

§ 1. Ряд натуральных чисел

Сколько дней осталось до конца каникул? Сколько друзей вы пригласите на свой день рождения? Сколько предметов вы изучаете в этом учебном году? Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо уметь считать.

 Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 и т. д., используемые при счёте предметов, называют натуральными.

Например, числа 1, 3, 24, 60, 365, 1 000 000 — натуральные числа. Заметьте, что не все числа, которыми вы пользуетесь, — натуральные. Так, числа 0 , $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ натуральными не являются.

Все натуральные числа, записанные в порядке возрастания, образуют **ряд натуральных чисел** (или **натуральный ряд**). Первым числом натурального ряда является число 1, вторым — число 2, третьим — число 3 и т. д.

В натуральном ряду за каждым числом следует ещё одно число, большее предыдущего на единицу. Поэтому в натуральном ряду нет последнего числа. Число 1 не имеет предыдущего. Следовательно, среди натуральных чисел есть наименьшее число — это число 1, но нет наибольшего.

Выписать весь натуральный ряд невозможно. Обычно поступают так: выписывают подряд несколько первых чисел натурального ряда, а затем ставят многоточие:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...



1. Как называют числа, используемые при счёте предметов?
2. Есть ли среди натуральных чисел наименьшее число? Наибольшее число? В случае утвердительного ответа назовите это число.
3. Опишите ряд натуральных чисел.
4. Каждое ли число в ряду натуральных чисел имеет: 1) последующее число; 2) предыдущее число?



Решаем устно

1. Сложите:
1) 48 и 7; 3) 25 и 34;
2) 16 и 9; 4) 52 и 49.
2. Вычтите:
1) 6 из 14; 3) из 32 число 8;
2) 7 из 23; 4) из 45 число 19.
3. Умножьте:
1) 12 на 4; 3) 13 на 6;
2) 5 на 20; 4) 10 на 100.
4. Разделите:
1) 36 на 12; 3) на 8 число 96;
2) 55 на 11; 4) на 20 число 160.
5. Около школы растут каштаны и тополя. Каштанов растёт семь, а тополей — в 3 раза больше. Сколько деревьев растёт около школы?
6. В школе учатся 370 учеников. Найдутся ли среди них хотя бы два ученика, которые отмечают день рождения в один и тот же день?



Упражнения

1. Назовите 14 первых натуральных чисел.
2. Какого числа не хватает в записи натурального ряда чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ... ?

3. Из чисел 5 , $\frac{1}{6}$, 8 , 129 , 0 , $\frac{3}{7}$, $4\ 128$, $\frac{1}{5}$ выберите натуральные.
4. Запишите число, которое в натуральном ряду следует за числом:
1) 34; 2) 246; 3) 8 297.
5. Запишите число, которое в натуральном ряду следует за числом:
1) 72; 2) 121; 3) 6 459.
6. Запишите число, которое в натуральном ряду является предыдущим числом:
1) 58; 2) 631; 3) 4 500.
7. Запишите число, которое в натуральном ряду является предыдущим числом:
1) 42; 2) 215; 3) 3 240.
8. Сколько чисел стоит в натуральном ряду между числами: 1) 6 и 24; 2) 18 и 81?
9. Сколько чисел стоит в натуральном ряду между числами: 1) 13 и 28; 2) 29 и 111?
10. Некоторое натуральное число, большее 3, обозначили буквой a . Запишите для числа a два предыдущих и три последующих натуральных числа.



Упражнения для повторения

11. Вычислите:
1) $238 + 435$; 4) $2\ 000 - 546$; 7) $98 \cdot 34$;
2) $4\ 385 + 2\ 697$; 5) $3\ 400 - 896$; 8) $645 \cdot 36$.
3) $843 - 457$; 6) $23 \cdot 46$;
12. Первое летописное упоминание о Москве встречается в Ипатьевской летописи в 1147 г. Сколько лет прошло от первого летописного упоминания Москвы?
13. Выполните действия:
1) $43 + 24 \cdot 58 - 39$; 3) $43 + 24 \cdot (58 - 39)$;
2) $(43 + 24) \cdot 58 - 39$; 4) $(43 + 24) \cdot (58 - 39)$.
14. Собираясь в гости к своей бабушке, Карлсон решил подкрепиться. Для этого на завтрак он съел 26 банок варенья, а на обед — на 16 банок больше. Сколько банок варенья съел Карлсон?
15. На одном участке растут 34 куста смородины, а на другом — на 18 кустов меньше. Сколько всего кустов смородины растёт на двух участках?





Задача от мудрой совы

16. В квадрате (рис. 1) суммы чисел в каждом столбце, в каждой строке и диагоналях должны быть одинаковыми. Найдите число, которое должно быть записано вместо звёздочки.

Рис. 1

10	*	
9		13
14		

§ 2. Цифры. Десятичная запись натуральных чисел

Как здание строят из кирпичей, а слова складывают из букв, так натуральные числа записывают с помощью специальных знаков, которые называют **цифрами**. Этих цифр десять:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Натуральные числа, записанные одной цифрой, называют *однозначными*, двумя цифрами — *двузначными*, тремя цифрами — *трёхзначными* и т. д. Все числа, кроме однозначных, называют *многозначными*. Многозначное число может начинаться с любой цифры, кроме цифры 0.

Легко прочитать трёхзначное число 917, однако число 17025543607 прочитать намного сложнее. Чтобы прочитать многозначное число, цифры его записи разбивают справа налево на группы по три цифры: 17 025 543 607 (при этом крайняя слева группа может состоять из трёх цифр, из двух, как в данном примере, или из одной цифры). Эти группы называют **классами**. Первый справа класс называют **классом единиц**, второй справа — **классом тысяч**, третий — **классом миллионов**, четвёртый — **классом миллиардов** и т. д.

При чтении многозначного числа число, записанное в каждом классе, читают как трёхзначное, двузначное или однозначное, добавляя при этом название класса (как правило, название класса единиц не произносят). Число 17 025 543 607 читают: «17 миллиардов 25 миллионов 543 тысячи 607».

Если все цифры какого-то класса числа являются нулями, то, читая число, название этого класса не произносят. Например, число 2 000 724 читают: «два миллиона семьсот двадцать четыре».

Каждый класс разбивается справа налево на три **разряда**: единицы, десятки, сотни.

Так, в приведённом примере в классе единиц 7 единиц, 0 десятков, 6 сотен, а в классе миллионов — 5 единиц, 2 десятка, 0 сотен. Названия всех разрядов числа 17 025 543 607 приведены в следующей таблице.

Класс миллиардов		Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
1	7	0	2	5	5	4	3	6	0	7
Десятки миллиардов	Единицы миллиардов	Сотни миллионов	Десятки миллионов	Единицы миллионов	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы

Запись натуральных чисел, которой мы пользуемся, называют **десятичной**. Такое название связано с тем, что десять единиц каждого разряда составляют одну единицу следующего, старшего разряда. Например, десять единиц составляют один десяток, десять десятков — одну сотню и т. д.


Число 2 958 можно представить в виде суммы:

$$2\ 958 = 2\ 000 + 900 + 50 + 8$$

или

$$2\ 958 = 2 \cdot 1\ 000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Последнее равенство называют записью числа 2 958 в виде *суммы разрядных слагаемых*.

-  1. Сколько знаков используют для записи натуральных чисел в десятичной системе? Как называют эти знаки?
2. Какие натуральные числа называют однозначными? Двузначными? Трёхзначными? Многозначными?
3. Какая цифра не может стоять первой в записи натурального числа?
4. Как называют группы по три цифры, на которые разбивают многозначные числа справа налево?
5. Назовите по порядку первые четыре класса в записи натуральных чисел.
6. Сколько разрядов имеет каждый класс? Как их называют?
7. Как называют запись натурального числа, которой мы пользуемся?
8. С чем связано название десятичной записи натуральных чисел?



Решаем устно

1. На сколько:
1) 18 больше 6; 2) 4 меньше 12?
2. Во сколько раз:
1) 18 больше 6; 2) 4 меньше 12?
3. Вычислите:
1) $12 \cdot 5 + 1$; 3) $12 \cdot (5 + 1)$; 5) $12 : (5 + 1)$;
2) $12 \cdot 5 - 1$; 4) $12 \cdot (5 - 1)$; 6) $12 : (5 - 1)$.
4. Назовите пять последовательных натуральных чисел, начиная с числа: 1) 423; 2) 1 658; 3) 2 997.
5. Назовите в обратном порядке пять последовательных натуральных чисел, начиная с числа: 1) 358; 2) 1 573; 3) 4 001.
6. Назовите все четырёхзначные числа, сумма цифр которых равна 2.
7. Двухзначное число оканчивается цифрой 4. Если к этому числу прибавить число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получим число 99. Найдите эти два числа.



Упражнения

17. Назовите разряд, в котором стоит цифра 4 в записи числа: 1) 34; 2) 246; 3) 473; 4) 24 569.
18. Прочитайте число:
1) 234 642; 5) 6 704 917 320;
2) 502 013; 6) 72 016 050 400;
3) 9 145 679; 7) 491 872 653 000;
4) 105 289 001; 8) 305 002 800 748.
19. Запишите десятичной записью число:
1) 34 миллиона 384 тысячи 523;
2) 85 миллионов 128 тысяч 23;
3) 16 миллионов 26 тысяч 4;
4) 6 миллионов 60 тысяч 17;
5) 8 миллиардов 801 миллион 30 тысяч 5;
6) 22 миллиарда 33 миллиона 418;
7) 251 миллиард 538;
8) 46 миллиардов 854;
9) 607 миллиардов 3.
20. Запишите десятичной записью число:
1) 23 миллиона 275 тысяч 649;
2) 56 миллионов 319 тысяч 48;

- 3) 12 миллионов 20 тысяч 21;
- 4) 8 миллионов 7 тысяч 3;
- 5) 6 миллиардов 325 миллионов 800 тысяч 954;
- 6) 14 миллиардов 52 миллиона 819;
- 7) 368 миллиардов 742 тысячи;
- 8) 92 миллиарда 29.

21. Запишите десятичной записью число:

- 1) сорок шесть миллиардов четыреста пятьдесят семь миллионов семьсот двадцать семь тысяч триста восемьдесят восемь;
- 2) шестьсот тридцать два миллиарда двести четыре миллиона тридцать пять тысяч сорок семь;
- 3) сто пять миллиардов пятьсот тридцать девять тысяч сто;
- 4) тридцать миллиардов двадцать тысяч девяносто;
- 5) восемь миллиардов семь миллионов пятнадцать тысяч четырнадцать;
- 6) один миллиард две тысячи два.

22. Запишите десятичной записью число:

- 1) три миллиона триста тридцать три тысячи триста тридцать три;
- 2) три миллиона триста тысяч;
- 3) три миллиона три тысячи;
- 4) три миллиона тридцать;
- 5) три миллиона тридцать тысяч триста;
- 6) три миллиона три тысячи три;
- 7) три миллиона три.

23. Запишите десятичной записью число:

- 1) шестьдесят восемь миллиардов двести сорок девять миллионов девятьсот пятьдесят четыре тысячи семьсот двадцать три;
- 2) восемьсот четырнадцать миллиардов сто девять миллионов две тысячи тридцать два;
- 3) триста семь миллиардов шестьсот двадцать одна тысяча четыреста;
- 4) девяносто миллиардов десять тысяч двадцать;
- 5) два миллиарда три миллиона четыре тысячи пять;
- 6) один миллиард одна тысяча один.

24. Запишите и прочитайте число, которое образуется, если записать число 514 подряд: 1) два раза; 2) три раза; 3) четыре раза.

25. Запишите и прочитайте число, которое образуется, если записать число 48 подряд: 1) два раза; 2) три раза; 3) четыре раза; 4) пять раз.

26. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:

- 1) 846; 3) 12 619; 5) 32 598 009;
- 2) 2 375; 4) 791 105; 6) 540 007 020.

27. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:



- 1) 34 729; 3) 478 254; 5) 23 487 901;
2) 75 194; 4) 189 390; 6) 140 028 045.

 28. Запишите число, которое:


- 1) на 1 меньше наименьшего трёхзначного числа;
2) на 4 больше наибольшего трёхзначного числа;
3) на 5 меньше наименьшего пятизначного числа;
4) на 6 больше наибольшего шестизначного числа;
5) на 7 больше наименьшего восьмизначного числа.

29. Запишите наибольшее восьмизначное число, а также следующее и предыдущее числа.

30. Запишите наименьшее семизначное число, а также следующее и предыдущее числа.

  31. Двухзначное число записали подряд два раза. Во сколько раз полученное четырёхзначное число больше данного двухзначного числа?

32. Трёхзначное число записали подряд два раза. Во сколько раз полученное шестизначное число больше данного трёхзначного числа?

 33. В книге пронумерованы страницы с первой по сто семьдесят вторую. Сколько цифр напечатано при нумерации страниц?

34. Для нумерации страниц книги напечатано 2 004 цифры. Сколько страниц в этой книге?

35. Каких трёхзначных чисел больше: все цифры которых чётные или все цифры которых нечётные?



Упражнения для повторения

 36. Вычислите:

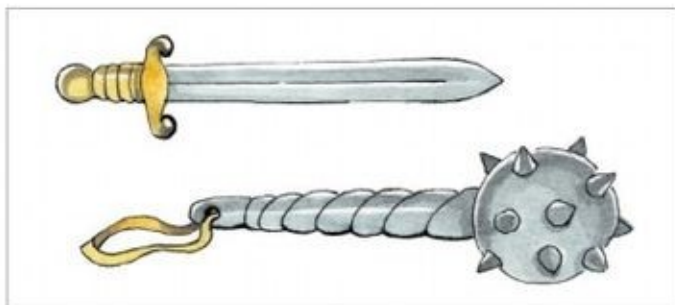
- 1) $24 \cdot 564$; 5) $407 \cdot 306$; 9) $1\,134 : 42$;
2) $754 \cdot 60$; 6) $852 : 6$; 10) $3\,198 : 26$;
3) $2\,504 \cdot 82$; 7) $67\,216 : 8$; 11) $4\,532 : 22$;
4) $364 \cdot 276$; 8) $782 : 34$; 12) $14\,210 : 35$.

37. Выполните действия:

- 1) $49 + 26 \cdot (54 - 27)$; 3) $(801 - 316) \cdot 29$;
2) $36 : 9 + 18 \cdot 5$; 4) $(488 + 808) : 18$.

38. Первый полёт в космос совершил в 1961 г. гражданин Советского Союза Юрий Гагарин. Через восемь лет после этого на Луну ступил первый человек — гражданин США Нейл Армстронг. Ещё через 31 год на Международной космической станции (МКС) начал работать первый экипаж. Сколько лет работают космонавты на МКС?

39. Масса булавы Ильи Муромца равна 60 пудов, а его меча — в 12 раз меньше. Какова общая масса булавы и меча Ильи Муромца?



40. Чтобы помочь заболевшему Карабасу-Барабасу, Дуремар решил поставить ему пиявки. Для первой процедуры он использовал 24 пиявки, а для второй — в 3 раза больше. Сколько всего пиявок понадобилось Дуремару, чтобы вылечить Карабаса-Барабаса?
41. Вертолёт за 4 ч может пролететь 720 км. Какое расстояние он пролетит за 6 ч с той же скоростью?
42. За три дня кузнец Вакула изготовил 432 подковы. Сколько подков он изготовит за пять дней, работая с такой же производительностью?



Задача от мудрой совы

43. В этом году день рождения отца был в воскресенье. В какой день недели праздновала свой день рождения мать, если она на 62 дня моложе отца?



Когда сделаны уроки

Как считали в старину

В местах обитания первобытного человека археологи находят предметы с выбитыми точками, нацарапанными чёрточками, глубокими зарубками. Эти находки позволяют предположить, что уже в каменном веке люди умели не только считать, но и фиксировать результаты своих подсчётов.

С развитием общества совершенствовались и способы счёта. Ведь такие примитивные приёмы, как зарубки на палке, узлы на верёвке или камешки, сложенные в кучки, не могли удовлетворить потребности торговли и производства.

Приблизительно за 3 000 лет до нашей эры было сделано важнейшее открытие: люди изобрели специальные знаки для обозначения некоторого количества предметов. Например, египтяне десяток обозначали знаком **п**, сотню — **с**. Так, число 123 записывалось следующим образом: **сппп**.

В Древнем Риме записывали числа с помощью таких цифр:

I — один,	C — сто,
V — пять,	D — пятьсот,
X — десять,	M — тысяча.
L — пятьдесят,	

Римская система счисления основывается на следующем принципе: если при чтении слева направо меньшая цифра стоит после большей, то она прибавляется к большей: **VI** = 6, **XXXII** = 32; если меньшая цифра стоит перед большей, то она вычитается из большей: **IV** = 4, **VL** = 45.

В римской системе счисления, например, число 14 записывают так: **XIV**. Здесь цифра **I** стоит между двумя большими цифрами **X** и **V**. В таких случаях цифру **I** вычитают из цифры, стоящей от неё справа (в нашем примере это цифра **V**).

Год, в котором завершилась победой нашего народа Великая Отечественная война, с помощью римских цифр можно записать так: **MCMXLV**.

Эта система сохранилась и до наших дней. Часто можно встретить записи, в которых используются римские цифры, например: **XXI** век, глава **VI**. Также их можно увидеть на циферблатах часов, на памятниках архитектуры.

Вы, наверное, уже заметили, что даже прочитать число, записанное римскими цифрами, непросто. Тем более сложно выполнять в такой записи арифметические действия. Кроме того, если требуется записывать достаточно большие числа (миллион, миллиард и т. д.), то нужно придумывать новые цифры. В противном случае запись числа будет очень длинной. Например, если для записи числа 1 000 000 использовать только римскую цифру **M**, то запись будет состоять из тысячи таких знаков. Все эти недостатки существенно сужают возможность применения римской системы счисления.

В Древней Руси не стали выдумывать специальные значки для обозначения цифр. Их получали с помощью букв алфавита. Над буквой ставили волнистую линию — **титло**.

Например, число 241 записывали так: **Ѡ Ѡ Ѡ**.

Величайшим достижением человечества является изобретение десятичной позиционной системы счисления. С помощью этой системы за-



Часы на здании МГУ

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900

писывают сколь угодно большие числа, используя всего лишь десять различных цифр. Это возможно потому, что одна и та же цифра имеет различные значения в зависимости от её **позиции** в числе.

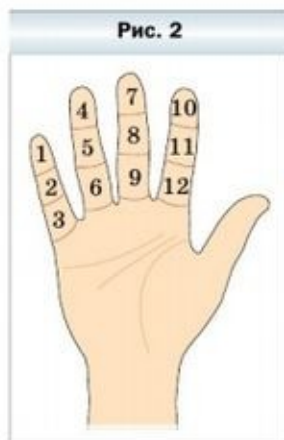
Цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 называют арабскими. Однако арабы лишь распространили десятичную позиционную систему, изобретённую индусами.

Некоторые племена и народы использовали другие позиционные системы счисления. Например, индейцы племени майя использовали двадцатеричную систему, а древний народ шумеры — шестидесятеричную.

Следы двадцатеричной системы можно обнаружить в некоторых европейских языках. Так, французы вместо «восемьдесят» говорят «четырежды двадцать» (*quatre-vingts*). Разбиение одного часа на 60 минут, а одной минуты на 60 секунд — пример явного наследия шестидесятеричной системы.

Счёт с помощью десяти пальцев рук привёл к возникновению десятичной системы. Общее количество пальцев на руках и ногах явилось основой для создания двадцатеричной системы. «Пальцевое» происхождение имеет и двенадцатеричная система: попробуйте большим пальцем руки сосчитать фаланги на других пальцах этой же руки, в результате получится число 12 (рис. 2). Так возник счёт дюжинами.

И в наши дни в Европе дюжинами продают носовые платки, пуговицы, куриные яйца.



Количество предметов в столовых приборах и сервизах (вилки, ножи, ложки, тарелки, чашки, бокалы и т. п.), как правило, равно 6 (полудюжина), 12, 24 и т. д.

Существуют и другие позиционные системы счисления. Так, в основе строения и работы компьютера лежит двоичная система счисления, использующая лишь две цифры — 0 и 1. Более подробно о двоичной системе счисления вы узнаете на уроках информатики.

Как называют «числа-великаны»

Число миллион — большое или маленькое? Например, чтобы провести на уроках один миллион минут, вам пришлось бы учиться в школе около 20 лет. Этот пример показывает, что миллион — большое число.

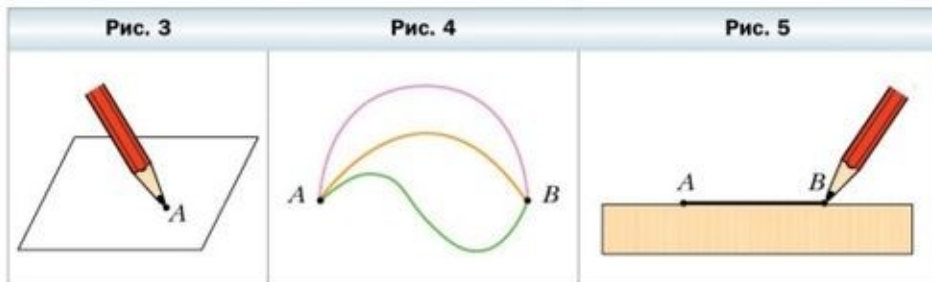
Однако для удовлетворения потребностей таких наук, как экономика, астрономия, физика, химия, нужны числа гораздо больше миллиона.

Тысячу миллионов называют **биллионом**, или миллиардом, тысячу биллионов — **триллионом**. Если к триллиону приписать справа три нуля, то получим **квадриллион**. Далее, приписывая каждый раз по три нуля, получим последовательность чисел с такими названиями: **квинтиллион**, **секстиллион**, **септиллион**, **октиллион**, **нониллион**. Есть названия и у чисел, больших нониллиона.

Чтобы вы могли представить, насколько эти числа огромны, приведём ещё один пример. Возраст нашей Вселенной, по оценкам учёных, не превосходит квинтиллиона минут.

§ 3. Отрезок. Длина отрезка

Если вы хорошо заточенным карандашом прикоснётесь к тетрадному листу, то останется след, который даёт представление о **точке** (рис. 3). Точки принято обозначать прописными латинскими буквами: A, B, C, \dots



Отметим на листе бумаги две точки A и B . Эти точки можно соединить различными линиями (рис. 4). А как соединить точки A и B самой короткой линией? Это можно сделать с помощью линейки (рис. 5). Полученную линию называют **отрезком**, а точки A и B — **концами отрезка**.

Точка и отрезок — примеры **геометрических фигур**.

Существует единственный отрезок, концами которого являются точки A и B . Поэтому отрезок обозначают, записывая точки, которые являются его концами. Например, отрезок на рисунке 5 обозначают одним из двух способов: AB или BA . Читают: «отрезок AB » или «отрезок BA ».

На рисунке 6 изображены три отрезка. Длина отрезка AB равна 1 см. Он помещается в отрезке MN ровно три раза, а в отрезке EF — ровно четыре раза. Будем говорить, что **длина отрезка MN равна 3 см**, а **длина отрезка EF — 4 см**.

Также принято говорить: «отрезок MN равен 3 см», «отрезок EF равен 4 см». Пишут: $MN = 3$ см, $EF = 4$ см.

Длины отрезков MN и EF мы измерили **единичным отрезком**, длина которого равна 1 см. Для измерения отрезков можно выбрать и другие **единицы длины**, например: 1 мм, 1 дм, 1 км. На рисунке 7 длина отрезка PK равна 17 мм. Он измерен единичным отрезком, длина которого равна 1 мм, с помощью линейки с делениями. Также с помощью линейки можно построить (начертить) отрезок заданной длины (см. рис. 7).

Вообще, *измерить отрезок означает подсчитать, сколько единичных отрезков в нём помещается*.

Длина отрезка обладает следующим свойством.

Если на отрезке AB отметить точку C , то длина отрезка AB равна сумме длин отрезков AC и CB (рис. 8).

Пишут: $AB = AC + CB$.

Рис. 6

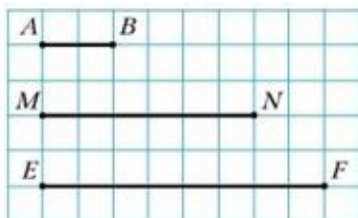


Рис. 7

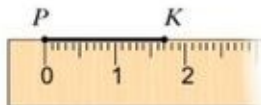


Рис. 8



На рисунке 9 изображены два отрезка AB и CD . Эти отрезки при наложении совпадут.



Два отрезка называют равными, если они совпадают при наложении.

Следовательно, отрезки AB и CD равны. Пишут: $AB = CD$.

Равные отрезки имеют равные длины.

Из двух неравных отрезков большим будем считать тот, у которого длина больше. Например, на рисунке 6 отрезок EF больше отрезка MN .

Длину отрезка AB называют **расстоянием** между точками A и B .

Если несколько отрезков расположить так, как показано на рисунке 10, то получится геометрическая фигура, которую называют **ломаной**.

Заметим, что все отрезки на рисунке 11 ломаную не образуют. Считают, что отрезки образуют ломаную, если конец первого отрезка совпадает с концом второго, а другой конец второго отрезка — с концом третьего и т. д.

Точки A, B, C, D, E — **вершины** ломаной $ABCDE$, точки A и E — **концы** ломаной, а отрезки AB, BC, CD, DE — её **звенья** (см. рис. 10).

Длиной ломаной называют сумму длин всех её звеньев.

Рис. 9

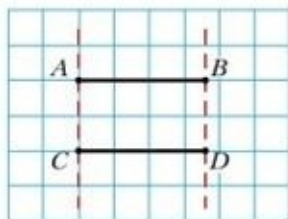


Рис. 10

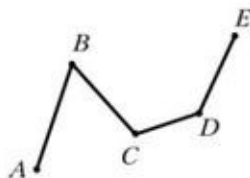
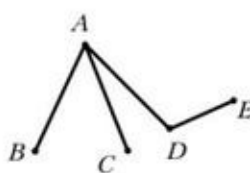
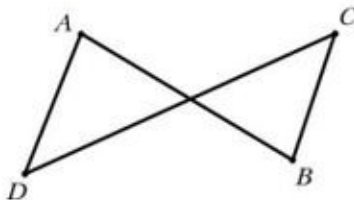
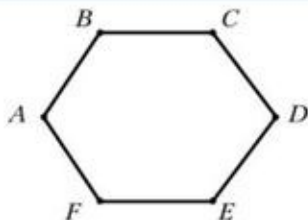


Рис. 11



На рисунке 12 изображены две ломаные, концы которых совпадают. Такие ломаные называют **замкнутыми**.

Рис. 12



Пример 1. Отрезок BC на 3 см меньше отрезка AB , длина которого равна 8 см (рис. 13). Найдите длину отрезка AC .

Решение. Имеем: $BC = 8 - 3 = 5$ (см).

Воспользовавшись свойством длины отрезка, можно записать $AC = AB + BC$. Отсюда $AC = 8 + 5 = 13$ (см).

Ответ: 13 см. ◀

Пример 2. Известно, что $MK = 24$ см, $NP = 32$ см, $MP = 50$ см (рис. 14). Найдите длину отрезка NK .

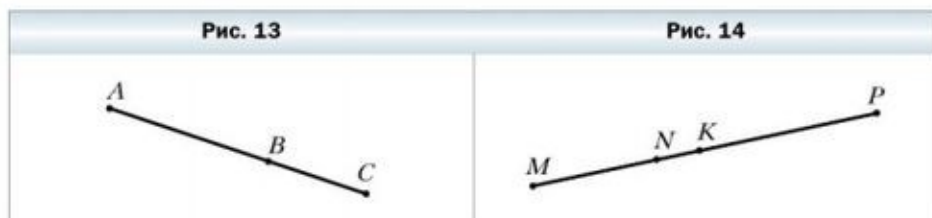
Решение. Имеем: $MN = MP - NP$.

Отсюда $MN = 50 - 32 = 18$ (см).

Имеем: $NK = MK - MN$.

Отсюда $NK = 24 - 18 = 6$ (см).

Ответ: 6 см. ◀



1. Сколько существует отрезков, концами которых являются две данные точки?
2. Как обозначают отрезок?
3. Какие вы знаете единицы длины?
4. Объясните, что означает измерить длину отрезка.
5. Каким свойством обладает длина отрезка?
6. Какие отрезки называют равными?
7. Какие длины имеют равные отрезки?
8. Какой из двух неравных отрезков считают большим?
9. Что называют расстоянием между точками A и B ?
10. Объясните, какую геометрическую фигуру называют ломаной.
11. Что называют длиной ломаной?
12. Какую ломаную называют замкнутой?



Решаем устно

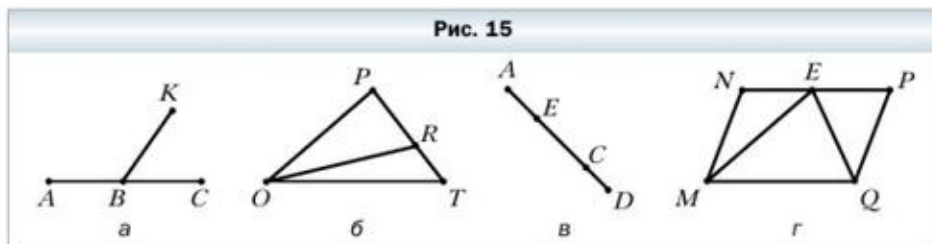
1. Какое число больше числа 46 на 9? Какое число меньше числа 72 на 15? Какое число больше числа 21 в 7 раз? Какое число меньше числа 65 в 13 раз?

2. Назовите все двузначные числа, сумма цифр которых равна 6.
3. Назовите все двузначные числа, разность цифр которых равна 7.
4. Назовите три последовательных натуральных числа, наименьшим из которых является наибольшее четырёхзначное число.
5. Назовите три последовательных натуральных числа, наибольшим из которых является наименьшее четырёхзначное число.
6. Выразите в сантиметрах:
 - 1) 7 дм 4 см;
 - 2) 4 м 1 см;
 - 3) 2 м 6 дм;
 - 4) 1 м 2 дм 5 см.
7. Выразите в дециметрах и сантиметрах:
 - 1) 72 см;
 - 2) 146 см;
 - 3) 450 мм;
 - 4) 8 м 40 мм.

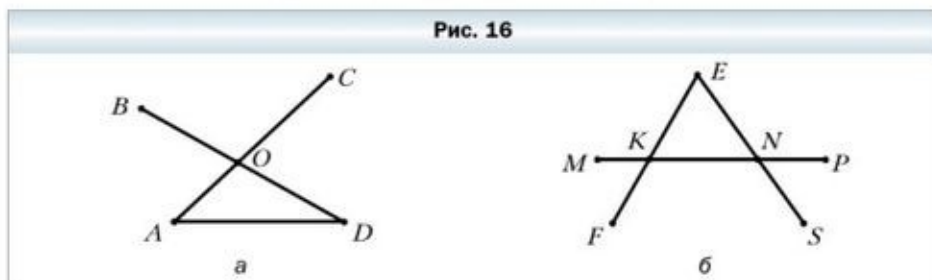


Упражнения

44. Запишите все отрезки, изображённые на рисунке 15.



45. Запишите все отрезки, изображённые на рисунке 16.

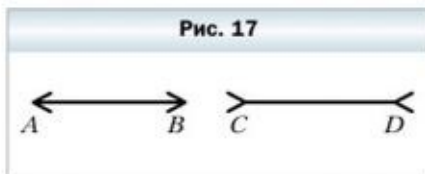


46. Отметьте в тетради точки A, B, C, D и соедините их попарно отрезками. Сколько отрезков образовалось? Сколько образовалось отрезков с концом в точке A ?
47. Начертите отрезки MN и AC так, чтобы $MN = 6$ см 3 мм, $AC = 5$ см 4 мм.
48. Начертите отрезки EF и BK так, чтобы $EF = 9$ см 2 мм, $BK = 7$ см 6 мм.

49. Начертите отрезок AB , длина которого равна 8 см 9 мм. Отметьте на нём точку C так, чтобы $CB = 3$ см 4 мм. Какова длина отрезка AC ?

50. Начертите отрезок TP , длина которого равна 7 см 8 мм. Отметьте на нём точку E так, чтобы $TE = 2$ см 6 мм. Какова длина отрезка EP ?

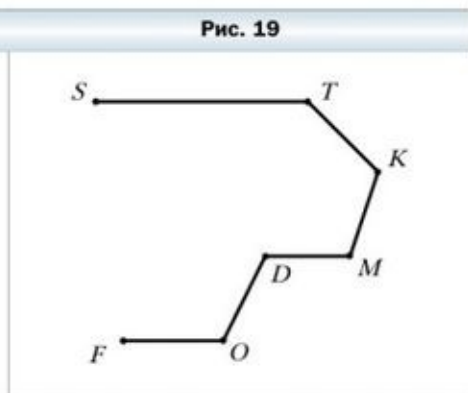
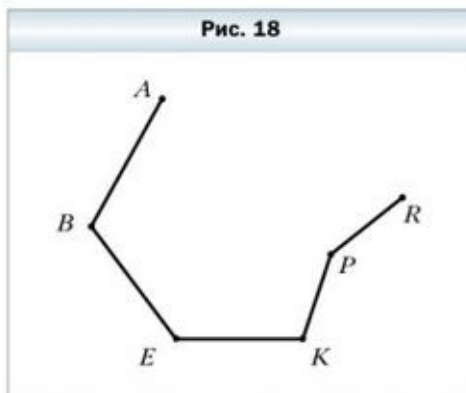
51. Сравните на глаз отрезки AB и CD (рис. 17). Проверьте свой вывод измерением.



52. Назовите все ломаные, изображённые на рисунке 11. Какая из них имеет наибольшее количество звеньев?

53. Назовите звенья ломаной, изображённой на рисунке 18, и измерьте их длины (в миллиметрах). Вычислите длину ломаной.

54. Запишите звенья ломаной, изображённой на рисунке 19, и измерьте их длины (в миллиметрах). Вычислите длину ломаной.

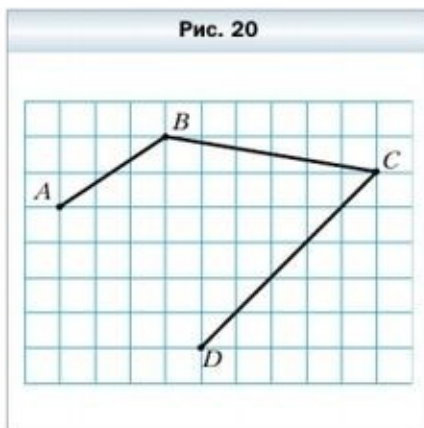


55. Отметьте в узле клеток тетради точку A ; точку B разместите на 4 клетки левее и на 5 клеток выше точки A ; точку C — на 3 клетки правее и на 1 клетку выше точки B ; точку D — на 3 клетки правее и на 3 клетки ниже точки C ; точку E — на 1 клетку правее и на 2 клетки ниже точки D . Соедините последовательно отрезками точки A, B, C, D и E . Какая фигура образовалась? Запишите её название и укажите количество звеньев.

56. Вычислите длину ломаной $ABCDE$, если $AB = 8$ см, $BC = 14$ см, $CD = 23$ см, $DE = 10$ см.

57. Вычислите длину ломаной $MNKPEF$, если $MN = 42$ мм, $NK = 38$ мм, $KP = 19$ мм, $PE = 12$ мм, $EF = 29$ мм.

58. Начертите в тетради ломаную, изображённую на рисунке 20. Измерьте длины звеньев (в миллиметрах) и найдите длину ломаной.



59. Известно, что отрезок SK в 3 раза больше отрезка RS (рис. 21). Найдите длину отрезка RK , если $RS = 34$ см.
60. Известно, что отрезок DB в 5 раз меньше отрезка AD (рис. 22). Найдите длину отрезка AB , если $AD = 135$ см.



61. Известно, что $AC = 32$ см, $BC = 9$ см, $CD = 12$ см (рис. 23). Найдите длины отрезков AB и BD .
62. Известно, что $MF = 43$ см, $ME = 26$ см, $KE = 18$ см (рис. 24). Найдите длины отрезков MK и EF .



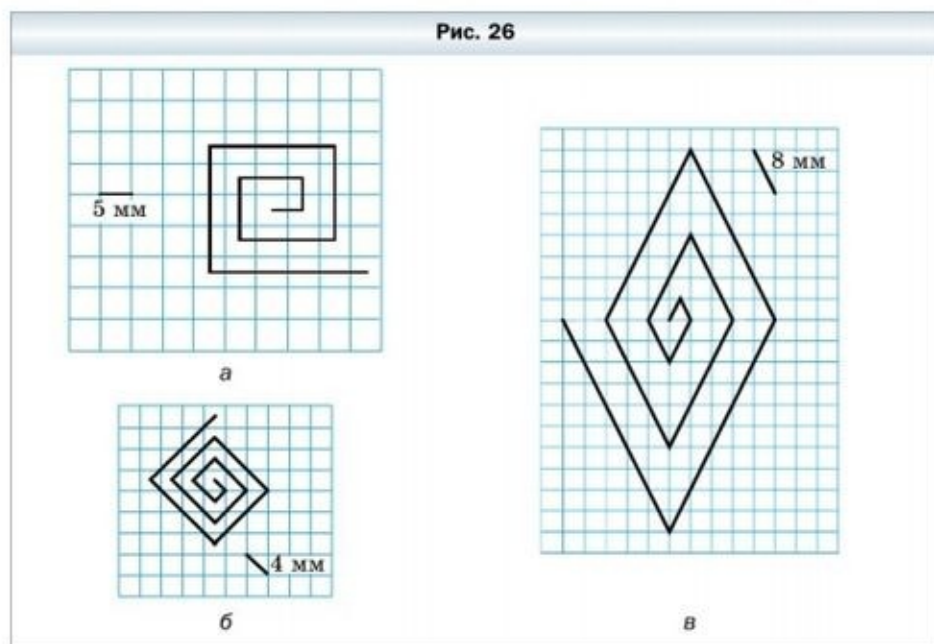
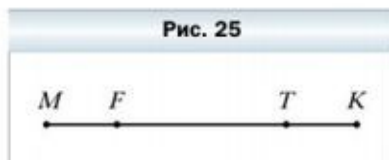
63. Даны две точки A и B . Сколько можно провести отрезков, соединяющих эти точки? Сколько можно провести ломаных, соединяющих эти точки?
64. Начертите отрезок MK и отметьте на нём точки A и C . Запишите все образовавшиеся отрезки.
65. Длина отрезка AB равна 28 см. Точки M и K принадлежат этому отрезку, причём точка K лежит между точками M и B , $AM = 12$ см, $BK = 9$ см. Найдите длину отрезка MK .
66. Точка C принадлежит отрезку AB , длина отрезка AC равна 15 см, а отрезок AB на 5 см больше отрезка AC . Чему равна длина отрезка BC ? Есть ли в условии задачи лишние данные?

67. Отрезки MT и FK равны (рис. 25). Сравните отрезки MF и TK .

68. Постройте ломаную $ACDM$ так, чтобы $AC = 15$ мм, $CD = 24$ мм, $DM = 32$ мм. Вычислите длину ломаной.

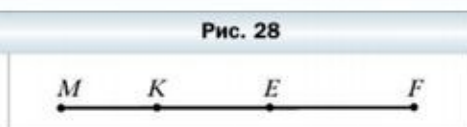
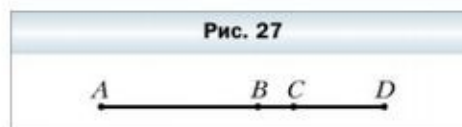
69. Постройте ломаную $CEFK$ так, чтобы звено CE было равно 8 мм, звено EF было на 14 мм больше звена CE , а звено FK — на 7 мм меньше звена EF . Вычислите длину ломаной.

70. Вычислите длину ломаной, изображённой на рисунке 26.

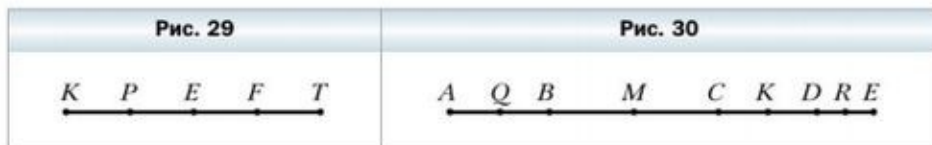


71. Известно, что $AC = 8$ см, $BD = 6$ см, $BC = 2$ см (рис. 27). Найдите длину отрезка AD .

72. Известно, что $MF = 30$ см, $ME = 18$ см, $KF = 22$ см (рис. 28). Найдите длину отрезка KE .



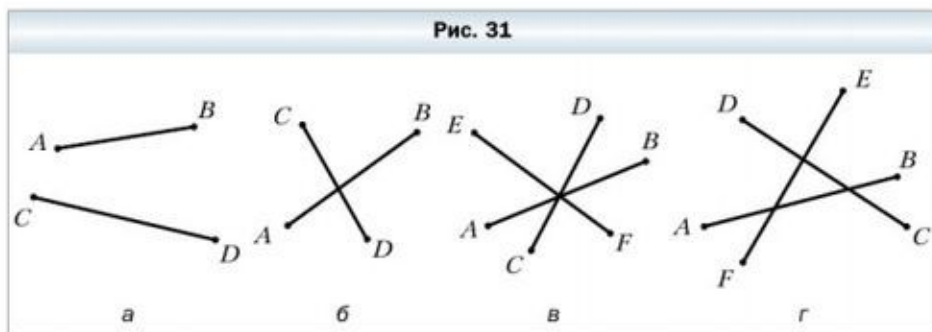
73. Известно, что $KP = PE = EF = FT = 2$ см (рис. 29). Какие ещё равные отрезки есть на этом рисунке? Найдите их длины.



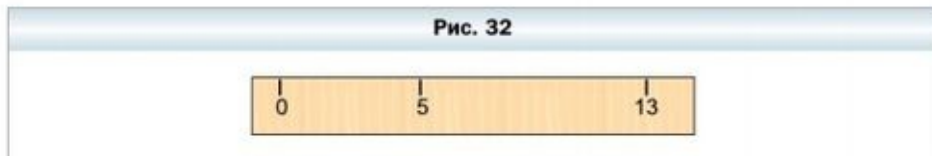
74. На первом отрезке отметили семь точек так, что расстояние между любыми соседними точками равно 3 см, а на втором — десять точек так, что расстояние между любыми соседними точками равно 2 см. Расстояние между какими крайними точками больше: лежащими на первом отрезке или лежащими на втором отрезке?

75. Известно, что $AE = 12$ см, $AQ = QB$, $BM = MC$, $CK = KD$, $DR = RE$, $MK = 4$ см (рис. 30). Найдите длину отрезка QR .

76. Какое наименьшее количество точек надо отметить на отрезках, изображённых на рисунке 31, чтобы на каждом из них были две отмеченные точки, не считая концов отрезков?



77. У Миши есть линейка, на которой отмечены только 0 см, 5 см и 13 см (рис. 32). Как, пользуясь этой линейкой, он может построить отрезок длиной: 1) 3 см; 2) 2 см; 3) 1 см?





Упражнения для повторения

78. Вычислите:
- | | | |
|------------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $258 \cdot 75$; | 5) $104 \cdot 904$; | 9) $3\ 328 : 52$; |
| 2) $280 \cdot 70$; | 6) $868 : 7$; | 10) $9\ 044 : 38$; |
| 3) $6\ 409 \cdot 48$; | 7) $81\ 225 : 9$; | 11) $14\ 496 : 48$; |
| 4) $685 \cdot 293$; | 8) $896 : 28$; | 12) $37\ 592 : 74$. |
79. Выполните действия:
1) $38 \cdot 17 - 4\ 832 : 16$;
2) $3\ 596 - 3\ 596 : (2\ 314 - 2\ 256)$.
80. Детскому саду подарили четыре ящика конфет по 5 кг в каждом и шесть ящиков печенья по 3 кг в каждом. На сколько килограммов больше подарили конфет, чем печенья?
81. Медведица Настасия Петровна заготовила на зиму 7 бочонков мёда по 12 кг в каждом и 8 бочонков мёда по 10 кг в каждом. Сколько всего килограммов мёда заготовила Настасия Петровна?
82. В магазин привезли 240 кг бананов и 156 кг апельсинов. Треть привезённых фруктов продали в первый день, а остальные — во второй день. Сколько килограммов фруктов продали во второй день?
83. Кот Матроскин вырастил в своём саду 246 кг яблок и 354 кг груш. Шестую часть всех фруктов он отдал своим друзьям из детского сада, пятую часть всех фруктов — друзьям из школы, а остальное — в больницу. Сколько килограммов фруктов Матроскин отдал в больницу?



Задача от мудрой совы

84. Укажите наименьшее натуральное число, сумма цифр которого равна 101.



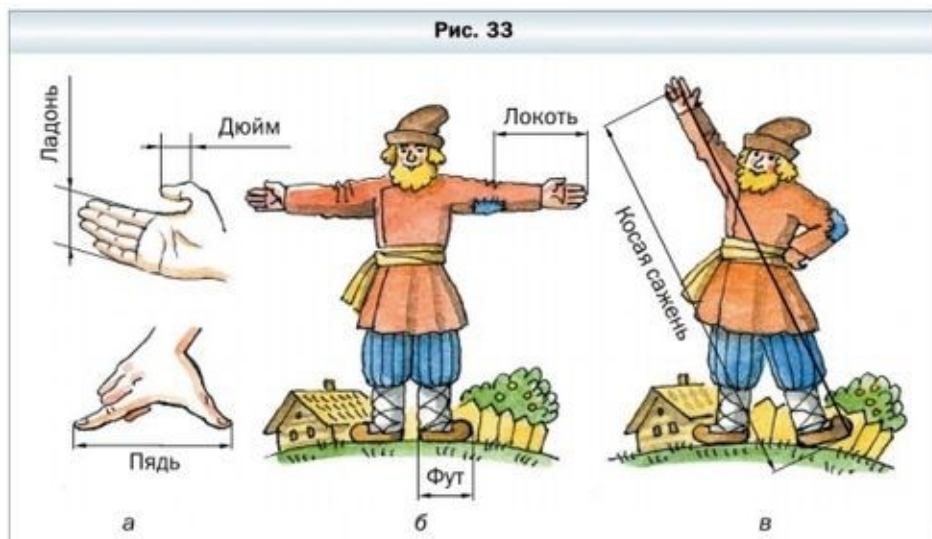
От локтей и ладоней к метрической системе

Для измерения длины отрезка каждый ученик вашего класса может на своё усмотрение выбрать в качестве единичного отрезок любой длины. Однако в этом случае будет довольно трудно совместно пользоваться результатами измерений. Гораздо удобнее согласовать свой выбор, т. е. указать отрезок, которым при измерениях будут пользоваться все.

Приблизительно так и возникли единицы измерения длины.

Испокон веков люди пользовались такой естественной мерой длины, как шаг. Многие народы применяли меру длины *дальность полёта стрелы*. Большие расстояния измеряли *дневными переходами*. Также использовали «измерительные приборы», которые были под рукой: *дюйм*, *ладонь*, *пядь* (рис. 33, а), *локоть*, *фут* (рис. 33, б), *косая сажень* (рис. 33, в) и т. д.

Рис. 33



Понятно, что такие «эталоны» длины удобны, но очень неточны. Кроме того, их многообразие и несогласованность были преградой в общении, развитии торговли и производства. Так, в XVIII в. почти каждый немецкий город, большинство провинций Италии вводили свои меры длины, которые нередко имели одинаковые названия, но не были равны. Во Франции дело дошло до того, что каждый феодал устанавливал в своих владениях собственные меры.

В 1790 г. в Национальное собрание Франции было внесено предложение о создании новой системы мер, и в 1791 г. была введена единица длины — **метр**. Слово «метр» происходит от греческого слова «метрон», что означает «мера». В 1799 г. был изготовлен эталон метра (рис. 34) в виде платинового стержня. Однако понадобилось ещё почти 100 лет, чтобы *метрическая система мер* заняла в Европе прочное положение.

Названия других единиц длины, связанных с метром, образованы с помощью приставок *деци-*, *санти-*, *милли-*, что означает уменьшение метра соответственно в 10, 100, 1 000 раз. Например, *дециметр* — десятая часть метра, *миллиметр* — тысячная часть метра. Приставка *кило-* означает увеличение в 1 000 раз, поэтому *километр* равен 1 000 метров.

В России метрическую систему мер начали вводить с конца XIX в. Большая заслуга в её распространении принадлежит великому русскому химику Дмитрию Ивановичу Менделееву.

Метрическая система мер введена в большинстве стран мира, однако не во всех странах. Например, в Англии до сих пор пользуются такими средневековыми мерами длины, как миля, ярд, фут, дюйм. На стене обсерватории в Гринвиче изображены эталоны длины (рис. 35).

Рис. 34



Рис. 35



§ 4. Плоскость. Прямая. Луч


Размеры тетради не позволяют строить отрезки большой длины. А вообразите себе, что тетрадный лист вырос до размеров стола, теннисного корта, даже футбольного поля. Такой лист является примером или, как ещё принято говорить, моделью части **плоскости**.

Плоскость *бесконечна*, поэтому её нельзя изобразить. Эту геометрическую фигуру можно вообразить.

Теперь понятно, что на плоскости можно начертить отрезок очень большой длины. Более того, любой отрезок с помощью линейки можно продлить в обе стороны. Мысленно это можно сделать неограниченно, и тогда мы получим геометрическую фигуру, которую называют **прямой**.

Прямая не имеет концов. Она бесконечна. Поэтому на рисунке мы изображаем только часть прямой — отрезок.

Отметим на листе бумаги две точки A и B . Проведём через них прямую (рис. 36, a). Если попытаемся провести через эти точки ещё одну прямую, то нам это не удастся.

 **Через две точки проходит только одна прямая.**

Это свойство позволяет обозначать прямую, называя две любые её точки. Так, прямую, изображённую на рисунке 36, a , обозначают одним из двух способов: AB или BA . Читают: «прямая AB » или «прямая BA ».

Рис. 36



Прямые также обозначают одной строчной латинской буквой. На рисунке 36, b изображены прямые m и n .

Проведём прямую AB и отметим на ней точку O (рис. 37, a). Эта точка делит прямую на две части. Каждую из этих частей вместе с точкой O называют **лучом с началом** в точке O . Конца у луча нет.

Рис. 37



Так же, как и прямую, луч обозначают двумя прописными буквами. Сначала записывают букву, обозначающую начало луча, а потом букву, обозначающую какую-либо другую точку этого луча. Например, луч с началом в точке O (рис. 37, b) можно обозначить OA или OB .

Луч — это ещё один пример геометрической фигуры.





1. Является ли плоскость бесконечной?
2. Имеет ли прямая концы?
3. Сколько прямых проходит через две точки?
4. Как обозначают прямую?
5. Как называют части прямой, на которые её делит любая точка этой прямой? Как при этом называют эту точку?
6. Как обозначают луч?
7. С какими геометрическими фигурами вы познакомились в этом параграфе?



Решаем устно

1. Вычислите:
1) $312 \cdot 10$; 4) $720 : 9$; 7) $1\,212 : 12$;
2) $5 \cdot 1\,000$; 5) $480 : 4$; 8) $1\,010 : 5$;
3) $100 \cdot 10\,000$; 6) $480 : 16$; 9) $1\,515 : 15$.
2. Удвойте число 26. Найдите половину числа 26. Утройте число 27. Найдите треть числа 27.
3. Около школы растут берёзы и тополя, причём берёз восемь, а тополей — на 16 больше. Сколько всего деревьев растёт около школы? Во сколько раз берёз меньше, чем тополей?
4. В 10 ч утра со станции отправился поезд со скоростью 60 км/ч. На каком расстоянии от станции будет поезд в 15 ч того же дня, если будет двигаться с этой же скоростью и без остановок?
5. Таня и Миша учатся в одной школе. Таня живёт в доме около одной конечной остановки автобуса, а Миша — в доме около другой конечной остановки этого же маршрута. Когда они едут в школу, то Таня выходит на пятой остановке, а Миша — на седьмой. Сколько всего остановок на этом маршруте?
6. Верёвку разрезали на три куса так, что первый кусок оказался на 3 м короче второго и на 3 м длиннее третьего куска. На сколько метров третий кусок короче второго?



Упражнения

85. Отметьте в тетради точки M и K и проведите через них прямую. Отметьте на отрезке MK точку N . Принадлежит ли точка N прямой MK ? Отметьте на прямой MK точку P , лежащую вне отрезка MK . Запишите все возможные обозначения этой прямой.
86. Проведите произвольную прямую и отметьте на ней точки A , B и C . Запишите все возможные обозначения этой прямой.

94. Начертите два луча так, чтобы их общая часть была: 1) точкой; 2) отрезком; 3) лучом.
95. Отметьте на плоскости точки M , K , T и F так, чтобы луч MK пересекал прямую TF , а луч TF не пересекал прямую MK .
96. Начертите прямую AC , отрезки KE и BD , луч ST так, чтобы отрезок KE пересекал прямую AC и не пересекал луч ST , отрезок BD не пересекал прямую AC и отрезок KE и пересекал луч ST , а прямая AC и луч ST пересекались.
97. Начертите луч CD , прямую AB и отрезки MK и OP так, чтобы отрезок MK лежал на прямой AB , отрезок OP — на луче CD и чтобы прямая AB пересекала отрезок OP , а луч CD — отрезок MK .
98. Сколько лучей образуется, если на прямой отметить: 1) четыре точки; 2) 100 точек?



99. Точки A , B и C лежат на одной прямой. Найдите длину отрезка BC , если $AB = 24$ см, $AC = 32$ см. Сколько решений имеет задача?
100. Точки M , K и N лежат на одной прямой. Найдите длину отрезка KN , если $MK = 15$ см, $MN = 6$ см.
101. На плоскости проведено пять попарно пересекающихся прямых. Каким может оказаться наименьшее количество точек пересечения этих прямых? Наибольшее количество?



102. На плоскости проведены три прямые. Каким может оказаться наибольшее количество частей, на которые эти прямые разбили плоскость, и каким — наименьшее?
103. Проведите шесть прямых и отметьте на них 11 точек так, чтобы на каждой прямой было отмечено ровно четыре точки.
104. На плоскости проведены три прямые. На одной прямой отмечено пять точек, на второй — семь точек, а на третьей — три точки. Какое наименьшее количество различных точек может оказаться отмеченным?



Упражнения для повторения

105. В парке растёт 168 дубов, берёз — в 4 раза меньше, чем дубов, а клёнов — на 37 деревьев больше, чем берёз. Сколько всего дубов, берёз и клёнов растёт в парке?
106. Группа туристов прошла пешком 72 км, проехала на поезде расстояние в 5 раз большее, чем прошла пешком, а на автобусе проехала на 128 км меньше, чем на поезде. Сколько всего километров прошли и проехали туристы?

107. Отправившись в гости к Змею Горынычу, Баба-яга пролетела в своей ступе 276 км за 4 ч, а остальные 156 км прошла за 6 ч в сапогах-скороходах. На сколько скорость движения ступы больше, чем скорость движения сапог-скороходов?



108. По течению реки лодка проплывает 95 км за 5 ч, а против течения — 119 км за 7 ч. На сколько скорость движения лодки против течения меньше её скорости движения по течению?
109. На прямой отметили 20 точек так, что расстояние между любыми двумя соседними точками равно 4 см. Найдите расстояние между крайними точками.
110. На прямой отметили точки так, что расстояние между любыми двумя соседними точками равно 5 см, а между крайними точками — 45 см. Сколько точек отмечено на прямой?



Задача от мудрой совы

111. Как расставить 16 учеников в три ряда, чтобы в каждом ряду их было поровну?



Когда сделаны уроки

О льняной нити и линиях

Отрезок, прямая, луч — это примеры **линий**. След, оставленный коньками фигуриста на льду (рис. 43, *а*), нитка, случайно оказавшаяся на вашей одежде, дают представление о линии. Автомобильную дорогу на карте изображают в виде линии (рис. 43, *б*).

Древнегреческий математик Евклид в своей знаменитой книге «Начала» образно определил линию как «длину без ширины».

Слово «линия» происходит от латинского слова *linum* — «лён», «льняная нить».

Рис. 43



а

б

С помощью остро заточенного карандаша вы можете нарисовать очень замысловатую линию, например сконструировать личную подпись. Так, на рисунке 44 представлено изображение (факсимиле) подписи выдающегося русского математика Н. И. Лобачевского.

На рисунке 45 изображены: *а* — окружность, *б* — эллипс, *в* — парабола, *г* — спираль (от греч. «спира» — «виток»), *д* — лемниската (от греч. «лемнискус» — «бант»), *е* — кардиоида (от греч. «кардия» — «сердце»), *ж* — астроида (от греч. «астрон» — «звезда»), *з* — циклоида (от греч. «киклоидес» — «кругообразный»), *и* — клофоида (от греч. «клофо» — «прясть»).

Рис. 44

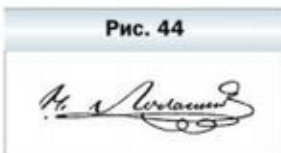
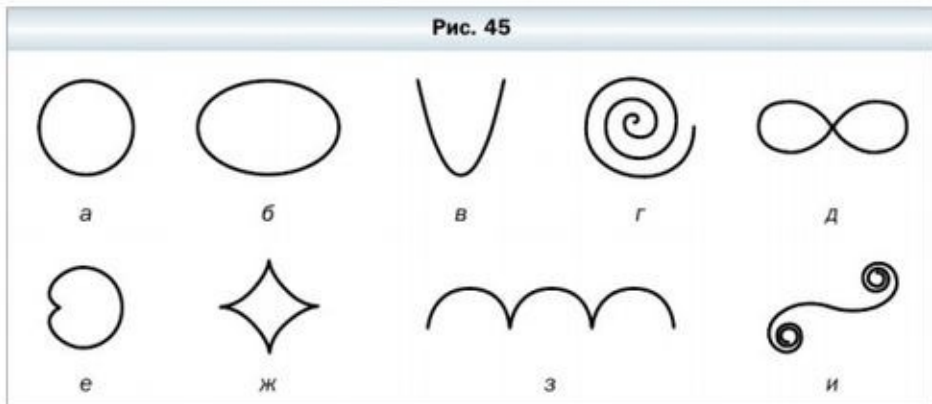


Рис. 45



а

б

в

г

д

е

ж

з

и

Семейство линий очень многообразно. Со свойствами некоторых из них вы подробнее познакомитесь в старших классах.

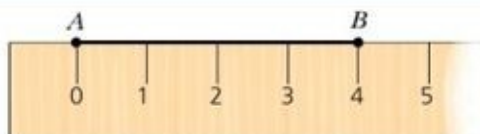
§ 5. Шкала. Координатный луч

С помощью ровной деревянной рейки две точки A и B можно соединить отрезком (рис. 46). Однако этим примитивным инструментом измерить длину отрезка AB не удастся. Его можно усовершенствовать.

Рис. 46



Рис. 47



На рейке через каждый сантиметр нанесём штрихи. Под первым штрихом напишем число 0, под вторым — 1, под третьим — 2 и т. д. (рис. 47). В таких случаях говорят, что на рейку нанесена шкала с ценой деления 1 см. Эта рейка со шкалой похожа на линейку. Но чаще всего на линейку наносят шкалу с ценой деления 1 мм (рис. 48).

Рис. 48



Рис. 49



Из повседневной жизни вам хорошо известны и другие измерительные приборы, имеющие шкалы различной формы. Циферблат часов — это шкала с ценой деления 1 мин (рис. 49). На рисунке 50 изображён спидометр автомобиля со шкалой, цена деления которой 10 км/ч. Комнатный термометр (рис. 51), весы (рис. 52) — также приборы со шкалами, деления которых соответственно равны 1°C и 50 г.

Конструктор создаёт измерительные приборы, шкалы которых конечны, т. е. среди отмеченных на шкале чисел всегда есть наибольшее. А вот математик с помощью воображения может построить и бесконечную шкалу.

Рис. 50



Рис. 51



Рис. 52



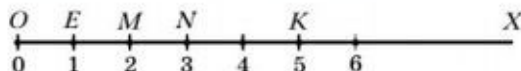
Начертим луч OX . Отметим на этом луче какую-нибудь точку E . Напишем под точкой O число 0, а под точкой E — число 1 (рис. 53).

Будем говорить, что точка O *изображает* число 0, а точка E — число 1. Также принято говорить, что точке O *соответствует* число 0, а точке E — число 1.

Отложим вправо от точки E отрезок, равный отрезку OE . Получим точку M , которая изображает число 2 (см. рис. 53). Таким же образом отметим точку N , изображающую число 3. Так, шаг за шагом, получаем точки, которым соответствуют числа 4, 5, 6, Мысленно этот процесс можно продолжать как угодно долго.

Полученную бесконечную шкалу называют **координатным лучом**, точку O — **началом отсчёта**, а отрезок OE — **единичным отрезком** координатного луча.

Рис. 53



На рисунке 53 точка K изображает число 5. Говорят, что число 5 является **координатой** точки K , и записывают $K(5)$. Аналогично можно записать $O(0)$, $E(1)$, $M(2)$, $N(3)$.

Часто вместо слов «отметим точку с координатой, равной...» говорят «отметим число...».



1. Приведите примеры приборов, имеющих шкалы.
2. Объясните, что называют координатным лучом.
3. В каком случае говорят, что число 7 является координатой точки A ?
4. Как записывают, что число 7 является координатой точки A ?



Решаем устно

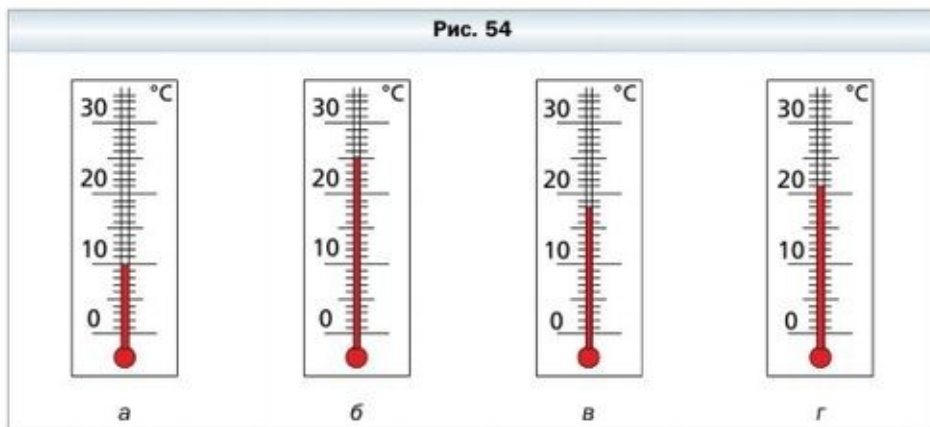
1. Выполните сложение:
1) $18 + 14$; 2) $180 + 140$; 3) $180 + 14$; 4) $18 + 140$.
2. Чему равна сумма наибольшего трёхзначного и наименьшего четырёхзначного чисел?
3. В пять одинаковых пакетов разложили поровну 10 кг конфет. Сколько необходимо таких пакетов, чтобы разложить 30 кг конфет?
4. Чему равна длина ломаной, которая состоит из шести равных звеньев длиной 7 см каждое?
5. Какие три цифры надо зачеркнуть в записи числа 8 724 516, чтобы число, записанное оставшимися цифрами в той же последовательности, было: 1) наибольшим из возможных; 2) наименьшим из возможных?



Упражнения

112. Запишите показания термометров, изображённых на рисунке 54.

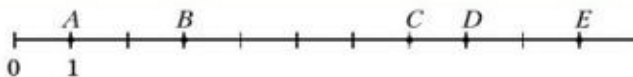
Рис. 54



113. Какую температуру будет показывать термометр, изображённый на рисунке 54, *в*, если его столбик: 1) опустится на шесть делений; 2) поднимется на четыре деления?

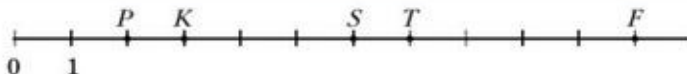
114. Какую температуру будет показывать термометр, изображённый на рисунке 54, z , если его столбик: 1) поднимется на три деления; 2) опустится на пять делений?
115. Найдите координаты точек A, B, C, D, E на рисунке 55.

Рис. 55



116. Найдите координаты точек P, K, S, T, F на рисунке 56.

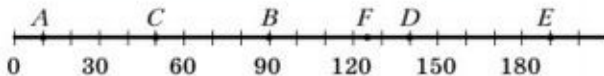
Рис. 56



117. Отметьте на координатном луче точки, соответствующие числам 1, 3, 5, если единичный отрезок равен 1 см. Начертите ещё два координатных луча и отметьте на них эти же числа, выбрав за длину единичного отрезка: 1) 2 см; 2) 5 мм.
118. Начертите координатный луч и отметьте на нём точки, изображающие числа: 2, 3, 4, 8, 9.
119. Начертите координатный луч и отметьте на нём точки, изображающие числа: 5, 6, 7, 10.
120. Запишите все натуральные числа, расположенные на координатном луче: 1) левее числа 12; 2) левее числа 18, но правее числа 8.
121. Начертите координатный луч и отметьте на нём все натуральные числа, которые больше 3 и меньше 7.
122. Начертите координатный луч и отметьте на нём все натуральные числа, которые больше 5 и меньше 10.
123. Сколько натуральных чисел расположено на координатном луче между числами:
- | | |
|---------------|-------------------|
| 1) 132 и 140; | 3) 2 126 и 2 128; |
| 2) 487 и 492; | 4) 3 714 и 3 715? |
124. Запишите натуральные числа, расположенные на координатном луче между числами:
- | | |
|-------------------|---------------------|
| 1) 234 и 239; | 3) 7 564 и 7 566; |
| 2) 1 518 и 1 524; | 4) 32 025 и 32 030. |

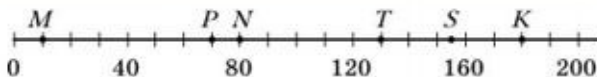
125. Начертите отрезок длиной 8 см. Над одним концом отрезка напишите число 0, а над другим — 16. Разделите отрезок на четыре равные части. Назовите числа, которые соответствуют каждому штриху деления. Отметьте на полученной шкале числа 3, 7, 9, 10, 13, 14, 15.
126. Начертите отрезок длиной 9 см. Над одним концом отрезка напишите число 0, а над другим — 18. Разделите отрезок на шесть равных частей. Назовите числа, которые соответствуют каждому штриху деления. Отметьте на полученной шкале числа 4, 7, 8, 10, 11, 16, 17.
127. Найдите координаты точек A, B, C, D, E, F на рисунке 57.

Рис. 57



128. Найдите координаты точек M, N, P, T, K, S на рисунке 58.

Рис. 58



129. Перенесите в тетрадь рисунок 59. Отметьте на координатном луче точки $B(12), C(2), D(8)$.
130. Перенесите в тетрадь рисунок 60. Отметьте на координатном луче точки $E(27), F(6), K(15), P(21)$.

Рис. 59

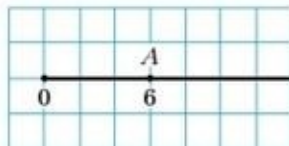
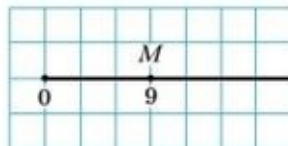
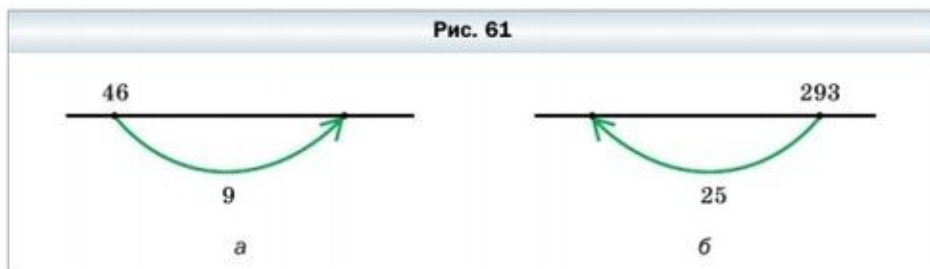


Рис. 60

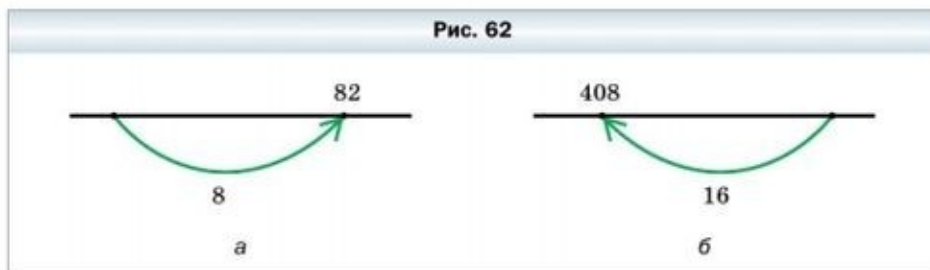


131. Начертите координатный луч и отметьте на нём точку, удалённую от точки $B(5)$ на:
- 1) шесть единичных отрезков;
 - 2) три единичных отрезка.

132. Начертите координатный луч и отметьте на нём точку, удалённую от точки A (7) на:
- 1) десять единичных отрезков;
 - 2) четыре единичных отрезка;
 - 3) семь единичных отрезков;
 - 4) пять единичных отрезков.
133. Какое число на координатном луче соответствует точке, в которую указывает стрелка (рис. 61)?



134. Какое число на координатном луче соответствует точке, в которой начинается стрелка (рис. 62)?




135. Кузнечик за один прыжок перемещается вдоль координатного луча вправо на пять единичных отрезков или влево — на три единичных отрезка. Первый прыжок кузнечик совершает вправо на пять единичных отрезков. Сможет ли он за несколько прыжков из точки O (0) попасть:
- 1) в точку A (7);
 - 2) в точку B (8)?



Упражнения для повторения

136. Выполните действия:
- 1) $265 + 35 \cdot 16$;
 - 2) $(265 + 35) \cdot 16$;
 - 3) $336 - 192 : 12$;
 - 4) $(336 - 192) : 12$.

-  **137.** Высота Исаакиевского собора (г. Санкт-Петербург) равна 102 м, что на 21 м больше высоты колокольни Ивана Великого на территории Московского Кремля. Высота колокольни Ивана Великого на 24 м меньше высоты храма Христа Спасителя в Москве. Какова высота храма Христа Спасителя?



- 138.** Из двух городов, расстояние между которыми равно 1 008 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля и встретились через 8 ч после начала движения. Скорость одного автомобиля 70 км/ч. Найдите скорость другого автомобиля.
- 139.** Из двух городов отправились одновременно навстречу друг другу два поезда со скоростями 48 км/ч и 54 км/ч. Найдите расстояние между городами, если поезда встретились через 4 ч после начала движения.
- 140.** Стоимость 7 кг яблок такая же, как 4 кг груш. Сколько килограммов груш можно купить на ту же сумму, что и 42 кг яблок?



Задача от мудрой совы

- 141.** Вдоль забора растут восемь кустов малины. Количество ягод на соседних кустах отличается на одну. Может ли на всех кустах вместе расти 225 ягод?

§ 6. Сравнение натуральных чисел

Сравнить два различных натуральных числа — это значит определить, какое из них больше, а какое — меньше.

Из двух натуральных чисел меньшим является то, которое в натуральном ряду стоит раньше, а большим — то, которое в натуральном ря-


ду стоит позже. Поэтому, например, число 5 меньше числа 7, а число 171 больше числа 19. Результаты сравнения записывают с помощью знаков $<$ (меньше) и $>$ (больше): $5 < 7$ и $171 > 19$. Такие записи называют **неравенствами**.

Число 0 меньше любого натурального числа. Например, $0 < 12$.

Сравнивать можно одновременно и три числа. Например, число 17 больше 15, но меньше 20. Это записывают так: $15 < 17 < 20$. Такую запись называют **двойным неравенством**. Часто слово «двойное» опускают, называя двойное неравенство неравенством.


Натуральные числа можно сравнивать, не обращаясь к натуральному ряду.

Сравнивать многозначные числа, имеющие разное количество цифр, легко.

-  **Из двух натуральных чисел, имеющих разное количество цифр, большим является то, у которого количество цифр больше.**

Например, число 597 013 617 — девятизначное, а число 99 982 475 — восьмизначное, поэтому первое число больше второго.

Если два многозначных числа имеют одинаковое количество цифр, то следует руководствоваться таким правилом.

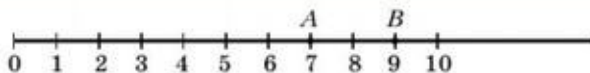
-  **Из двух натуральных чисел с одинаковым количеством цифр большим является то, у которого больше первая (при чтении слева направо) из неодинаковых цифр.**

Например, $7\ 256 > 7\ 249$, а $582\ 647 < 582\ 879$.

Отметим, что на координатном луче точка с меньшей координатой расположена левее точки с большей координатой. Например, точка A (7) лежит левее точки B (9), так как $7 < 9$ (рис. 63).

На координатном луче из двух натуральных чисел меньшее число расположено левее большего.

Рис. 63



Пример 1. В записи чисел вместо некоторых цифр поставили звёздочки. Сравните эти числа:

- 1) $69*$ и $*43$; 2) $72***$ и $70***$.

Решение. 1) Поскольку первое число трёхзначное, а второе — четырёхзначное, то $69* < *43$.

2) Цифр в этих числах поровну. Первая цифра каждого из них равна 7. Вторые цифры этих чисел равны соответственно 2 и 0. Поскольку $2 > 0$, то $72*** > 70***$. ◀

Пример 2. Сравните 8 км 24 м и 8 146 м.

Решение. Поскольку $8 \text{ км } 24 \text{ м} = 8\,024 \text{ м}$, то $8 \text{ км } 24 \text{ м} < 8\,146 \text{ м}$. ◀



1. Что значит сравнить два различных натуральных числа?
2. Как, используя натуральный ряд, можно определить, какое из двух натуральных чисел меньше? Больше?
3. Какое число меньше любого натурального числа?
4. Как сравнивать натуральные числа, имеющие разное количество цифр?
5. Какое из натуральных чисел с одинаковым количеством цифр больше?
6. Как на координатном луче расположена точка с меньшей координатой относительно точки с большей координатой?



Решаем устно

1. Какое из чисел 516 и 615 расположено на координатном луче левее?
2. Какое из чисел 405 и 504 расположено на координатном луче правее?
3. В 8 ч термометр показывал температуру 4°C , а в 14 ч — 12°C . Чему равна цена деления этого термометра, если его столбик поднялся на четыре деления?
4. Вычислите:
1) $(27 + 13) \cdot 8$; 3) $(82 - 71) \cdot 6$; 5) $63 : (25 - 16)$;
2) $(56 - 26) \cdot 9$; 4) $(128 - 53) : 3$; 6) $120 : (26 + 14)$.
5. В коробке лежат пять красных и три зелёных карандаша. Наугад из неё вынимают по одному карандашу. Какое наименьшее количество карандашей надо взять, чтобы среди них были хотя бы два красных и один зелёный?



Упражнения

142. Прочитайте неравенство:

- | | | |
|----------------|------------------|---------------------|
| 1) $4 < 9$; | 3) $257 < 263$; | 5) $8 < 12 < 20$; |
| 2) $18 > 10$; | 4) $132 > 95$; | 6) $29 < 30 < 31$. |

- 143.** Запишите в виде неравенства утверждение:
 1) 7 меньше 12; 4) 2 516 меньше 3 939;
 2) 16 больше 13; 5) 5 больше 4, но меньше 6;
 3) 92 больше 43; 6) 40 больше 30, но меньше 50.
- 144.** Сравните числа:
 1) 326 и 362; 6) 72 168 и 72 170;
 2) 483 и 480; 7) 5 716 007 и 5 715 465;
 3) 1 999 и 2 002; 8) 3 654 987 и 3 654 991;
 4) 6 235 и 6 196; 9) 4 398 657 436 и 4 398 659 322;
 5) 21 396 и 21 298; 10) 16 000 023 009 и 16 000 032 000.
- 145.** Сравните числа:
 1) 642 и 624; 5) 1 400 140 и 1 401 400;
 2) 786 и 779; 6) 224 978 и 224 988;
 3) 4 897 и 5 010; 7) 6 130 852 и 6 130 941;
 4) 4 455 и 5 444; 8) 5 287 746 525 и 5 287 736 638.
- 146.** Расположите в порядке возрастания числа: 894, 479, 846, 591, 701.
- 147.** Расположите в порядке убывания числа: 639, 724, 731, 658, 693.
- 148.** Назовите все натуральные числа, которые:
 1) больше 678, но меньше 684;
 2) больше 935, но меньше 940;
 3) больше 2 934 450, но меньше 2 934 454;
 4) больше 12 706, но меньше 12 708;
 5) больше 24 315, но меньше 24 316.
- 149.** Запишите все натуральные числа, которые:
 1) больше 549, но меньше 556;
 2) больше 1 823 236, но меньше 1 823 240;
 3) больше 47 246, но меньше 47 248.
- 150.** Отметьте на координатном луче все натуральные числа, которые:
 1) меньше 12; 2) больше 4, но меньше 10.
- 151.** Запишите цифру, которую можно поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотрите все возможные случаи):
 1) $5\ 26* < 5\ 261$; 3) $7\ 286 < 7\ 2*8$;
 2) $4\ 345 > 4\ 3*8$; 4) $2\ *09 > 2\ 710$.
- 152.** Запишите цифру, которую можно поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотрите все возможные случаи):
 1) $3\ 21* > 3\ 217$; 2) $9\ 3*0 < 9\ 332$.
- 153.** 1) Запишите какое-либо натуральное число, которое больше 473 и меньше 664, содержащее цифру 5 в разряде десятков. Сколько таких чисел можно написать?

2) Запишите какое-либо натуральное число, которое больше 578, но меньше 638, содержащее цифру 6 в разряде сотен. Сколько таких чисел можно написать? Запишите наименьшее и наибольшее из таких чисел.

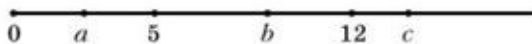
154. Запишите какое-либо натуральное число, которое больше 2 364 и меньше 2 432, содержащее цифру 8 в разряде единиц. Сколько таких чисел можно написать? Запишите наименьшее и наибольшее из таких чисел.

155. На координатном луче отметили числа 5, 12, a , b и c (рис. 64).

Сравните:

- 1) a и 5; 2) 12 и b ; 3) a и 12; 4) c и a .

Рис. 64



156. Маша, Катя, Петя и Дима собирали каждый в свою корзинку грибы. В одной корзинке оказалось 34 гриба, во второй — 58 грибов, в третьей — 76 грибов, в четвертой — 82 гриба. Сколько грибов собрал каждый из них, если Петя собрал больше грибов, чем Дима, но меньше, чем Катя, а Маша меньше, чем Дима?

157. Запишите в виде двойного неравенства утверждение:

- 1) число 7 больше 5 и меньше 10;
 2) число 62 меньше 70 и больше 60;
 3) число 54 меньше 94 и больше 44;
 4) число 128 больше 127 и меньше 129.

158. Запишите в виде двойного неравенства утверждения:

- 1) число 56 больше 52 и меньше 58;
 2) число 258 больше 250 и меньше 261;
 3) число 4 325 меньше 4 400 и больше 4 300;
 4) число 999 999 меньше 1 000 000 и больше 555 558.

159. В записи чисел вместо нескольких цифр поставили звёздочки. Сравните эти числа:

- 1) $43***$ и $48***$; 3) $9*4$ и $9**3$;
 2) $38*$ и $1***$; 4) $6*9$ и $96*$.


160. В записи чисел вместо нескольких цифр поставили звёздочки. Сравните эти числа:

- 1) $35* ***$ и $32* ***$; 2) $* *68$ и $86*$.

- 161.** Сравните:
- 1) 2 км и 1 968 м;
 - 2) 4 дм и 4 м;
 - 3) 3 км 94 м и 3 126 м;
 - 4) 712 кг и 8 ц;
 - 5) 15 т и 35 ц;
 - 6) 6 ц 23 кг и 658 кг;
 - 7) 4 т 275 кг и 42 ц 75 кг;
 - 8) 5 т 7 ц 36 кг и 5 т 863 кг;
 - 9) 8 т и 81 ц;
 - 10) 83 дм 7 см и 8 м 30 см.
- 162.** Сравните:
- 1) 6 892 м и 7 км;
 - 2) 8 см и 8 дм;
 - 3) 4 км 43 м и 4 210 м;
 - 4) 27 дм 3 см и 270 см;
 - 5) 9 ц и 892 кг;
 - 6) 2 ц 86 кг и 264 кг;
 - 7) 3 т 248 кг и 32 ц 84 кг;
 - 8) 12 т 2 кг и 120 ц 2 кг.



Упражнения для повторения

- 163.** Вычислите:
- 1) $936 : 24 - 2\ 204 : 58$;
 - 2) $5\ 481 : 27 + 23 \cdot 27$;
 - 3) $3\ 000 - (1\ 085 - 833) : 42$;
 - 4) $(1\ 248 + 652) \cdot (1\ 423 - 1\ 373)$.
- 164.** Из 24 м ткани можно сшить семь одинаковых платьев. Сколько таких платьев можно сшить из 48 м этой ткани?
-  **165.** Знаменитый университет Сорбонна, находящийся в Париже (Франция), основан в 1215 г. Он основан на 6 лет позже Кембриджского университета (Великобритания) и на 540 лет раньше Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Определите год основания: 1) Кембриджского университета; 2) Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Сколько лет исполняется в этом году Новосибирскому государственному университету, если Кембриджский университет основан раньше него на 750 лет?



Университет Сорбонна



Кембриджский университет



МГУ им. М. В. Ломоносова



Новосибирский государственный университет

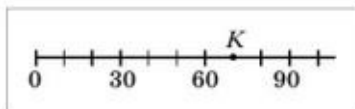
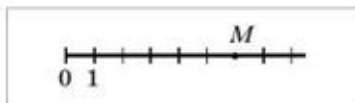
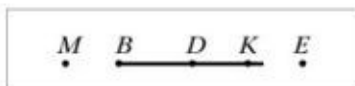
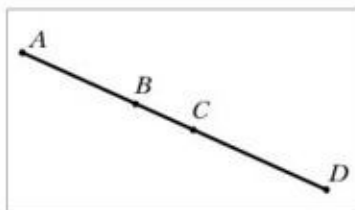


Задача от мудрой совы

- 166.** Семь гномов собрали вместе 28 грибов. Все они собрали разное количество грибов, и ни у кого не оказалось пустой корзинки. Сколько грибов собрал каждый гном?

Задание № 1 «Проверьте себя» в тестовой форме

1. Какое число в натуральном ряду является предыдущим числу 5 100?
 А) 5 009 Б) 5 939 В) 5 099 Г) 5 199
2. Сколько чисел стоит в натуральном ряду между числами 31 и 82?
 А) 48 Б) 49 В) 50 Г) 51
3. Какая цифра записана в разряде десятков класса тысяч числа 243 786?
 А) 2 Б) 4 В) 3 Г) 8
4. Как записывают цифрами число два миллиона двадцать тысяч двести?
 А) 2 020 200 Б) 2 002 200
 В) 2 200 200 Г) 2 200 020
5. Чему равна длина отрезка AD , изображённого на рисунке, если $AC = 18$ см, $BD = 20$ см, $BC = 6$ см?
 А) 38 см Б) 28 см
 В) 32 см Г) 26 см
6. Какая из отмеченных точек не принадлежит лучу BD , изображённому на рисунке?
 А) B В) M
 Б) E Г) K
7. Чему равна координата точки M , изображённой на рисунке?
 А) 5 В) 7
 Б) 6 Г) 8
8. Чему равна координата точки K , изображённой на рисунке?
 А) 70 В) 80
 Б) 75 Г) 85
9. Какую из данных цифр можно подставить вместо звёздочки в запись $1\ 472 > 1\ 4*4$, чтобы образовалось верное неравенство?
 А) 8 Б) 7 В) 6 Г) 9
10. Сколько натуральных чисел расположено на координатном луче левее числа 15?
 А) 13 Б) 14 В) 15 Г) бесконечно много



11. Дома на улице пронумерованы подряд числами от 1 до 25. Сколько раз цифра 2 встречается в нумерации?
А) 5 Б) 7 В) 8 Г) 9
12. Укажите верное неравенство:
А) 6 ц < 598 кг В) 2 км 85 м > 2 122 м
Б) 7 ц 32 кг > 723 кг Г) 1 км 42 м > 1 200 м

Итоги главы 1

Натуральные числа

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 и т. д., используемые при счёте предметов, называют натуральными.

Свойство длины отрезка

Если на отрезке AB отметить точку C , то длина отрезка AB равна сумме длин отрезков AC и CB .

Равные отрезки

Два отрезка называют равными, если они совпадают при наложении.

Свойство прямой

Через две точки проходит только одна прямая.

Сравнение натуральных чисел

- Число 0 меньше любого натурального числа.
- Из двух натуральных чисел, имеющих разное количество цифр, бóльшим является то, у которого количество цифр больше.
- Из двух натуральных чисел с одинаковым количеством цифр бóльшим является то, у которого больше первая (при чтении слева направо) из неодинаковых цифр.

Глава 2. Сложение и вычитание натуральных чисел

Изучив материал этой главы, вы расширите свои знания о способах и свойствах сложения и вычитания натуральных чисел. Познакомитесь с числовыми и буквенными выражениями, а также с геометрической фигурой — углом и способом его измерения.

Научитесь составлять числовые и буквенные выражения по условию задачи.

Узнаете, какие фигуры называют многоугольниками, какие бывают виды четырёхугольников и треугольников.

§ 7. Сложение натуральных чисел. Свойства сложения

Чтобы сложить числа 5 и 2, можно к числу 5 прибавить 1 и к полученному числу 6 ещё раз прибавить 1. Имеем: $5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$. Но так вы складывали числа, когда были маленькими. Сейчас вы не задумываясь по памяти пишете: $2 + 7 = 9$, $6 + 3 = 9$, $2 + 8 = 10$, $8 + 7 = 15$ и т. д., т. е. знаете наизусть таблицу сложения однозначных чисел.

Почему удобно складывать многозначные числа в столбик? Сложим, например, числа 3 853 164 и 2 700 503:

	3	8	5	3	1	6	4
+	2	7	0	0	5	0	3
	6	5	5	3	6	6	7

При таком *порядном* сложении вычисления приходится проводить только с однозначными числами, что не вызывает затруднений.

Напомним, что в равенстве $a + b = c$ числа a и b называют **слагаемыми**, число c и запись $a + b$ — **суммой**. Здесь буквами обозначены числа. Подробнее об использовании букв при записи выражений будет сказано в § 9.

Вам хорошо известно **переместительное свойство** сложения.

 **От перестановки слагаемых сумма не меняется.**

В буквенном виде это свойство записывают так:

$$a + b = b + a$$

Как удобнее вычислить сумму $(64 + 23) + 77$?

Скорее всего, вы поступите так:

$$(64 + 23) + 77 = 64 + (23 + 77) = 64 + 100 = 164.$$

Здесь мы воспользовались **сочетательным свойством** сложения.



Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.



В буквенном виде это свойство записывают так:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Из свойств сложения следует, что **при сложении нескольких чисел слагаемые можно менять местами и заключать их в скобки, тем самым определяя порядок вычислений.**

Например, верны равенства:

$$a + b + c = c + b + a,$$

$$2 + 3 + 7 + 8 = (2 + 8) + (7 + 3).$$

При сложении число 0 обладает особым свойством: *если одно из двух слагаемых равно нулю, то сумма равна другому слагаемому:*

$$\begin{aligned} a + 0 &= a, \\ 0 + a &= a \end{aligned}$$

Пример 1. Упростите выражение $136 + (a + 214)$.

Решение. Используя переместительное и сочетательное свойства сложения, получаем:

$$136 + (a + 214) = 136 + (214 + a) = (136 + 214) + a = 350 + a. \blacktriangleleft$$

Пример 2. Найдите сумму 7 мин 44 с + 5 мин 38 с.

Решение. Учитывая, что 1 мин = 60 с, имеем:

$$\begin{aligned} 7 \text{ мин } 44 \text{ с} + 5 \text{ мин } 38 \text{ с} &= 7 \text{ мин} + 44 \text{ с} + 5 \text{ мин} + 38 \text{ с} = \\ &= (7 \text{ мин} + 5 \text{ мин}) + (44 \text{ с} + 38 \text{ с}) = 12 \text{ мин} + 82 \text{ с} = \\ &= 12 \text{ мин} + 60 \text{ с} + 22 \text{ с} = 12 \text{ мин} + 1 \text{ мин} + 22 \text{ с} = 13 \text{ мин } 22 \text{ с}. \blacktriangleleft \end{aligned}$$



1. Как в равенстве $a + b = c$ называют число a ? Число b ? Число c ? Выражение $a + b$?
2. Сформулируйте переместительное свойство сложения.
3. Как записывают в буквенном виде переместительное свойство сложения?
4. Сформулируйте сочетательное свойство сложения.
5. Как записывают в буквенном виде сочетательное свойство сложения?
6. Каким свойством обладает число 0 при сложении?





Решаем устно

- Вычислите:

1) $23 + 17$;	4) $30 - 13$;	7) $12 \cdot 4$;	10) $72 : 8$;
2) $230 + 17$;	5) $300 - 130$;	8) $12 \cdot 40$;	11) $720 : 8$;
3) $23 + 170$;	6) $300 - 13$;	9) $120 \cdot 40$;	12) $720 : 80$.
- Назовите два последовательных натуральных числа, сумма которых равна 91.
- Назовите двузначное число, сумма цифр которого равна наибольшему однозначному числу. Сколько существует таких чисел?



Упражнения

- Найдите сумму:

1) $14\ 238 + 18\ 345$;	5) $295\ 361 + 475\ 829$;
2) $25\ 726 + 46\ 177$;	6) $28\ 177\ 246 + 42\ 989\ 511$;
3) $32\ 662 + 4\ 879$;	7) $2\ 713\ 486 + 733\ 982$;
4) $7\ 892 + 34\ 608$;	8) $75\ 392\ 867\ 428 + 9\ 671\ 635\ 803$.
- Выполните сложение:

1) $47\ 586 + 4\ 705$;	4) $228\ 637 + 5\ 428\ 735$;
2) $68\ 638 + 54\ 382$;	5) $59\ 462\ 181\ 428 + 4\ 740\ 582\ 804$;
3) $114\ 931 + 209\ 596$;	6) $12\ 814 + 1\ 256\ 064 + 9\ 787$.
- Аня и Коля решали задачи. Коля решил 26 задач, а Аня — на 16 задач больше. Сколько задач решили Коля и Аня вместе?
- Миша купил книгу за 170 р., что на 12 р. меньше, чем заплатил Петя за свою новую книгу. Сколько рублей заплатили за книги Миша и Петя вместе?
- Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $(42 + 37) + 58$;	5) $183 + 732 + 268 + 317$;
2) $29 + (98 + 71)$;	6) $339 + 584 + 416 + 661$;
3) $(215 + 818) + 785$;	7) $(15\ 083 + 1\ 458) + (4\ 917 + 6\ 542)$;
4) $634 + (458 + 166)$;	8) $(1\ 654 + 18\ 135) + (7\ 346 + 11\ 865)$.
- Используйте свойства сложения при вычислении суммы:

1) $(146 + 322) + 178$;	3) $625 + 481 + 75 + 219$;
2) $784 + (179 + 116)$;	4) $427 + 88 + 273 + 112$.
- Стена Московского Кремля состоит из трёх участков: южного, восточного и западного. Длина южного участка составляет 685 м, что на 45 м меньше длины восточного. Длина западного участка на 135 м больше длины южного. Сколько метров составляет общая длина стен Московского Кремля?

174. У Иры в коллекции есть 26 марок, посвящённых историческим событиям, а также марки, посвящённые архитектуре и спорту. Марок по архитектуре у неё на 15 больше, чем по истории, и на 14 меньше, чем на спортивную тему. Сколько марок в коллекции у Иры?
175. На одной полке было 17 книг, на второй — на 18 книг больше, чем на первой, а на третьей — на 6 книг больше, чем на первой и второй вместе. Сколько всего книг было на трёх полках?
176. Отправившись в велосипедный поход, группа туристов в первый день проехала 42 км, что на 12 км меньше, чем во второй, а в третий — на 4 км больше, чем в первый и второй вместе. Сколько километров проехали туристы за три дня?
177. Упростите выражение:
- | | |
|----------------------------|--|
| 1) $(74 + x) + 38$; | 5) $(b + 457) + (143 + 872)$; |
| 2) $238 + (a + 416)$; | 6) $(2\ 235 + c) + (4\ 671 + 1\ 765)$; |
| 3) $y + 324 + 546$; | 7) $(1\ 696 + 3\ 593) + (p + 1\ 304)$; |
| 4) $2\ 753 + m + 4\ 199$; | 8) $(5\ 432 + 8\ 951) + (4\ 568 + a + 1\ 049)$. |
178. Упростите выражение:
- | | |
|-----------------------|----------------------------|
| 1) $(56 + a) + 14$; | 3) $805 + x + 195$; |
| 2) $342 + (b + 58)$; | 4) $m + 4\ 563 + 1\ 837$. |
179. Дядя Фёдор выехал из города в Простоквашино в 15 ч 40 мин и потратил на дорогу 3 ч 50 мин. В котором часу дядя Фёдор приехал в Простоквашино?



180. Поезд отправляется от станции А в 9 ч 57 мин и прибывает на станцию В через 2 ч 36 мин. В котором часу поезд прибывает на станцию В?

181. 1) Как изменится сумма, если одно из слагаемых увеличить на 12?
 2) Как изменится сумма, если одно из слагаемых увеличить на 23, а второе — на 17?
 3) Как изменится сумма, если одно из слагаемых уменьшить на 34?
 4) Как изменится сумма, если одно из слагаемых уменьшить на 16, а второе — на 9?
 5) Как изменится сумма, если одно из слагаемых увеличить на 28, а второе уменьшить на 15?
 6) Одно из слагаемых увеличили на 3. На сколько надо увеличить второе слагаемое, чтобы сумма увеличилась на 14?
 7) Одно из слагаемых увеличили на 8. Как надо изменить второе слагаемое, чтобы сумма: а) увеличилась на 3; б) уменьшилась на 5?

182. Найдите сумму:

- 1) 76 м 39 см + 41 м 58 см; 5) 12 ч 24 мин + 9 ч 18 мин;
 2) 4 км 238 м + 3 км 474 м; 6) 35 мин 17 с + 16 мин 35 с;
 3) 64 м 86 см + 27 м 45 см; 7) 18 ч 42 мин + 14 ч 29 мин;
 4) 16 км 527 м + 37 км 783 м; 8) 53 мин 32 с + 44 мин 56 с.

183. Найдите сумму:

- 1) 4 дм 6 см + 5 дм 8 см; 4) 2 т 4 ц 56 кг + 9 т 6 ц 48 кг;
 2) 8 м 5 см + 6 м 96 см; 5) 3 ч 48 мин + 2 ч 26 мин;
 3) 12 км 29 м + 24 км 92 м; 6) 25 мин 17 с + 7 мин 54 с.

184. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы сложение было выполнено верно:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{r} 17 * 6 \\ + 4 * 5 * \\ \hline * 0 8 2 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{r} 253 * \\ + * 7 9 * 8 \\ \hline 4 * * 9 7 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \begin{array}{r} 8 * 5 6 \\ + * 3 6 * 7 \\ \hline 2 1 9 * \\ \hline 6 * 0 9 3 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4) \quad \begin{array}{r} * * \\ + * * \\ \hline 1 9 7 \end{array}
 \end{array}$$

185. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы сложение было выполнено верно:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{r} * 6 2 * \\ + 8 4 * 7 \\ \hline * 2 * 6 2 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \begin{array}{r} 2 9 4 * \\ + * 7 6 * 1 \\ \hline 6 * * 2 4 \end{array}
 \end{array}$$

186. Не выполняя вычислений, расположите данные суммы в порядке возрастания:

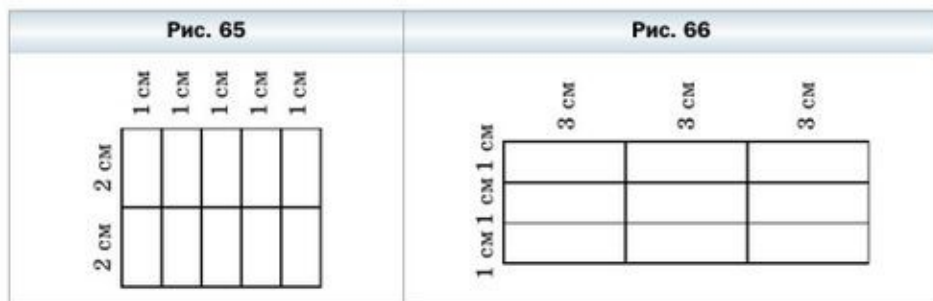
$$\begin{array}{lll}
 782 + 659; & 782 + 943; & 288 + 659; \\
 943 + 1\,105; & 129 + 288; & 1\,105 + 2\,563.
 \end{array}$$

187. Найдите сумму наиболее удобным способом:

$$\begin{array}{ll}
 1) 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10; & 2) 1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100.
 \end{array}$$



188. 1) На сколько сумма $1 + 3 + 5 + \dots + 99$ меньше, чем сумма $2 + 4 + 6 + \dots + 100$?
 2) Какая из сумм $1 + 3 + 5 + \dots + 2\,001$ и $2 + 4 + 6 + \dots + 2\,000$ больше и на сколько?
189. В записи $4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4$ поставьте между некоторыми цифрами знак «+» так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 500.
190. Замените звёздочки числами так, чтобы сумма любых трёх соседних чисел была равна 20: $7, *, *, *, *, *, *, 9$.
191. Слава разрезал проволоку на кусочки и составил фигуру, изображённую на рисунке 65. Мог ли Слава разрезать эту же проволоку так, чтобы составить фигуру, изображённую на рисунке 66?



Упражнения для повторения

192. Отметьте на координатном луче натуральные числа, которые больше 6, но меньше 12.
193. Запишите все шестизначные числа, которые больше 999 888 и оканчиваются цифрой 5.
194. Скоростной поезд прошёл 24 км за 4 ч. На обратном пути он увеличил скорость на 2 км/ч. Сколько времени он потратил на обратный путь?
195. Вася старше своей сестры Светы на 5 лет. На сколько лет он будет старше Светы через 7 лет?



Задача от мудрой совы

196. Можно ли таблицу из пяти строк и шести столбцов заполнить натуральными числами так, чтобы сумма чисел каждой строки была равна 30, а сумма чисел каждого столбца — 20?

§ 8. Вычитание натуральных чисел

Действие вычитания определяют, используя действие сложения. Например, вычесть из числа 17 число 5 — это означает найти такое число, которое в сумме с числом 5 даёт число 17. Поскольку $5 + 12 = 17$, то $17 - 5 = 12$.

Вообще, равенство $a - b = c$ верно, если верно равенство $b + c = a$.

Рассмотрим ещё несколько примеров:

$$173 - 89 = 84, \text{ так как } 89 + 84 = 173;$$

$$2\ 368 - 572 = 1\ 796, \text{ так как } 572 + 1\ 796 = 2\ 368.$$

Напомним, что в равенстве $a - b = c$ число a называют **уменьшаемым**, число b — **вычитаемым**, число c и запись $a - b$ — **разностью**.

Разность $a - b$ показывает, на сколько число a больше числа b или на сколько число b меньше числа a .

При вычитании число 0 обладает особым свойством. Если вычитаемое равно нулю, то разность равна уменьшаемому:

$$a - 0 = a$$

Справедливым является и такое свойство. Если уменьшаемое и вычитаемое равны, то разность равна нулю:

$$a - a = 0$$

Эти равенства легко проверить с помощью сложения.

Пример 1. Длина реки Волги составляет 3 531 км. Длина реки Енисей на 44 км меньше длины Волги и на 663 км больше длины реки Амур. Найдите длины рек Енисей и Амур.

Решение. 1) $3\ 531 - 44 = 3\ 487$ (км) — длина Енисея.

2) $3\ 487 - 663 = 2\ 824$ (км) — длина Амура.

Ответ: 3 487 км, 2 824 км. ◀

Пример 2. Вычислите: $428 - (128 + 126)$.

Решение. Имеем: $428 - (128 + 126) = 428 - 254 = 174$. ◀

Вычисления можно было провести иначе, воспользовавшись правилом вычитания суммы из числа.



Чтобы из числа вычесть сумму двух слагаемых, можно из этого числа вычесть одно из слагаемых и потом из результата вычесть другое слагаемое.



Имеем: $428 - (128 + 126) = (428 - 128) - 126 = 300 - 126 = 174$.

Пример 3. Вычислите: $(619 + 282) - 319$.

Решение. Имеем: $(619 + 282) - 319 = 901 - 319 = 582$. ◀

Вычисления можно было провести иначе, воспользовавшись правилом вычитания числа из суммы.



Чтобы из суммы двух слагаемых вычесть число, можно вычесть это число из одного из слагаемых (если это слагаемое больше или равно вычитаемому) и потом к результату прибавить другое слагаемое.

Имеем: $(619 + 282) - 319 = (619 - 319) + 282 = 300 + 282 = 582$.

Заметим, что, например, к выражению $(17 + 19) - 25$ приведённое правило применить нельзя, поскольку в сумме $17 + 19$ каждое из слагаемых меньше, чем 25.

Пример 4. Найдите разность 9 ч 8 мин – 2 ч 26 мин.

Решение. Имеем:

$$9 \text{ ч } 8 \text{ мин} - 2 \text{ ч } 26 \text{ мин} = 8 \text{ ч } 68 \text{ мин} - 2 \text{ ч } 26 \text{ мин} = 6 \text{ ч } 42 \text{ мин}.$$

При вычислениях были использованы правила вычитания суммы из числа и вычитания числа из суммы.

$$\begin{aligned} \text{Имеем: } & 8 \text{ ч } 68 \text{ мин} - 2 \text{ ч } 26 \text{ мин} = 8 \text{ ч } 68 \text{ мин} - (2 \text{ ч} + 26 \text{ мин}) = \\ & = (8 \text{ ч } 68 \text{ мин} - 2 \text{ ч}) - 26 \text{ мин} = ((8 \text{ ч} + 68 \text{ мин}) - 2 \text{ ч}) - 26 \text{ мин} = \\ & = ((8 \text{ ч} - 2 \text{ ч}) + 68 \text{ мин}) - 26 \text{ мин} = (6 \text{ ч} + 68 \text{ мин}) - 26 \text{ мин} = \\ & = 6 \text{ ч} + (68 \text{ мин} - 26 \text{ мин}) = 6 \text{ ч} + 42 \text{ мин} = 6 \text{ ч } 42 \text{ мин}. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$



1. Что означает вычесть из числа a число b ?
2. Как в равенстве $a - b = c$ называют число a ? Число b ? Число c ? Выражение $a - b$?
3. Что показывает разность $a - b$?
4. Чему равна разность двух чисел, если вычитаемое равно нулю?
5. Чему равна разность двух равных чисел?
6. Как из числа можно вычесть сумму двух слагаемых?
7. Как из суммы двух слагаемых можно вычесть число?



Решаем устно

1. Увеличьте сумму чисел 24 и 18 на 36.
2. Удвойте сумму чисел 418 и 232.
3. Найдите треть суммы чисел 103 и 47.
4. В коробке лежали синие и зелёные карандаши. Зелёных карандашей было 19, что на 17 меньше, чем синих. Сколько всего карандашей было в коробке?

5. Сумма номеров трёх соседних домов, стоящих на одной стороне улицы, равна 30. Какие номера имеют эти дома?
6. Есть два ведра ёмкостью 9 л и 4 л. Как, пользуясь ими, можно налить в кадку 6 л воды?



Упражнения

197. Найдите разность:

- 1) $27\ 146 - 24\ 317$; 5) $524\ 278 - 344\ 929$;
 2) $12\ 030 - 11\ 164$; 6) $46\ 000\ 185 - 8\ 123\ 456$;
 3) $82\ 314 - 78\ 425$; 7) $72\ 430\ 034 - 23\ 082\ 408$;
 4) $56\ 789 - 9\ 876$; 8) $1\ 000\ 000\ 000 - 637\ 891\ 452$.

198. Найдите разность:

- 1) $35\ 476 - 24\ 839$; 4) $372\ 894 - 216\ 156$;
 2) $46\ 002 - 28\ 396$; 5) $38\ 020\ 301 - 18\ 479\ 563$;
 3) $60\ 015 - 7\ 428$; 6) $537\ 866\ 285 - 496\ 707\ 539$.

199. На сколько:

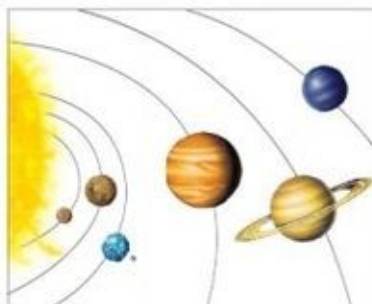
- 1) число 4 328 меньше, чем число 21 514;
 2) число 258 143 больше, чем число 164 275?

200. На сколько:

- 1) число 34 725 больше, чем число 28 816;
 2) число 16 546 меньше, чем число 56 289?

201. В таблице приведены максимальные расстояния от Солнца до некоторых планет Солнечной системы.


Меркурий	57 910 000 км
Венера	108 210 000 км
Земля	149 600 000 км
Юпитер	816 355 600 км
Сатурн	1 506 750 000 км
Уран	3 007 665 000 км



Найдите, на сколько километров:

- 1) Земля расположена ближе к Солнцу, чем Сатурн;
 2) Уран расположен дальше от Солнца, чем Меркурий.

202. В Российской Федерации 1 209 посёлков городского типа, а городов — на 96 меньше. Сколько всего городов и посёлков городского типа в Российской Федерации?

203. Увлёкшись грибной охотой, пёс Шарик в первый день собрал 73 гриба, что на 16 грибов больше, чем во второй день. Сколько всего грибов собрал Шарик за два дня?
204. В августе корова Звёздочка дала 278 л молока, а в сентябре — на 26 л меньше. Сколько всего литров молока дала корова Звёздочка за эти два месяца?
-  205. Площадь Швеции равна 450 000 км², что на 242 000 км² больше площади Белоруссии, которая на 130 000 км² меньше площади Финляндии. Сколько квадратных километров составляет площадь Финляндии?
206. Вычислите:
 1) $25\,375 + 16\,686 - 21\,239$;
 2) $(7\,829 - 5\,878) - (20\,000 - 18\,453)$;
 3) $(5\,689 - 3\,458 + 1\,723) - (25\,002 - 24\,848) + 2\,967$.
207. Вычислите:
 1) $84\,218 - 57\,134 + 34\,615$;
 2) $(44\,516 - 17\,398) - (14\,259 + 12\,262)$;
 3) $(6\,754 + 2\,853 - 1\,508) - (29\,006 - 27\,999) + 5\,818$.
208. Дорогу из Орла в Дубки построили за три месяца. За первый месяц построили часть дороги длиной 21 км, за второй — на 8 км меньше, чем за первый. Всего за первые два месяца было построено на 13 км больше, чем за третий. Какова длина дороги из Орла в Дубки?
209. Денис, Дмитрий и Николай сдали на завод сахарную свёклу. Денис сдал 56 ц свёклы, что на 18 ц больше, чем Дмитрий. Вместе они сдали на 28 ц свёклы больше, чем Николай. Сколько всего центнеров сахарной свёклы они сдали?
210. Во время Великой Отечественной войны за 1942, 1943 и 1944 годы было произведено 84 800 боевых самолётов. В 1943 году было произведено 29 900 самолётов, что на 8 200 самолётов больше, чем в 1942 году. Сколько самолётов было произведено в 1944 году?
211. Щукин, Карпов и Сомов отправились на рыбалку. Вместе они поймали 192 карася, причём Щукин поймал 53 карася, что на 15 больше, чем поймал Карпов. Сколько карасей поймал Сомов?
212. Царевны Елена, Катерина и Марья пряли пряжу. У Елены и Катерины получилось вместе 112 м пряжи, а у Катерины и Марьи — 193 м. Сколько метров пряжи спряла каждая царевна, если всего её получилось 240 м?
213. Расстояние между Тридевятым царством и Тридесатым государством, которое составляет 365 вёрст, Емеля преодолел на своей печи за три дня. (Верста — старинная русская мера длины, равная при-

близительно 1 067 м.) За первые два дня он проехал 246 вёрст, а за первый и третий — 268 вёрст. Сколько вёрст проезжала печь каждый день?



- 214.** Маша посчитала выращенные ею цветы. Георгинов и роз оказалось 78, а остальные цветы составляли гладиолусы, причём гладиолусов было на 9 меньше, чем роз. Сколько цветов каждого вида вырастила Маша, если всего их было 124?
- 215.** Коля собирал модели автомобилей, самолётов и пароходов, причём автомобилей и самолётов у него было 56 моделей, а самолётов — на 12 моделей больше, чем пароходов. Сколько моделей каждого вида было у Коли, если всего его коллекция насчитывала 82 модели?
- 216.** Проверьте, верно ли неравенство:
 1) $24\ 017 - 15\ 035 < 12\ 386 - 2\ 987$;
 2) $1\ 674 - (673 + 437) > 1\ 885 - (648 + 664)$.
- 217.** Проверьте, верно ли неравенство
 $6\ 011 - (1\ 539 - 438) < 5\ 791 - (2\ 418 - 1\ 336)$.
- 218.** Поезд отправляется от станции *A* в 7 ч 37 мин и в тот же день прибывает на станцию *B* в 9 ч 12 мин. Сколько времени поезд едет от станции *A* до станции *B*?
- 219.** Поезд отправляется от станции *A* и в тот же день прибывает на станцию *B* в 15 ч 20 мин. В котором часу поезд отправляется от станции *A*, если путь от *A* до *B* занимает 6 ч 48 мин?
- 220.** Найдите разность:
- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) 76 м 39 см – 41 м 24 см; | 5) 12 ч 24 мин – 9 ч 18 мин; |
| 2) 64 м 45 см – 27 м 86 см; | 6) 18 мин 42 с – 14 мин 29 с; |
| 3) 22 км 527 м – 17 км 783 м; | 7) 35 мин 17 с – 15 мин 35 с; |
| 4) 4 км 238 м – 3 км 474 м; | 8) 53 ч 32 мин – 44 ч 56 мин. |

221. Найдите разность:

1) $3 \text{ дм } 2 \text{ см} - 2 \text{ дм } 6 \text{ см};$

2) $54 \text{ м } 18 \text{ см} - 27 \text{ м } 35 \text{ см};$

3) $3 \text{ кг } 26 \text{ г} - 1 \text{ кг } 920 \text{ г};$

4) $4 \text{ км } 8 \text{ м} - 1 \text{ км } 19 \text{ м};$

5) $8 \text{ т } 6 \text{ ц } 25 \text{ кг} - 4 \text{ т } 8 \text{ ц } 74 \text{ кг};$

6) $16 \text{ ч } 26 \text{ мин} - 9 \text{ ч } 52 \text{ мин};$

7) $10 \text{ мин } 4 \text{ с} - 5 \text{ мин } 40 \text{ с};$

8) $2 \text{ ч } 36 \text{ мин } 16 \text{ с} - 5 \text{ мин } 35 \text{ с}.$

222. Как изменится разность, если:

1) уменьшаемое увеличить на 8;

2) уменьшаемое уменьшить на 4;

3) вычитаемое увеличить на 7;

4) вычитаемое уменьшить на 5;

5) уменьшаемое увеличить на 10, а вычитаемое — на 6;

6) уменьшаемое увеличить на 9, а вычитаемое — на 12;

7) уменьшаемое уменьшить на 14, а вычитаемое — на 9;

8) уменьшаемое уменьшить на 7, а вычитаемое — на 11;

9) уменьшаемое увеличить на 16, а вычитаемое уменьшить на 8;

10) уменьшаемое увеличить на 3, а вычитаемое уменьшить на 6;

11) уменьшаемое уменьшить на 20, а вычитаемое увеличить на 15;

12) уменьшаемое уменьшить на 10, а вычитаемое увеличить на 30?

223. 1) Уменьшаемое увеличили на 2. Как надо изменить вычитаемое, чтобы разность:

а) уменьшилась на 12;

г) увеличилась на 2;

б) увеличилась на 6;

д) не изменилась;

в) уменьшилась на 2;

е) увеличилась на 1?

2) Вычитаемое уменьшили на 8. Как надо изменить уменьшаемое, чтобы разность:

а) увеличилась на 3;

г) уменьшилась на 10;

б) уменьшилась на 5;

д) увеличилась на 8;

в) увеличилась на 4;

е) не изменилась?

224. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы вычитание было выполнено верно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad _ * * * * \\ \quad \quad _ * * * \\ \hline \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad _ 7 2 * * \\ \quad \quad _ * 3 5 9 \\ \hline \quad \quad \quad 2 * 1 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \quad _ * 0 0 * 0 0 \\ \quad \quad \quad _ * 2 7 * * \\ \hline \quad \quad \quad \quad 5 * 1 4 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad _ * 6 5 * * \\ \quad \quad _ * 1 7 2 \\ \hline \quad \quad \quad 7 7 * 6 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad _ * 9 4 * 7 6 \\ \quad \quad _ 1 * 7 8 * 9 \\ \hline \quad \quad \quad 1 3 * 8 0 * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \quad _ 5 * 5 * 5 * 5 \\ \quad \quad \quad _ 4 8 4 8 4 * \\ \hline \quad \quad \quad \quad 8 * 8 * 8 7 \end{array}$$

225. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы вычитание было выполнено верно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad * 5 6 7 * \\ \quad * 9 * 7 \\ \hline 8 6 * 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad * * 5 * 2 \\ \quad 7 * 1 * \\ \hline 7 6 7 4 6 \end{array}$$

226. На остановке из троллейбуса вышло 15 пассажиров, а вошло — 8. На следующей остановке вышло 6 пассажиров и вошло — 12. Сколько пассажиров было в троллейбусе до первой остановки, если после второй их стало 31?

227. Между завтраком и обедом Женя съел 7 слив, которые лежали в тарелке. После обеда мама положила туда ещё 14 слив. Между обедом и ужином Женя съел 9 слив. После ужина мама положила в тарелку ещё 5 слив, и в ней стало 20 слив. Сколько слив было в тарелке сначала?

228. В первый день Василий собрал в своём саду 26 ящиков яблок, а во второй — 14 таких же ящиков яблок. Сколько килограммов яблок собрал Василий в первый день и сколько — во второй, если во второй день он собрал на 192 кг меньше, чем в первый?

229. Один поезд находился в пути 7 ч, а второй — 13 ч. Второй поезд проехал на 360 км больше, чем первый. Сколько километров проехал каждый поезд, если они двигались с одинаковой скоростью?

230. Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $(412 + 116) - 112$; 5) $844 - (244 + 318)$;

2) $(593 + 675) - 275$; 6) $729 - (396 + 229)$;

3) $(792 + 301) - 201$; 7) $393 - (193 + 155)$;

4) $(987 + 614) - 187$; 8) $672 - (202 + 172)$.

231. Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:

1) $(176 + 343) - 243$; 4) $1\,287 - (487 + 164)$;

2) $(684 + 915) - 484$; 5) $971 - (235 + 371)$;

3) $(259 + 101) - 59$; 6) $5\,393 - (1\,393 + 158)$.

232. Упростите выражение:

1) $(35 + x) - 15$; 4) $96 - (m + 48)$;

2) $(432 + b) - 265$; 5) $516 - (216 + x)$;


3) $(a + 636) - 129$; 6) $444 - (y + 58)$.

233. Упростите выражение:

1) $(a + 546) - 328$; 4) $272 - (125 + y)$;

2) $(c + 961) - 592$; 5) $925 - (p + 735)$;

3) $(151 + b) - 109$; 6) $707 - (n + 534)$.

-  **234.** Заполните имеющиеся пропуски в таблице, в которой приведены данные о выступлениях российских школьников на международных математических олимпиадах в 2006–2015 гг.

Место проведения	Год	Медали			
		золотые	серебряные	бронзовые	Итого
Словения	2006	3		0	6
Вьетнам	2007	5	1	0	
Испания	2008		0	0	6
Германия	2009	5	1		6
Казахстан	2010	4		0	6
Нидерланды	2011		4		6
Аргентина	2012	4	2	0	
Колумбия	2013	4		0	6
ЮАР	2014	3		0	6
Таиланд	2015			0	6
Всего медалей		36		0	

- 235.** В двузначном числе 6 десятков. Между цифрами этого числа вписали цифру 0. На сколько полученное трёхзначное число больше, чем данное двузначное?



- 236.** В записи 1 2 3 4 5 6 7 8 9 поставьте между некоторыми цифрами знак «+» или знак «-» так, чтобы в результате арифметических действий получилось число 100.



Упражнения для повторения

- 237.** Выполните действия:

1) $25 \cdot (63 - 741 : 19)$;

2) $(900 - 7\,218 : 9) \cdot 12$;

3) $3\,926 : 13 \cdot 8 + 2\,584$;

4) $690 - 2\,944 : 64 \cdot 15$.

238. На отрезке AB отметили точку C . Расстояние между серединами отрезков AC и BC составляет 12 см. Какова длина отрезка AB ?
239. Начертите координатный луч и отметьте на нём точки A (1), B (7), C (3), D (9). На этом же луче отметьте точки, которые удалены от точки B : 1) на три единичных отрезка; 2) на восемь единичных отрезков. Найдите координаты этих точек.



Задача от мудрой совы

240. Во сколько раз путь по лестнице с первого этажа на десятый длиннее, чем путь с первого этажа на второй?

§ 9. Числовые и буквенные выражения. Формулы

Как найти периметр прямоугольника, стороны которого равны 3 см и 5 см (рис. 67)?

Отвечая на этот вопрос, вы можете сделать такую запись: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

Такая запись представляет собой **числовое выражение**.

Приведём ещё несколько примеров числовых выражений: $12 : 4 - 1$; $(5 + 17) + 11$; $(19 - 7) \cdot 3$. Эти выражения составлены из чисел, знаков арифметических действий и скобок.

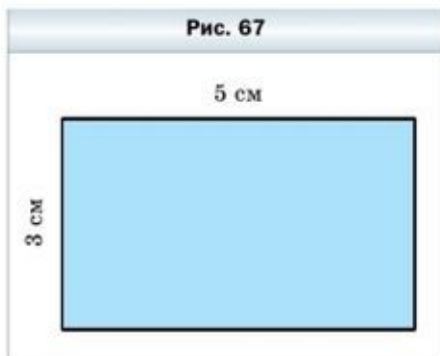
Заметим, что не всякая запись, составленная из чисел, знаков арифметических действий и скобок, является числовым выражением. Например, запись $+) + 3 - (2$ представляет собой бессмысленный набор символов.

Завершив решение задачи о периметре прямоугольника, получим ответ 16 см. В таких случаях говорят, что число 16 является **значением выражения** $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

А чему равен периметр прямоугольника, стороны которого равны 3 см и a см? Ответ можно записать в виде: $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$.

Запись $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$ представляет собой **буквенное выражение**.

Приведём ещё несколько примеров буквенных выражений: $(a + b) + 11$; $5 + 3 \cdot x$; $n : 2 - k \cdot 5$. Эти выражения составлены из чисел, букв, знаков арифметических действий и скобок.



Как правило, в буквенных выражениях знак умножения пишут только между числами. В остальных случаях его опускают. Например, вместо $5 \cdot y$; $m \cdot n$; $2 \cdot (a + b)$ соответственно пишут $5y$, mn , $2(a + b)$.

Пусть стороны прямоугольника равны a см и b см. В этом случае буквенное выражение для нахождения его периметра выглядит так: $2a + 2b$.

Подставим в это выражение вместо букв a и b соответственно числа 3 и 5. Получим числовое выражение $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$, которое мы уже записывали для нахождения периметра прямоугольника. Если же вместо a и b подставить, например, числа 4 и 9, то получим числовое выражение $2 \cdot 4 + 2 \cdot 9$. Вообще, из одного буквенного выражения можно получить бесконечно много числовых выражений.

Обозначим периметр прямоугольника буквой P . Тогда равенство

$$P = 2a + 2b$$

можно использовать для нахождения периметра *любого* прямоугольника. Такие равенства называют **формулами**.

Например, если сторона квадрата равна a , то его периметр вычисляют по формуле

$$P = 4a$$

Равенство

$$s = vt$$

где s — пройденный путь, v — скорость движения, а t — время, за которое пройден путь s , называют **формулой пути**.

Пример 1. Собранные в саду яблоки фермер разложил в пять ящиков по a кг и в b ящиков по 20 кг. Сколько килограммов яблок собрал фермер? Вычислите значение полученного выражения при $a = 18$, $b = 9$.

Решение. В пяти ящиках содержится $5a$ кг яблок, а в b ящиках — $20b$ кг. Всего фермер собрал $(5a + 20b)$ кг яблок.

Если $a = 18$, $b = 9$, то получаем: $5 \cdot 18 + 20 \cdot 9 = 90 + 180 = 270$ (кг).

Ответ: $(5a + 20b)$ кг; 270 кг. ◀

Пример 2. Найдите, пользуясь формулой пути, скорость, с которой поезд прошёл 324 км за 6 ч.

Решение. Поскольку $s = vt$, то $v = s : t$. Тогда можно записать $v = 324 : 6 = 54$ (км/ч).

Ответ: 54 км/ч. ◀

Пример 3. Буратино купил m булочек по 2 сольдо и торт за 5 сольдо. Составьте формулу для вычисления стоимости покупки и найдите эту стоимость, если: 1) $m = 4$; 2) $m = 12$.

Решение. За m булочек Буратино заплатил $2m$ сольдо.

Обозначив стоимость покупки буквой k , получаем формулу $k = 2m + 5$.

1) Если $m = 4$, то $k = 2 \cdot 4 + 5 = 13$;

2) если $m = 12$, то $k = 2 \cdot 12 + 5 = 29$.

Ответ: $k = 2m + 5$; 13 сольдо; 29 сольдо. ◀



1. Опишите, что представляет собой числовое выражение.
2. Опишите, что представляет собой буквенное выражение.
3. Какое равенство называют формулой пути?



Решаем устно

1. Какое число стоит в конце цепочки вычислений?



2. Какое число надо прибавить к 18, чтобы получить 64?
3. Из какого числа надо вычесть 36, чтобы получить 16?
4. Какое число надо вычесть из числа 82, чтобы получить 24?
5. Две черепахи ползут со скоростью 6 м/мин и 4 м/мин. С какой скоростью они отдаляются друг от друга, если ползут в противоположных направлениях?
6. Сначала книга стала дешевле на 24 р., а потом подорожала на 16 р. Как изменилась, увеличилась или уменьшилась, по сравнению с начальной ценой цена книги и на сколько?





Упражнения

241. Прочитайте числовые выражения, используя термины «сумма», «разность», «произведение», «частное»:

1) $12 + 16$;	5) $(238 + 124) - 95$;
2) $39 - 24$;	6) $39 \cdot 16 + 48 \cdot 2$;
3) $18 \cdot 19$;	7) $204 : 6 - 102 : 3$;
4) $98 : 14$;	8) $(53 + 38) \cdot (53 - 38)$.
242. Найдите значение выражения:

1) $56 + 42 : 14 - 7$;	3) $(56 + 42) : 14 - 7$;
2) $(56 + 42) : (14 - 7)$;	4) $56 + 42 : (14 - 7)$.

- 243.** Найдите значение выражения:
- $374 + x$, если $x = 268$;
 - $374 - x$, если $x = 268$;
 - $a + b + 988$, если $a = 714$, $b = 569$;
 - $a - 314 + 625 - c$, если $a = 836$, $c = 442$.
- 244.** Найдите значение выражения:
- $y + 653$, если $y = 894$;
 - $y - 653$, если $y = 894$;
 - $a - b - 569$, если $a = 2\ 316$, $b = 1\ 495$.
- 245.** В классе учатся a мальчиков и 14 девочек. Сколько всего учащихся в этом классе?
- 246.** В саду растёт 158 деревьев, из них a деревьев составляют яблони, а остальные — вишни. Сколько вишнёвых деревьев растёт в саду?
- 247.** За 8 ч самолёт пролетел s км. С какой скоростью летел самолёт?
- 248.** Автомобиль проехал s км со скоростью 65 км/ч. Сколько времени автомобиль был в пути?
- 249.** Найдите по формуле пути расстояние, которое пройдёт поезд за 6 ч, двигаясь со скоростью 67 км/ч.
- 250.** Найдите по формуле пути расстояние, которое проплывёт моторная лодка за 7 ч, двигаясь со скоростью 32 км/ч.
- 251.** Вычислите значение y по формуле $y = 4x - 7$, если: 1) $x = 26$; 2) $x = 15$.
- 252.** Вычислите значение a по формуле $a = 86 - 5b$, если: 1) $b = 17$; 2) $b = 9$.
-  **253.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:
- разность суммы чисел 238 и 416 и числа 519;
 - сумма разности чисел 823 и 374 и разности чисел 3 477 и 3 086;
 - произведение суммы и разности чисел 15 и 12;
 - частное суммы чисел 209 и 193 и разности чисел 42 930 и 42 924.
-  **254.** Составьте числовое выражение и найдите его значение:
- сумма разности чисел 238 и 149 и числа 506;
 - частное суммы и разности чисел 48 и 16;
 - произведение суммы чисел 124 и 126 и разности чисел 313 и 307;
 - разность произведения чисел 32 и 15 и частного чисел 896 и 28.
- 255.** Упростите выражение и найдите его значение:
- $476 + a + 224$, если $a = 221$;
 - $x + 246 - 46$, если $x = 137$;
 - $973 - 243 - y$, если $y = 258$.
- 256.** Упростите выражение и найдите его значение:
- $2\ 318 + b + 6\ 682$, если $b = 5\ 195$;
 - $829 - 329 + m$, если $m = 700$.

257. На первом участке росло 67 кустов смородины. Потом x кустов пересадили на второй участок, а на первый посадили y новых кустов. Сколько кустов стало на первом участке? Вычислите значение полученного выражения, если $x = 18$, $y = 25$.
258. У Винни-Пуха было m горшочков мёда. Пятачок подарил ему ещё 24 горшочка, и они вместе съели n горшочков мёда. Сколько горшочков мёда осталось после этого у Винни-Пуха? Вычислите значение полученного выражения, если $m = 56$, $n = 12$.



259. Пьеро купил m карандашей по 24 сольдо и пять тетрадей по n сольдо, заплатив за тетради больше, чем за карандаши. На сколько больше заплатил Пьеро за тетради, чем за карандаши? Вычислите значение полученного выражения при $m = 6$, $n = 32$.
260. Мальвина купила 8 конфет по a сольдо и b пирожных по 65 сольдо, заплатив за конфеты меньше, чем за пирожные. На сколько меньше заплатила Мальвина за конфеты, чем за пирожные? Вычислите значение полученного выражения при $a = 14$, $b = 4$.
261. В цистерне было 712 л воды. Каждый час из неё вытекает 18 л. Составьте формулу для вычисления объёма воды, которая осталась в цистерне через t ч, и вычислите этот объём, если: 1) $t = 4$; 2) $t = 12$.
262. Илья разложил по m марок в каждый из шести альбомов, и ещё 12 марок у него осталось. Составьте формулу для вычисления количества марок, которые есть у Ильи, и вычислите это количество, если: 1) $m = 18$; 2) $m = 36$.



Упражнения для повторения

263. Точки A , B и C лежат на одной прямой. Расстояние между точками A и B равно 30 см, а между точками B и C — 10 см. Найдите расстояние между точками A и C .

264. Наташа купила художественный альбом за 630 р. и несколько сборников стихов по 60 р. каждый. Сколько сборников купила Наташа, если за всю покупку она заплатила 990 р.?
265. Масса полного ящика с яблоками составляет 25 кг. После того как продали половину яблок, масса ящика с оставшимися яблоками оказалась равной 15 кг. Какова масса пустого ящика?



Задача от мудрой совы

266. Кабинки развлекательного аттракциона «Колесо обозрения» (рис. 68) последовательно пронумерованы числами 1, 2, 3 и т. д. Сколько всего кабинок, если известно, что когда кабинка с номером 24 занимает самую высокую позицию, то кабинка с номером 10 — самую низкую?

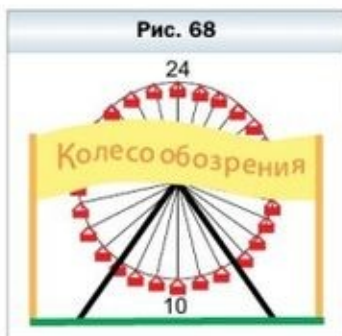


Рис. 68



Когда сделаны уроки

Язык, понятный всем

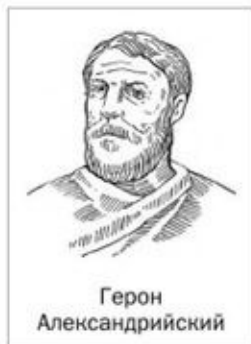
Предложение «Сумма чисел два и три равна пяти» на украинском языке звучит так: «Сума чисел два і три дорівнює п'яти»; на французском: «La somme des nombres deux et trois égalent cinq»; на английском: «The sum of the numbers two and three is equal to five»; на немецком: «Die Summe der Zahlen zwei und drei ist gleich fünf».

Однако это предложение можно записать таким образом, что оно будет понятно вашему сверстнику, живущему в любой стране. Вот эта запись: $2 + 3 = 5$. Её поймёт каждый: ведь перевод сделан на **математический язык**, а этот язык — международный.

Как и любой язык, он имеет свой алфавит. Его буквы принято называть *математическими символами (знаками)*. Например, десять цифр — это «буквы», из которых можно составлять «слова» и «предложения», т. е. числа и числовые выражения.

Примечательно, что математический алфавит включает в себя буквы латинского и греческого алфавитов.

Важным этапом в формировании математического языка стала идея использовать буквы для



Герон
Александрийский

обозначения чисел. Уже в I в. греческий учёный Герон Александрийский обозначал буквами неизвестные величины.


Любой язык развивается. Например, русский язык до появления произведений В. А. Жуковского и А. С. Пушкина значительно отличался от современного. Так же и знакомые вам математические символы

+	-	·	:	=	>	<	()
---	---	---	---	---	---	---	---	---

в Средние века выглядели совсем иначе.

Например, в XIV в. для обозначения действия сложения использовали букву *p* — первую букву латинского слова *plus*.

Существует несколько гипотез происхождения современного знака «+». Например, правдоподобным кажется объяснение, что этот знак является сокращённой записью латинского слова *et*, что в переводе означает «и». Вначале писали *et*, потом *t* и, наконец, «+».

Любопытно, что знак «=», хотя и появился в XVI в., но прочно утвердился лишь в XVIII в. Это связано с тем, что некоторые математики использовали знак равенства для обозначения разности. В XVII в., следуя французскому учёному Рене Декарту, знак равенства изображали так: .

В русском алфавите 33 буквы, в греческом — 24, в английском — 26. Изучая иностранный язык, вы уже на первых этапах знакомитесь со всеми его буквами. Пока вам известна лишь небольшая часть математического алфавита. Однако, изучая математику, вы будете знакомиться с новыми символами. Если же вы выберете профессию математика, то, возможно, и сами когда-нибудь придумаете новую «математическую букву».

§ 10. Уравнение

Рассмотрим такую задачу. На остановке из автобуса вышло 6 пассажиров, а зашло 10. После этого в автобусе оказалось 40 пассажиров. Сколько пассажиров находилось в автобусе до его остановки?

Если обозначить искомое число пассажиров буквой x , то наша задача сводится к следующей: каким числом нужно заменить x , чтобы значение буквенного выражения $(x - 6) + 10$ стало равным 40?

В таких случаях говорят, что надо **решить уравнение** $(x - 6) + 10 = 40$.

Если в это уравнение вместо буквы x подставить число 36, то получим **верное** числовое равенство $(36 - 6) + 10 = 40$. Говорят, что число 36 — **корень** уравнения $(x - 6) + 10 = 40$.



Корнем уравнения называют число, которое при подстановке вместо буквы обращает уравнение в верное числовое равенство.



Так, число 3 является корнем уравнения $2x + 2 = 8$, а, например, число 4 не является корнем этого уравнения. Действительно, $2 \cdot 3 + 2 = 8$, а $2 \cdot 4 + 2 \neq 8$ (знак « \neq » читают «не равно»).

Корень уравнения называют **решением уравнения**.

Уравнение не обязательно имеет один корень. Например, уравнение $x - x = 0$ имеет *бесконечно много* корней: любое число является его корнем; а уравнение $x - x = 1$ корней *не имеет*.



Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что их вообще нет.



Пример 1. Решите уравнение $78 + x = 100$.

Решение. Применим известное вам правило нахождения неизвестного слагаемого: **чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое.**

$$\text{Имеем: } x = 100 - 78;$$

$$x = 22.$$

Ответ: 22. ◀

Пример 2. Решите уравнение $x - 34 = 82$.

Решение. Применим известное вам правило нахождения неизвестного уменьшаемого: **чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.**

$$\text{Имеем: } x = 82 + 34;$$

$$x = 116.$$

Ответ: 116. ◀

Пример 3. Решите уравнение $108 - x = 96$.

Решение. Применим известное вам правило нахождения неизвестного вычитаемого: **чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.**

$$\text{Имеем: } x = 108 - 96;$$

$$x = 12.$$

Ответ: 12. ◀

Пример 4. Решите уравнение $(m - 124) + 316 = 900$.

Решение. Воспользовавшись правилом нахождения неизвестного слагаемого, получаем:

$$m - 124 = 900 - 316;$$

$$m - 124 = 584.$$

Далее используем правило нахождения неизвестного уменьшаемого:

$$m = 584 + 124;$$

$$m = 708.$$

Ответ: 708. ◀

Пример 5. Решите уравнение $1\,000 - (537 - a) = 642$.

Решение. Применим дважды правило нахождения неизвестного вычитаемого:

$$537 - a = 1\,000 - 642;$$

$$537 - a = 358;$$

$$a = 537 - 358;$$

$$a = 179.$$

Ответ: 179. ◀



1. Какое число называют корнем (решением) уравнения?
2. Что значит решить уравнение?
3. Как найти неизвестное слагаемое?
4. Как найти неизвестное уменьшаемое?
5. Как найти неизвестное вычитаемое?



Решаем устно

1. Найдите значение выражения $53 + x$, если: 1) $x = 29$; 2) $x = 61$.
2. Найдите значение выражения $12y$, если: 1) $y = 7$; 2) $y = 20$.
3. Найдите по формуле пути $s = 50t$ расстояние (в метрах), которое проходит Петя: 1) за 4 мин; 2) за 10 мин. Что означает числовой множитель в этой формуле?
4. Число a на 10 больше, чем число b . В виде каких из следующих равенств это можно записать:
1) $a + b = 10$; 3) $b - a = 10$; 5) $b + 10 = a$
2) $a - b = 10$; 4) $a - 10 = b$;
5. Найдите все натуральные значения a , при которых выражение $20 : a$ принимает натуральные значения.
6. На одну чашу весов поставили несколько гирь по 2 кг, а на другую — по 3 кг, после чего весы пришли в равновесие. Сколько поставили гирь каждого вида, если всего их поставили 10?



Упражнения

267. Какое из чисел 3, 12, 14 является корнем уравнения:
1) $x + 16 = 28$; 2) $4x - 5 = 7$?

268. Какое из чисел 3, 12, 14 является корнем уравнения:

1) $234 - y = 220$; 2) $72 : b + 13 = 19$?

269. Решите уравнение:

1) $x + 34 = 76$; 5) $x - 546 = 216$;
2) $238 + y = 416$; 6) $206 - y = 139$;
3) $a + 157 = 324$; 7) $895 - a = 513$;
4) $356 + b = 782$; 8) $m - 2\,092 = 1\,067$.

270. Решите уравнение:

1) $x + 48 = 94$; 3) $x - 174 = 206$;
2) $234 + y = 452$; 4) $378 - b = 165$.

271. Решите уравнение:

1) $(134 + x) - 583 = 426$; 7) $475 - (x - 671) = 325$;
2) $(208 + x) - 416 = 137$; 8) $972 - (y - 504) = 284$;
3) $(x - 506) + 215 = 429$; 9) $403 - (634 - a) = 366$;
4) $(y - 164) + 308 = 500$; 10) $643 - (581 - b) = 292$;
5) $(942 - a) - 126 = 254$; 11) $987 - (x + 364) = 519$;
6) $(801 - b) - 224 = 368$; 12) $3\,128 - (m + 425) = 1\,509$.

272. Решите уравнение:

1) $(39 + x) - 84 = 78$; 4) $253 - (x - 459) = 138$;
2) $(x - 83) + 316 = 425$; 5) $502 - (217 - x) = 421$;
3) $(600 - x) - 92 = 126$; 6) $871 - (x + 157) = 385$.

273. Решите с помощью уравнения задачу.

1) Оксана задумала число. Если к этому числу прибавить 43 и полученную сумму вычесть из числа 96, то получим число 25. Какое число задумала Оксана?

2) У Буратино было 74 сольдо. После того как он купил себе учебники для школы, папа Карло дал ему 25 сольдо. Тогда у Буратино стало 68 сольдо. Сколько сольдо потратил Буратино на учебники?



274. Решите с помощью уравнения задачу.

Ваня задумал число. Если к этому числу прибавить 27 и из полученной суммы вычесть 14, то получим число 36. Какое число задумал Ваня?

275. Какое число надо подставить вместо a , чтобы корнем уравнения:

1) $(x + a) - 7 = 42$ было число 22;

2) $(a - x) + 4 = 15$ было число 3?

276. Какое число надо подставить вместо a , чтобы корнем уравнения:

1) $(x - 7) + a = 23$ было число 9;

2) $(11 + x) + 101 = a$ было число 5?



Упражнения для повторения

277. Лиза была в школе с 8 ч 15 мин до 15 ч 20 мин. Вечером она пошла на тренировку. Там она провела на 5 ч 40 мин меньше времени, чем в школе. Сколько времени Лиза была на тренировке?

278. Начертите отрезок длиной 12 см. Над одним концом отрезка напишите число 0, а над другим — 480. Поделите отрезок на шесть равных частей. Отметьте на полученной шкале числа 40, 100, 280, 360, 420.

279. Можно ли, имея 900 р., купить 3 кг бананов по 65 р. за 1 кг, 2 кг мандаринов по 130 р. за 1 кг и 4 кг апельсинов по 95 р. за 1 кг?



Задача от мудрой совы

280. В трёх ящичках лежат шары: в первом ящичке — два белых, во втором — два чёрных, в третьем — белый и чёрный. На ящички наклеены этикетки ББ, ЧЧ и БЧ так, что содержимое каждого из них не соответствует этикетке. Как, вынув один шар, узнать, что в каком ящичке лежит?

§ 11. Угол. Обозначение углов

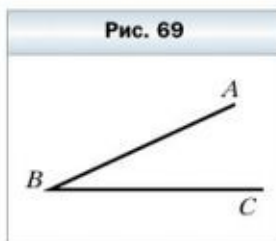
Проведём на листе бумаги два луча BA и BC с общим началом в точке B (рис. 69).



Фигуру, образованную двумя лучами, имеющими общее начало, называют углом.

Эти лучи называют **сторонами** угла, а их общее начало — **вершиной** угла.

Рис. 69

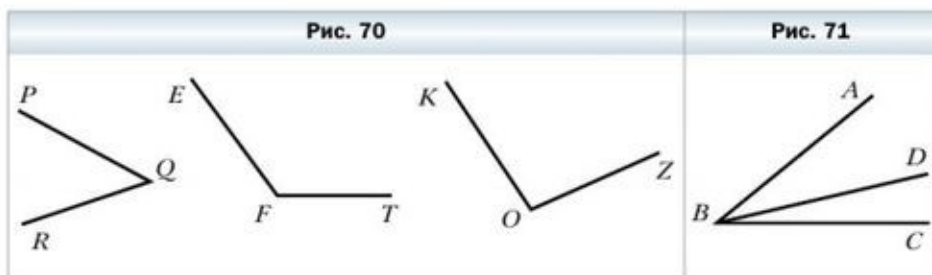


На рисунке 69 лучи BA и BC — стороны угла, а точка B — вершина угла.

Угол на рисунке 69 обозначают так: $\angle ABC$ или $\angle CBA$. Обратим внимание, что этот угол нельзя обозначать так: $\angle BAC$ или $\angle BCA$. Буква, соответствующая вершине угла, должна быть записана на втором месте.

Этот же угол можно обозначить и короче — по его вершине: $\angle B$.


Так, углы, изображённые на рисунке 70, можно, например, обозначить $\angle PQR$, $\angle EFT$, $\angle KOZ$ или соответственно $\angle Q$, $\angle F$, $\angle O$.



Заметим, что ни один из трёх углов на рисунке 71 нельзя обозначить только одной буквой, так как у них одна и та же вершина — точка B .

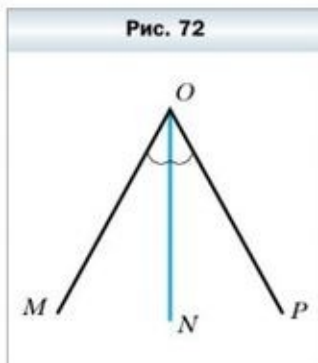
Из вершины B угла ABC проведён луч BD (см. рис. 71). В этом случае говорят, что луч BD проходит между сторонами угла ABC и делит его на два угла: ABD и DBC .


Если лист бумаги перегнуть по прямой ON (рис. 72), то углы MON и NOP совпадут.

 **Два угла называют равными, если они совпадают при наложении.**

Следовательно, углы MON и NOP равны. Пишут: $\angle MON = \angle NOP$. На рисунке равные углы, как правило, отмечают равным количеством дужек.

На рисунке 72 луч ON делит угол MOP на два равных угла. Такой луч называют **биссектрисой** угла.

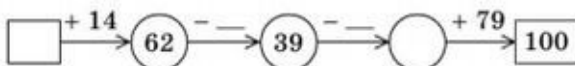


-  1. Какую фигуру называют углом?
 2. Какие два угла называют равными?
 3. Как называют луч, который делит угол на два равных угла?



Решаем устно

1. Каких чисел не хватает в цепочке вычислений?



2. Решите уравнение:

1) $x + 13 = 28$; 3) $x - 11 = 79$;
 2) $20 - x = 12$; 4) $10 + x = 28$.

3. Корнем каких из следующих уравнений является число 5:

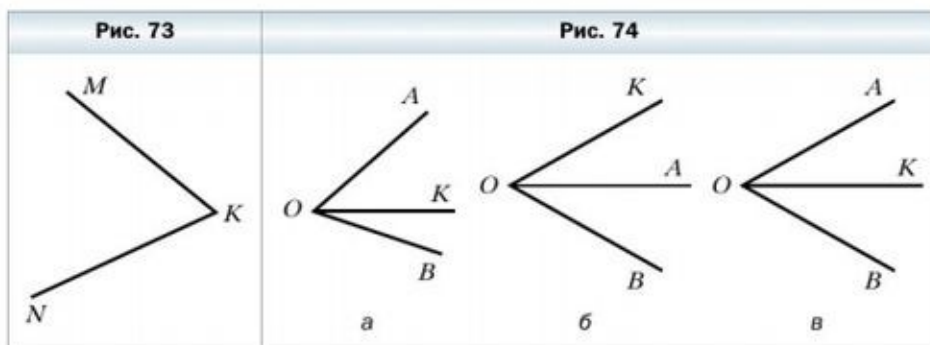
1) $2x - 3 = 7$; 4) $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$;
 2) $x + 20 = 20 + x$; 5) $0 \cdot x = 10$;
 3) $36 - 3x = 20$; 6) $x + 12 = 22 - x$?

4. У Пети и Миши было поровну конфет. Петя отдал Мише 8 конфет. На сколько конфет у Миши стало больше, чем у Пети?



Упражнения

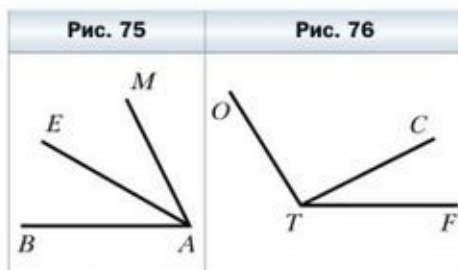
281. Как можно обозначить угол, изображённый на рисунке 73?



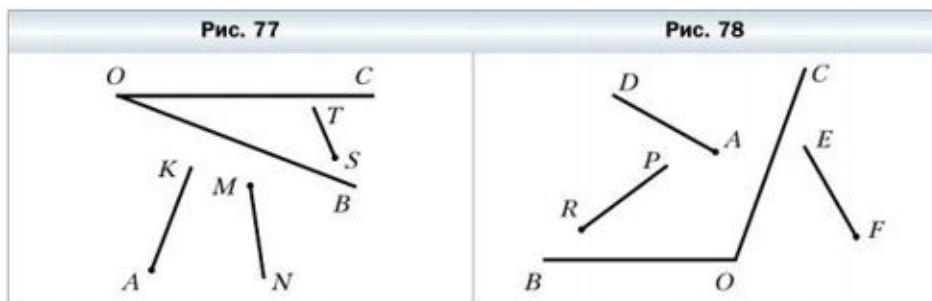
282. На каком из рисунков 74, а, б, в луч OK является биссектрисой угла AOB ?

283. Назовите все углы, изображённые на рисунке 75.

284. Запишите все углы, изображённые на рисунке 76.



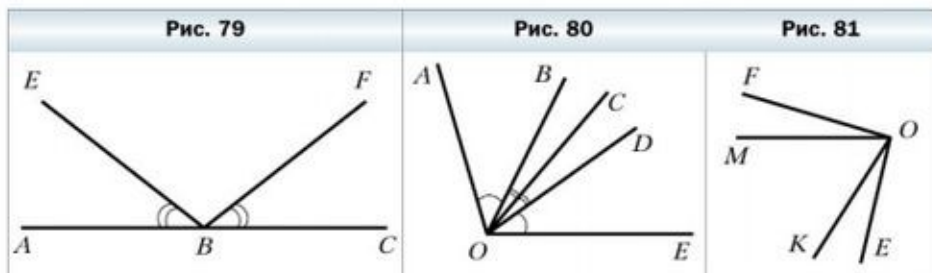
285. Какие из лучей, изображённых на рисунке 77, пересекают сторону угла BOC ?



286. Какие из лучей, изображённых на рисунке 78, пересекают сторону угла BOC ?

287. Начертите $\angle MNE$ и проведите лучи NA и NC между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.

288. На рисунке 79 $\angle ABE = \angle CBF$. Есть ли ещё на этом рисунке равные углы?



289. На рисунке 80 $\angle AOB = \angle DOE$, $\angle BOC = \angle COD$. Есть ли ещё на этом рисунке равные углы?

290. На рисунке 81 углы FOK и MOE равны. Какие ещё углы, изображённые на этом рисунке, равны?



Упражнения для повторения

291. Составьте числовое выражение и найдите его значение:
- 1) произведение суммы чисел 18 и 20 и числа 8;
 - 2) частное от деления разности чисел 128 и 29 на число 11;
 - 3) частное от деления произведения чисел 15 и 6 на их разность.

292. Решите уравнение:
 1) $x + 504\,968 = 1\,017\,216$;
 2) $120\,340\,526 - x = 7\,908\,049$.

293. На XXII зимних Олимпийских играх, состоявшихся в 2014 г. в городе Сочи, олимпийская сборная России завоевала 33 медали. Наши спортсмены получили 24 золотых и серебряных медали, а золотых и бронзовых — 22. Сколько медалей каждого вида завоевала на этой Олимпиаде наша сборная?



294. Учащиеся пятых классов ехали на двух автобусах на экскурсию. Когда из одного автобуса, в котором было 42 учащихся, восемь учащихся перешли во второй автобус, то в обоих автобусах учащихся стало поровну. Сколько учащихся было во втором автобусе сначала?



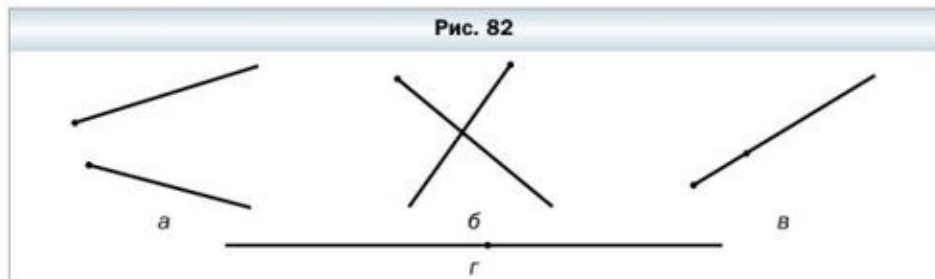
Задача от мудрой совы

295. На озере начали распускаться кувшинки. Каждый день количество кувшинок возрастало вдвое. На двадцатый день кувшинками заросла вся поверхность озера. На какой день половина озера была покрыта кувшинками?

§ 12. Виды углов. Измерение углов

На каждом из рисунков 82, a — $г$ изображены два луча. На каком из рисунков пара лучей образует угол, сторонами которого являются эти лучи?

Поскольку на рисунках 82, a — $в$ начала лучей не совпадают, то они не могут служить сторонами угла. Лучи на рисунке 82, $г$ образуют прямую. При этом начала лучей совпадают, а следовательно, они образуют угол. Такой угол называют **развёрнутым**.





Угол, стороны которого образуют прямую, называют развёрнутым.



Углы, как и отрезки, можно измерять. Напомним, что для измерения отрезков мы использовали **единичный отрезок** (1 мм, 1 см и т. п.). Однако для измерения углов мы пока не имеем такого **единичного угла**.

Создать его можно, например, так. Разделим развёрнутый угол на 180 равных углов (рис. 83). Угол, образованный двумя соседними лучами, выбирают за единицу измерения. Его величину называют **градусом** (от лат. *gradus* — «шаг», «ступенька») и записывают 1° .

Рис. 83

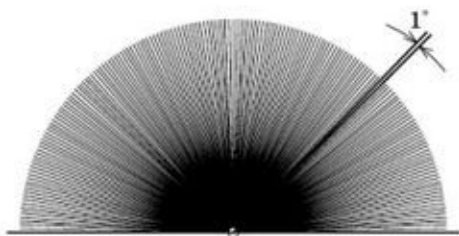


Рис. 84



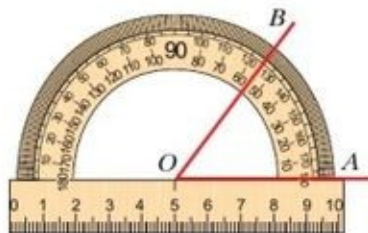
Измерить угол — значит подсчитать, сколько единичных углов в нём помещается.

Тогда **величина**, или, как ещё принято говорить, **градусная мера**, развёрнутого угла равна 180° . Можно сказать и так: развёрнутый угол равен 180° .

Для измерения углов используют специальный прибор — **транспортир** (рис. 84). Он состоит, как правило, из полукольца, соединённого с линейкой. Его шкала содержит 180 делений.

Чтобы измерить угол, совместим его вершину с центром транспортира таким образом, чтобы одна из сторон угла прошла по линейке (рис. 85). Тогда штрих на шкале, через который пройдёт вторая сторона, укажет градусную меру (величину) этого угла.

Рис. 85



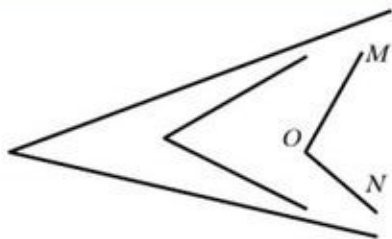


Так, на рисунке 85 градусная мера угла AOB равна 55° . Пишут: $\angle AOB = 55^\circ$. На рисунке 86 имеем: $\angle MON = 134^\circ$.

Равные углы имеют равные градусные меры. Из двух неравных углов бóльшим будем считать тот, градусная мера которого больше. Например, из трёх углов, изображённых на рисунке 87, $\angle MON$ — наибольший. В этом легко убедиться, измерив углы транспортиром.

Рис. 86

Рис. 87



Величина угла обладает следующим свойством.

- Если между сторонами угла ABC провести луч BD , то градусная мера угла ABC равна сумме градусных мер углов ABD и DBC (рис. 88), т. е.
 $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.

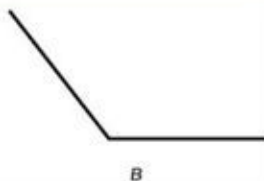
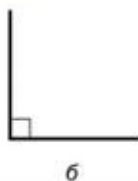
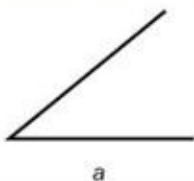
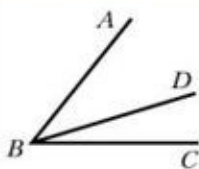
- Угол, градусная мера которого меньше 90° , называют острым (рис. 89, а).


- Угол, градусная мера которого равна 90° , называют прямым (рис. 89, б).

На рисунке прямой угол обозначают так: \sphericalangle .

Рис. 88

Рис. 89



 **Угол, градусная мера которого больше 90° , но меньше 180° , называют тупым (рис. 89, в).**

Отметим, что биссектриса развёрнутого угла делит его на два угла, градусная мера каждого из которых равна 90° . Следовательно, биссектриса развёрнутого угла делит его на два прямых угла (рис. 90).

Рис. 90

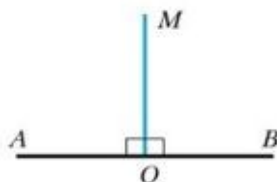
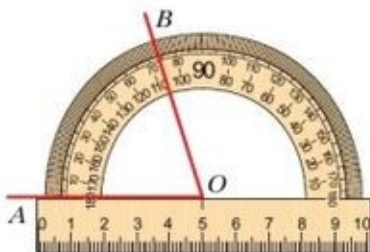


Рис. 91



Пример 1. Дан луч OA . Постройте угол BOA , равный 72° .

Решение. Совместим центр транспортира с точкой O так, чтобы луч OA прошёл по линейке. Выберем на кольце транспортира штрих, который соответствует 72° . Возле этого штриха отметим точку B (рис. 91). Проведём луч OB . Угол BOA — искомый. ◀

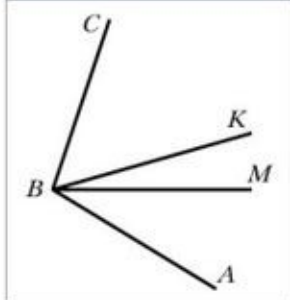
Если дан луч OA и построен угол BOA , то говорят, что от луча OA *отложен угол* BOA .


Пример 2. Из вершины угла ABC проведены два луча BK и BM так, что $\angle ABK = 48^\circ$, $\angle CBM = 72^\circ$ (рис. 92). Вычислите величину угла ABC , если $\angle MBK = 16^\circ$.

Решение. Имеем: $\angle ABM = \angle ABK - \angle MBK$, $\angle ABM = 48^\circ - 16^\circ = 32^\circ$;
 $\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM$, $\angle ABC = 32^\circ + 72^\circ = 104^\circ$.

Ответ: 104° . ◀

Рис. 92



- 
1. Какой угол называют развёрнутым?
 2. В каких единицах измеряют углы?
 3. Какова градусная мера развёрнутого угла?
 4. Что означает измерить угол?
 5. Как называется прибор, который используют для измерения углов?



6. Расскажите, как пользоваться транспортиром.
7. Какие градусные меры имеют равные углы?
8. Какой из двух неравных углов считают большим?
9. Каким свойством обладает величина угла?
10. Какой угол называют острым?
11. Какой угол называют прямым?
12. Какой угол называют тупым?
13. На какие углы делит развёрнутый угол его биссектриса?
14. В каких случаях говорят, что от данного луча отложен данный угол?



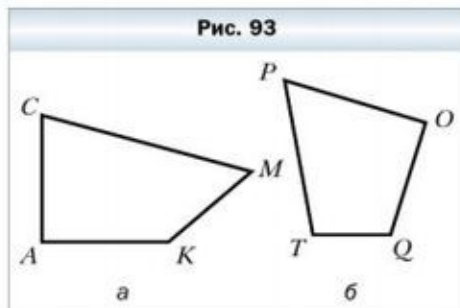
Решаем устно

1. Назовите два числа, одно из которых:
 - 1) на 27 больше другого;
 - 2) на 15 меньше другого;
 - 3) в 7 раз меньше другого;
 - 4) в 3 раза больше другого.
2. Часы спешат на 10 мин и сейчас показывают время 10 ч 8 мин. Какой час на самом деле?
3. Часы отстают на 7 мин и сейчас показывают время 16 ч 55 мин. Какой час на самом деле?
4. Какие из следующих уравнений не имеют корней:
 - 1) $2x = x$;
 - 2) $0x = 0$;
 - 3) $3 - x = 3$;
 - 4) $0x = 6$;
 - 5) $x \cdot x = x$;
 - 6) $x + 6 = 7 + x$;
 - 7) $8x = 0$;
 - 8) $3 - x = 2$;
 - 9) $1 \cdot x = 5$?
5. Для озеленения улицы длиной 3 км на одной из её сторон посадили деревья на расстоянии 20 м друг от друга. Первое дерево было посажено в начале улицы, а последнее — в её конце. Сколько деревьев было посажено? Чему равно расстояние между первым и пятым деревьями?

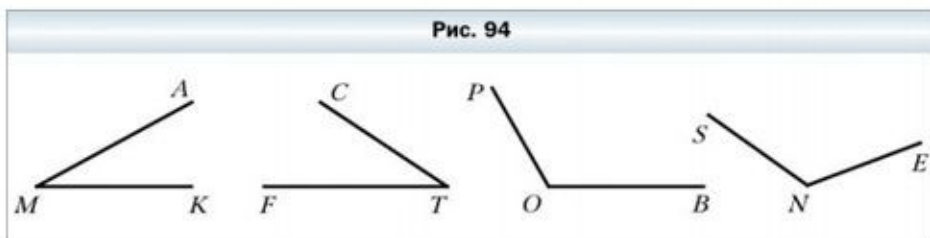


Упражнения

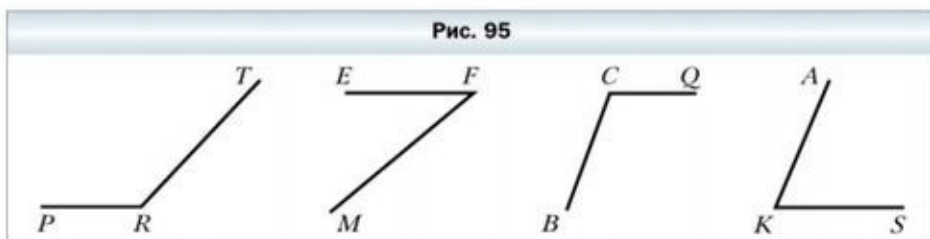
296. Начертите:
 - 1) острый угол EFC ;
 - 2) прямой угол ORT ;
 - 3) тупой угол D ;
 - 4) развёрнутый угол KAP .
297. Найдите на рисунке 93 острые, тупые и прямые углы.
298. Какие из данных углов острые, тупые, прямые, развёрнутые: $\angle A = 96^\circ$, $\angle B = 84^\circ$, $\angle S = 180^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, $\angle R = 162^\circ$, $\angle E = 60^\circ$, $\angle Q = 100^\circ$, $\angle M = 72^\circ$?



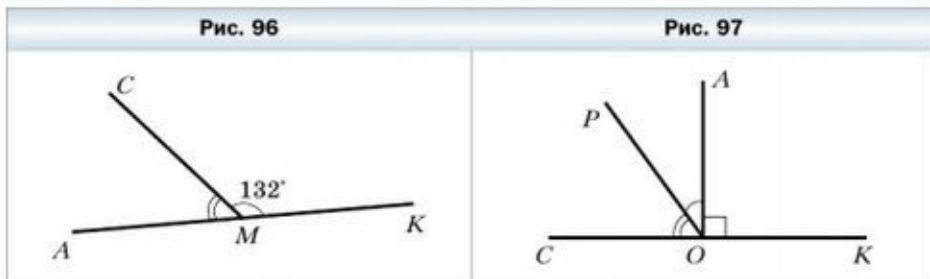
299. Найдите, пользуясь транспортиром, градусные меры углов, изображённых на рисунке 94. Определите вид каждого угла.



300. Найдите, пользуясь транспортиром, градусные меры углов, изображённых на рисунке 95. Определите вид каждого угла.

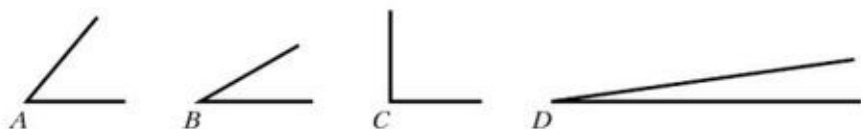


301. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 38° ; 2) 124° ; 3) 92° ; 4) 90° ; 5) 87° ; 6) 54° ; 7) 170° ; 8) 65° . Определите вид каждого угла.
302. Проведите луч. Отложите от этого луча угол, градусная мера которого равна: 1) 40° ; 2) 130° ; 3) 68° ; 4) 164° . Определите вид каждого из построенных углов.
303. На рисунке 96 $\angle CMK = 132^\circ$, а угол AMK — развёрнутый. Вычислите величину угла AMC .
304. На рисунке 97 угол AOK — прямой, $\angle POC = 54^\circ$, а угол COK — развёрнутый. Вычислите величину угла AOP .



305. Какой из углов, изображённых на рисунке 98, наибольший? Наименьший?

Рис. 98



306. Начертите угол CDE , равный 152° . Лучом DA разделите этот угол на два угла так, чтобы $\angle CDA = 98^\circ$. Вычислите величину угла ADE .
307. Начертите угол ABC , равный 106° . Лучом BD разделите этот угол на два угла так, чтобы $\angle ABD = 34^\circ$. Вычислите величину угла DBC .
308. Из вершины прямого угла BOM (рис. 99) проведены два луча OA и OC так, что $\angle BOC = 74^\circ$, $\angle AOM = 62^\circ$. Вычислите величину угла AOC .
309. Из вершины развёрнутого угла ACP (рис. 100) проведены два луча CT и CF так, что $\angle ACF = 158^\circ$, $\angle TCP = 134^\circ$. Вычислите величину угла TCF .

Рис. 99

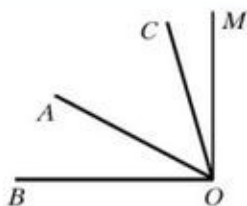
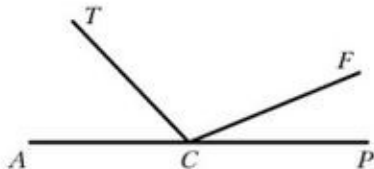


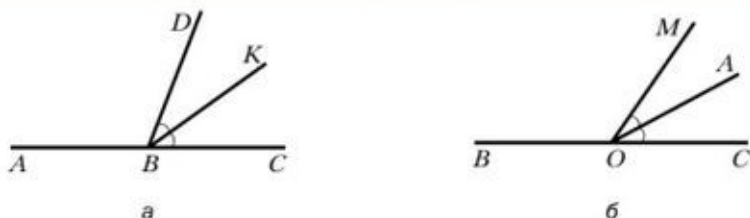
Рис. 100



310. Верно ли утверждение:
- 1) угол, который меньше тупого, — острый;
 - 2) угол, который меньше развёрнутого, — тупой;
 - 3) половина тупого угла — острый угол;
 - 4) сумма градусных мер двух острых углов больше 90° ;
 - 5) угол, который больше прямого, — тупой?
311. Найдите градусную меру угла между стрелками часов, если они показывают: 1) 3 ч; 2) 6 ч; 3) 4 ч; 4) 11 ч; 5) 7 ч.

312. Луч BK является биссектрисой угла CBD , $\angle ABK = 146^\circ$ (рис. 101, а). Вычислите градусную меру угла CBD .
313. Луч OA является биссектрисой угла COM , $\angle COM = 54^\circ$ (рис. 101, б). Вычислите градусную меру угла BOA .

Рис. 101



314. Проведите три прямые, пересекающиеся в одной точке. Запишите все развёрнутые углы, образовавшиеся при этом.
- * 315. Проведите шесть прямых, пересекающихся в одной точке. Верно ли, что среди образовавшихся при этом углов есть угол, градусная мера которого меньше 31° ?



Упражнения для повторения

316. Заполните цепочку вычислений:

1) $4 \text{ см} \xrightarrow{\cdot 300} \bigcirc \xrightarrow{- 12 \text{ дм}} \bigcirc \xrightarrow{: 9} \bigcirc \xrightarrow{+ 3 \text{ м}} \bigcirc$;

2) $8 \text{ мин} \xrightarrow{\cdot 15} \bigcirc \xrightarrow{+ 2 \text{ ч}} \bigcirc \xrightarrow{: 6} \bigcirc \xrightarrow{- 54 \text{ с}} \bigcirc$.

317. Верно ли неравенство $(a + 253) \cdot 7 < (9\,864 - a) : 4$ при $a = 124$?
318. В четыре стакана помещается столько же молока, сколько и в банку. В стакан и банку помещается 1 кг 200 г молока. Сколько граммов молока помещается в стакан?
319. Длина границы России с Китаем, Монголией и Казахстаном составляет 15 293 км. Найдите длину границы России с каждым из этих государств, если длина границы с Китаем и Монголией равна 7 694 км, а с Китаем и Казахстаном — 11 808 км.

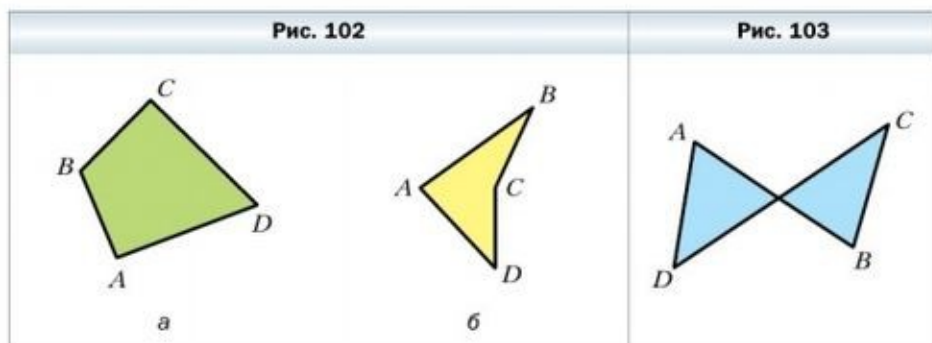


Задача от мудрой совы

320. Улитка за день поднимается вверх по столбу на 3 м, а за ночь съезжает по нему на 2 м вниз. На какой день она доберётся до вершины столба, высота которого равна 20 м?

§ 13. Многоугольники. Равные фигуры

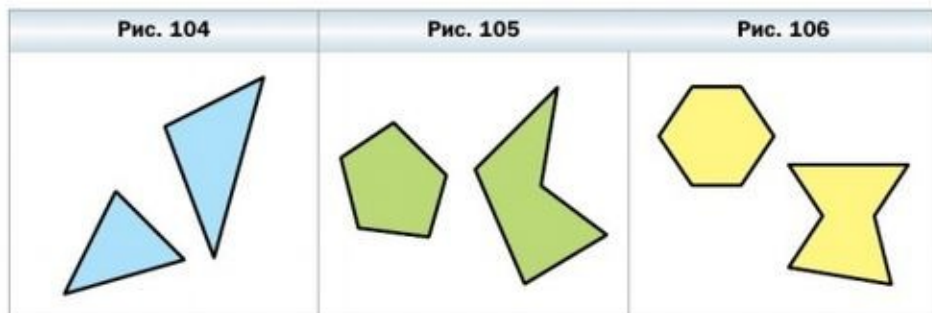
На рисунках 102 и 103 изображены три фигуры, каждая из которых ограничена замкнутой ломаной, состоящей из четырёх звеньев AB , BC , CD , DA .



Чем отличаются границы фигур на рисунке 102 от границы фигуры на рисунке 103? На рисунке 102 звенья ломаных не пересекаются.

Фигуры, изображённые на рисунке 102, называют **четырёхугольниками**.

На рисунке 104 изображены треугольники, на рисунке 105 — пятиугольники, на рисунке 106 — шестиугольники.




Все эти фигуры являются примерами **многоугольников**. Фигура, изображённая на рисунке 103, многоугольником не является.

Каждый многоугольник имеет **вершины** и **стороны**. Так, на рисунке 102, a точки A, B, C, D — вершины четырёхугольника, отрезки AB, BC, CD, DA — его стороны, а углы A, B, C, D — углы **четырёхугольника**.

Многоугольник называют и обозначают по его вершинам. Для этого надо последовательно записать или назвать все его вершины, начиная с любой.

Изображённые на рисунке 102 четырёхугольники можно назвать, например, так: $ABCD$, или $BCDA$, или $DCBA$ и т. п.

Сумму длин всех сторон многоугольника называют его **периметром**.

 **Два многоугольника называют равными, если они совпадают при наложении.**

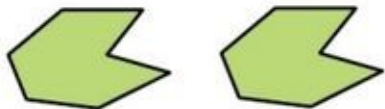
На рисунке 107 изображены два равных семиугольника.

 **Две фигуры называют равными, если они совпадают при наложении.**

На рисунке 108 изображены фигуры, совпадающие при наложении. Эти фигуры равны.

Рис. 107

Рис. 108



1. Какая фигура ограничивает многоугольник?
2. Могут ли звенья ломаной, ограничивающей многоугольник, пересекаться?
3. Какие элементы многоугольника вы знаете?
4. Как называют и обозначают многоугольник?
5. Что называют периметром многоугольника?
6. Какие многоугольники называют равными?
7. Какие фигуры называют равными?



Решаем устно

- Сумму чисел 24 и 18 уменьшите на 33.
- Разность чисел 30 и 14 увеличьте в 3 раза.
- Произведение чисел 12 и 5 увеличьте на 19.
- Частное чисел 189 и 9 уменьшите в 7 раз.
- Укажите среди данных отрезков равные, если: $AB = 5 \text{ см } 3 \text{ мм}$, $CD = 4 \text{ м } 5 \text{ см}$, $PK = 45 \text{ см}$, $EF = 2 \text{ дм } 8 \text{ мм}$, $TQ = 53 \text{ мм}$, $MN = 208 \text{ мм}$.



Упражнения

- Назовите вершины и стороны пятиугольника, изображённого на рисунке 109.
- Начертите: 1) четырёхугольник; 2) пятиугольник; 3) шестиугольник; 4) семиугольник.
- Вычислите периметр пятиугольника, стороны которого равны 2 см, 4 см, 5 см 5 мм, 6 см, 7 см.
- Вычислите периметр шестиугольника, три стороны которого равны по 8 см, а три другие — по 10 см.
- Нарисуйте в тетради фигуру, равную той, которая изображена на рисунке 110.

Рис. 109

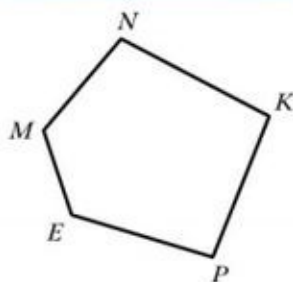
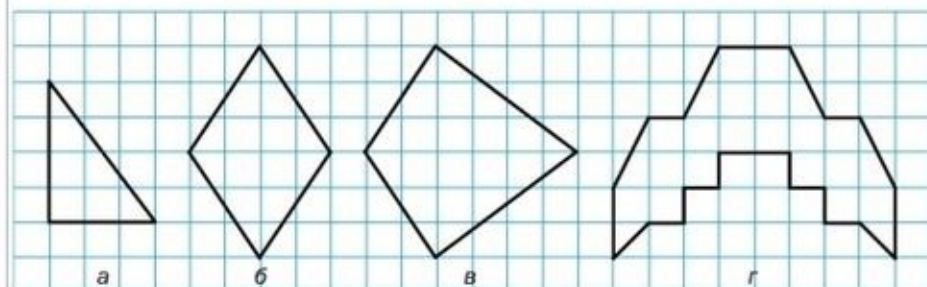
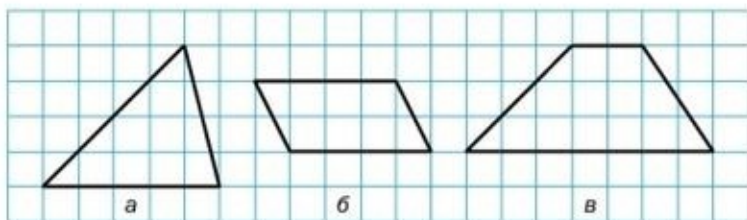


Рис. 110



326. Нарисуйте в тетради фигуру, равную той, которая изображена на рисунке 111.

Рис. 111



327. Одна из сторон четырёхугольника равна 8 см, вторая сторона в 3 раза больше первой, а третья — на 7 см меньше второй и на 9 см больше четвёртой. Вычислите периметр четырёхугольника.
328. Стороны пятиугольника пронумеровали. Первая сторона равна 4 см, а каждая следующая сторона на 2 см длиннее предыдущей. Вычислите периметр пятиугольника.

*

329. 1) Сколько диагоналей* можно провести из одной вершины: а) пятиугольника; б) девятиугольника; в) n -угольника, где $n > 3$?
2) Сколько всего диагоналей можно провести: а) в пятиугольнике; б) в девятиугольнике; в) в n -угольнике, где $n > 3$?
330. Как, используя шаблон угла, градусная мера которого 13° , построить угол, градусная мера которого равна 2° ?
331. Как построить угол, градусная мера которого 1° , используя шаблон угла, градусная мера которого равна: а) 19° ; б) 7° ?
332. Существует ли многоугольник с периметром, равным 1 000 000 см, который можно целиком расположить в квадрате со стороной 1 см?

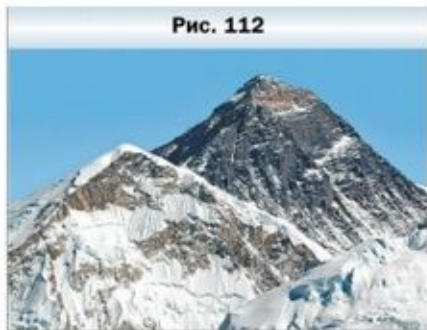


Упражнения для повторения

333. Сравните:
- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) 3 986 г и 4 кг; | 3) 60 см и 602 мм; |
| 2) 6 м и 712 см; | 4) 999 кг и 10 ц. |

* *Диагональю многоугольника* называют отрезок, который соединяет две несоседние его вершины.

334. Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:
 1) $(636 + 927) + 364$; 3) $212 + 493 + 788 + 807$;
 2) $(425 + 798) + 675$; 4) $161 + 455 + 839 + 945$.
335. Известно, что $\angle ABC = 74^\circ$, а луч BD — его биссектриса. Вычислите величину угла DBC .
336. Высота самой высокой горы Западной Европы Монблан равна 4 809 м. Она на 2 151 м ниже самой высокой горы Южной Америки Аконкагуа, которая на 770 м выше самой высокой горы Северной Америки Денали. Какова высота самой высокой горы Африки Килиманджаро, если она на 295 м ниже горы Денали? Какова высота самой высокой горы мира Джомолунгмы (Эверест) (рис. 112), если она на 2 953 м выше горы Килиманджаро?



Задача от мудрой совы

337. Лимоны одинаковой массы продают поштучно. Масса каждого лимона составляет целое количество граммов. Купили больше двух, но меньше семи лимонов. Масса всей покупки составляет 850 г. Какова масса одного лимона?

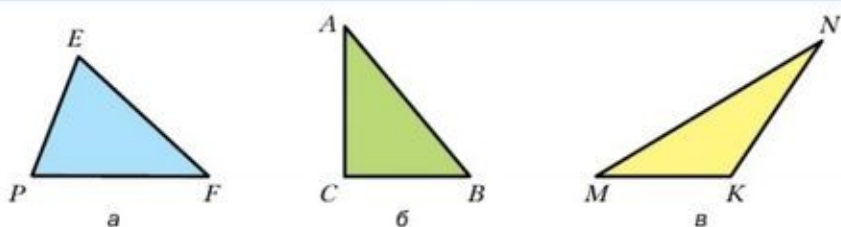
§ 14. Треугольник и его виды

Из всех многоугольников **треугольники** имеют наименьшее количество углов и сторон.

Треугольники можно различать по виду их углов.

- ☑ Если все углы треугольника острые, то его называют **остроугольным** треугольником (рис. 113, *а*).
- ☑ Если один из углов треугольника прямой, то его называют **прямоугольным** треугольником (рис. 113, *б*).
- ☑ Если один из углов треугольника тупой, то его называют **тупоугольным** треугольником (рис. 113, *в*).

Рис. 113



Говорят, что мы *классифицировали* треугольники по виду их углов. Треугольники можно классифицировать не только по виду углов, но и по количеству равных сторон.

- Если две стороны треугольника равны, то его называют **равнобедренным** треугольником.

На рисунке 114, *а* изображён равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = BC$. На рисунке равные стороны отмечают равным количеством чёрточек. Равные стороны AB и BC называют **боковыми сторонами**, а сторону AC — **основанием** равнобедренного треугольника ABC .

- Если три стороны треугольника равны, то его называют **равносторонним** треугольником.

Треугольник, изображённый на рисунке 114, *б*, — **равносторонний**, у него $MN = NE = EM$.

Рис. 114



Равносторонний треугольник ещё называют **правильным** треугольником. Более подробно о правильных треугольниках и других правильных многоугольниках вы узнаете в курсе геометрии 9 класса.



Треугольник, у которого три стороны имеют различную длину, называют **разносторонним** треугольником.



Треугольники, изображённые на рисунке 113, — разносторонние.

Если сторона равностороннего треугольника равна a , то его периметр вычисляют по формуле:

$$P = 3a$$

Пример 1. С помощью линейки и транспортира постройте треугольник, две стороны которого равны 3 см и 2 см, а угол между ними — 50° .

Решение. С помощью транспортира построим угол A , градусная мера которого 50° (рис. 115). На сторонах этого угла от его вершины с помощью линейки отложим отрезок AB длиной 3 см и отрезок AC длиной 2 см (рис. 116). Соединив отрезком точки B и C , получим искомый треугольник ABC (рис. 117). ◀

Рис. 115

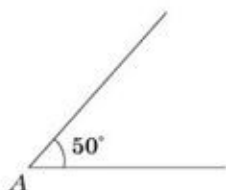


Рис. 116

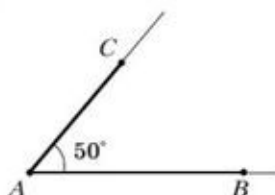
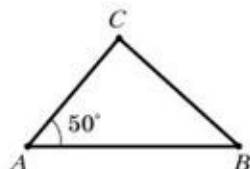


Рис. 117



Пример 2. С помощью линейки и транспортира постройте треугольник ABC , сторона AB которого равна 2 см, а углы CAB и CBA соответственно равны 40° и 110° .

Рис. 118



Рис. 119

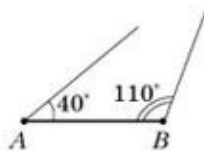
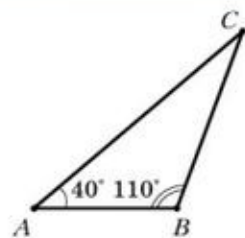


Рис. 120



Решение. С помощью линейки строим отрезок AB длиной 2 см (рис. 118). От луча AB с помощью транспортира откладываем угол с вершиной в точке A , градусная мера которого равна 40° . От луча BA в ту же сторону от прямой AB , в которую был отложен первый угол, откладываем угол с вершиной в точке B , градусная мера которого равна 110° (рис. 119).

Найдя точку C пересечения сторон углов A и B , получаем искомый треугольник ABC (рис. 120). ◀



1. Какие бывают виды треугольников в зависимости от вида их углов?
2. Какой треугольник называют остроугольным? Прямоугольным? Тупоугольным?
3. Какие бывают виды треугольников в зависимости от количества равных сторон?
4. Какой треугольник называют равнобедренным? Равносторонним? Разносторонним?
5. Как называют стороны равнобедренного треугольника?
6. По какой формуле вычисляют периметр равностороннего треугольника?



Решаем устно

1. Чему равен периметр восьмиугольника, каждая сторона которого равна 4 см?
2. Вычислите сумму $27 + 16 + 33 + 24$.
3. Каких чисел не хватает в цепочке вычислений?



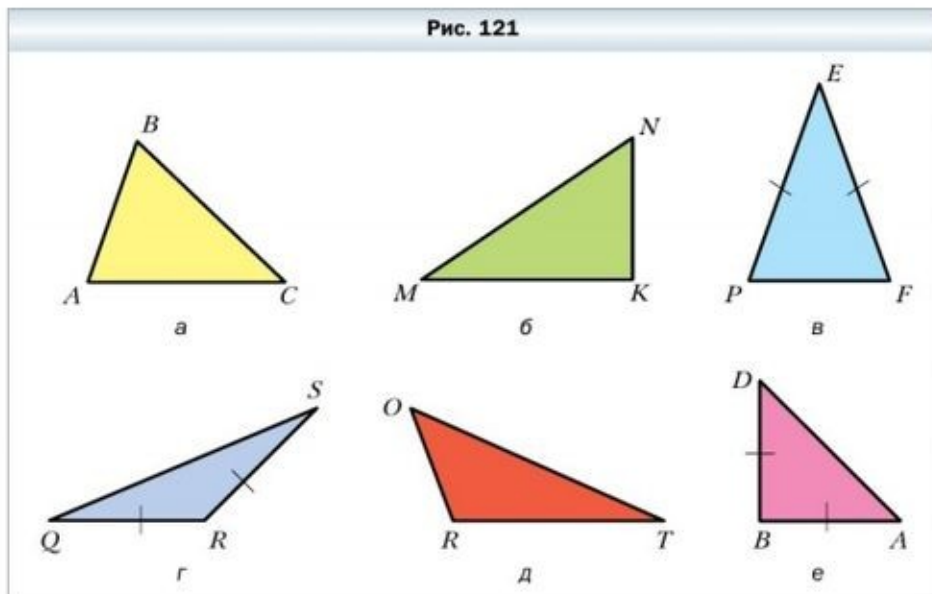
4. На трёх кустах расцвело 15 роз. Когда на одном из этих кустов распустились ещё 3 розы, то на всех кустах роз стало поровну. Сколько роз было на каждом кусте вначале?



Упражнения

338. Определите вид треугольника, изображённого на рисунке 121, в зависимости от вида его углов и количества равных сторон.
339. Начертите:
 - 1) разносторонний остроугольный треугольник;
 - 2) равнобедренный прямоугольный треугольник;
 - 3) равнобедренный тупоугольный треугольник.

Рис. 121

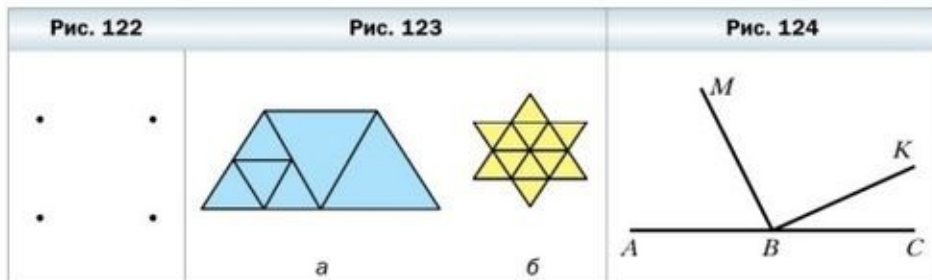


340. Начертите:
- 1) разносторонний прямоугольный треугольник;
 - 2) разносторонний тупоугольный треугольник;
 - 3) равнобедренный остроугольный треугольник.
341. Найдите периметр треугольника со сторонами 16 см, 22 см и 28 см.
342. Найдите периметр треугольника со сторонами 14 см, 17 см и 17 см.
343. Начертите произвольный треугольник, измерьте его стороны и углы, найдите периметр и сумму углов этого треугольника.
344. Одна сторона треугольника равна 24 см, вторая сторона — на 18 см больше первой, а третья сторона — в 2 раза меньше второй. Найдите периметр треугольника.
345. Одна сторона треугольника равна 12 см, вторая сторона в 3 раза больше первой, а третья — на 8 см меньше второй. Найдите периметр треугольника.
346. 1) Найдите периметр равнобедренного треугольника, основание которого равно 13 см, а боковая сторона — 8 см.
2) Периметр равнобедренного треугольника равен 39 см, а основание — 15 см. Найдите боковые стороны треугольника.
347. Периметр равнобедренного треугольника равен 28 см, а боковая сторона — 10 см. Найдите основание треугольника.

348. Периметр треугольника равен p см, одна сторона — 22 см, вторая сторона — b см. Составьте выражение для нахождения третьей стороны. Вычислите длину третьей стороны, если $p = 72$, $b = 26$.
349. Периметр треугольника равен 97 см, одна сторона — a см, вторая — b см. Составьте выражение для нахождения третьей стороны. Вычислите длину третьей стороны, если $a = 32$, $b = 26$.
350. С помощью линейки и транспортира постройте треугольник ABC и укажите его вид, если:
- 1) две стороны равны 3 см и 6 см, а угол между ними — 40° ;
 - 2) две стороны равны 2 см 5 мм и 5 см, а угол между ними — 130° ;
 - 3) две стороны равны по 3 см 5 мм, а угол между ними — 54° ;
 - 4) сторона AB равна 4 см, а углы CAB и CBA соответственно равны 30° и 70° ;
 - 5) сторона AB равна 2 см 5 мм, а углы CAB и CBA соответственно равны 100° и 20° ;
 - 6) сторона BC равна 5 см, а углы ABC и BCA соответственно равны 30° и 60° ;
 - 7) сторона BC равна 5 см 5 мм, а углы ABC и BCA равны по 45° ;
 - 8) сторона AC равна 5 см 5 мм, а углы BAC и BCA равны по 60° .
351. С помощью линейки и транспортира постройте треугольник ABC и укажите его вид, если:
- 1) две стороны равны 3 см и 4 см, а угол между ними — 90° ;
 - 2) две стороны равны по 4 см 5 мм, а угол между ними — 60° ;
 - 3) сторона AC равна 6 см, а углы BAC и BCA соответственно равны 90° и 45° ;
 - 4) сторона AB равна 4 см 5 мм, а углы CAB и CBA соответственно равны 35° .

352. Постройте треугольник, стороны которого содержат четыре точки, изображённые на рисунке 122.

353. Сколько треугольников изображено на рисунке 123?





Упражнения для повторения

354. Запишите все углы, изображённые на рисунке 124, и укажите вид каждого угла.
355. Миша делал домашнее задание по математике с 16 ч 48 мин до 17 ч 16 мин, а Дима — с 17 ч 53 мин до 18 ч 20 мин. Кто из мальчиков дольше делал задание и на сколько минут?
356. Решите уравнение:
- 1) $429 + m = 2\ 106$; 3) $(m + 326) - 569 = 674$;
 2) $348 - k = 154$; 4) $5\ 084 - (k - 299) = 568$.
357. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы действие было выполнено правильно:

$$1) \begin{array}{r} * 4 7 * 8 \\ + \quad 2 * * 3 * \\ \hline 1 0 0 0 0 0 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 1 * * * * 0 \\ - \quad 4 5 6 7 * \\ \hline 5 5 5 5 5 \end{array}$$



Задача от мудрой совы

358. Каждый учащийся гимназии изучает по крайней мере один из двух иностранных языков. Английский язык изучают 328 учеников, французский язык — 246 учеников, а английский и французский одновременно — 109 учеников. Сколько всего учеников учится в гимназии?

§ 15. Прямоугольник. Ось симметрии фигуры



Если в четырёхугольнике все углы прямые, то его называют прямоугольником.

На рисунке 125 изображён прямоугольник $ABCD$.

Стороны AB и BC имеют общую вершину B . Их называют соседними сторонами прямоугольника $ABCD$. Также соседними являются, например, стороны BC и CD .

Соседние стороны прямоугольника называют его длиной и шириной.

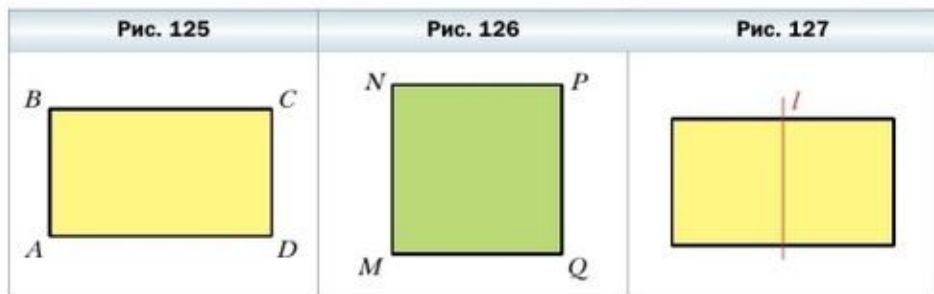
Стороны AB и CD не имеют общих вершин. Их называют противоположными сторонами прямоугольника $ABCD$. Также противоположными являются стороны BC и AD .

Противолежащие стороны прямоугольника равны.

На рисунке 125 $AB = CD$, $BC = AD$. Если длина прямоугольника равна a , а ширина — b , то его периметр вычисляют по уже знакомой вам формуле:

$$P = 2a + 2b$$

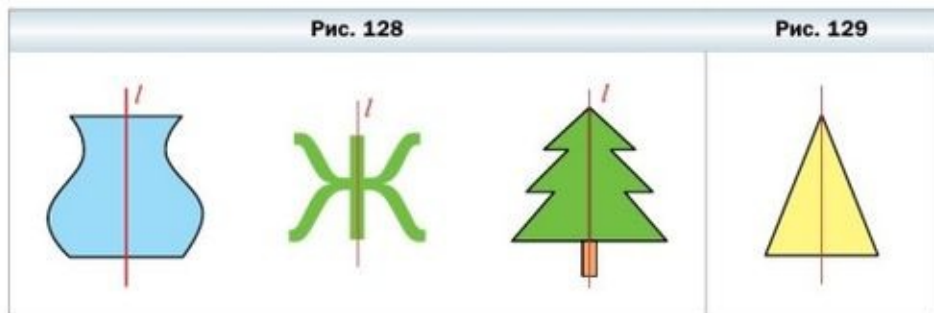
Прямоугольник, у которого все стороны равны, называют **квадратом** (рис. 126). Квадрат ещё называют **правильным** четырёхугольником.



Проведём прямую l , проходящую через середины двух противолежащих сторон прямоугольника (рис. 127). Если лист бумаги перегнуть по прямой l , то две части прямоугольника, лежащие по разные стороны от прямой l , совпадут.

Аналогичным свойством обладают фигуры, изображённые на рисунке 128. Такие фигуры называют **симметричными относительно прямой**. Прямую l называют **осью симметрии фигуры**.

Итак, прямоугольник — это фигура, имеющая ось симметрии. Также ось симметрии имеет равнобедренный треугольник (рис. 129).



Фигура может иметь более одной оси симметрии. Например, прямоугольник, отличный от квадрата, имеет две оси симметрии (рис. 130), а квадрат — четыре оси симметрии (рис. 131). Равносторонний треугольник имеет три оси симметрии (рис. 132).

Рис. 130

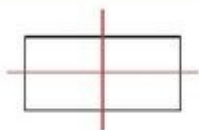


Рис. 131

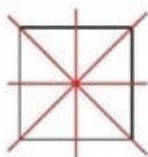
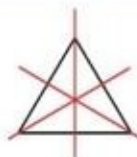


Рис. 132



Изучая окружающий мир, мы часто встречаемся с симметрией. Примеры симметрии в природе показаны на рисунке 133.

Рис. 133



Рис. 134



Адмиралтейство, г. Санкт-Петербург

Большой театр, г. Москва

Объекты, имеющие ось симметрии, легко воспринимаются и приятны для глаза. Недаром в Древней Греции слово «симметрия» служило синонимом слов «гармония», «красота».

Идея симметрии широко используется в изобразительном искусстве, архитектуре (рис. 134).

Более подробно о симметрии вы узнаете в 6 и 9 классах.



1. Какой четырёхугольник называют прямоугольником?
2. Какие стороны прямоугольника называют соседними? Противоположными?
3. Что называют длиной и шириной прямоугольника?
4. Каким свойством обладают противоположные стороны прямоугольника?
5. Какую фигуру называют квадратом?
6. Объясните, какие фигуры называют симметричными относительно прямой.
7. Как называют прямую, относительно которой симметрична фигура?
8. Какие вы знаете фигуры, имеющие ось симметрии?
9. Сколько осей симметрии имеет прямоугольник, отличный от квадрата? Квадрат? Равносторонний треугольник?



Решаем устно

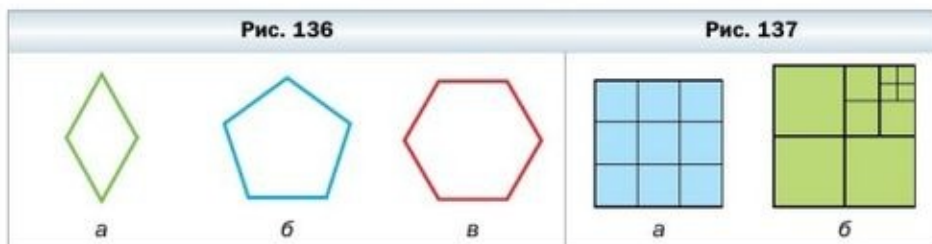
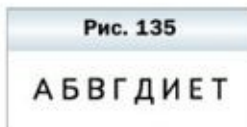
1. Каждая сторона треугольника равна 12 см. Как называют такой треугольник? Чему равен его периметр?
2. Периметр равнобедренного треугольника равен 32 см, а одна из его сторон — 12 см. Найдите длины двух других сторон треугольника. Сколько решений имеет задача?
3. Найдите сторону равностороннего треугольника, если она меньше его периметра на 10 см.
4. Вычислите значение y по формуле $y = x \cdot x + 12$, если: 1) $x = 1$; 2) $x = 10$.



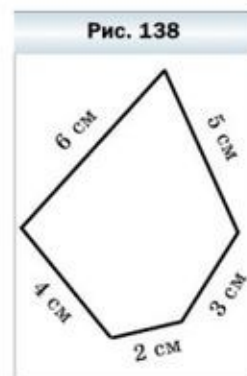
Упражнения

359. Постройте:
 - 1) прямоугольник, соседние стороны которого равны 4 см и 2 см;
 - 2) квадрат со стороной 3 см.
360. Постройте прямоугольник, соседние стороны которого равны 25 мм и 35 мм.

- 361.** Вычислите периметр:
 1) прямоугольника, соседние стороны которого равны 42 см и 23 см;
 2) квадрата со стороной 8 дм.
- 362.** Найдите периметр прямоугольника, соседние стороны которого равны 13 мм и 17 мм.
- 363.** Какие из букв, изображённых на рисунке 135, имеют ось симметрии?
- 364.** Сколько осей симметрии имеет многоугольник, изображённый на рисунке 136?



- 365.** 1) Длина одной из сторон прямоугольника равна 14 см, что на 5 см больше длины соседней стороны. Найдите периметр прямоугольника.
 2) Периметр прямоугольника равен 34 см, а одна из его сторон — 12 см. Найдите длину соседней стороны прямоугольника.
- 366.** Одна сторона прямоугольника равна 8 см, а соседняя — в 4 раза больше. Найдите периметр прямоугольника.
- 367.** Квадрат со стороной 12 см и прямоугольник, одна из сторон которого равна 8 см, имеют равные периметры. Найдите неизвестную сторону прямоугольника.
- 368.** Прямоугольник, соседние стороны которого равны 42 см и 14 см, и квадрат имеют равные периметры. Найдите длину стороны квадрата.

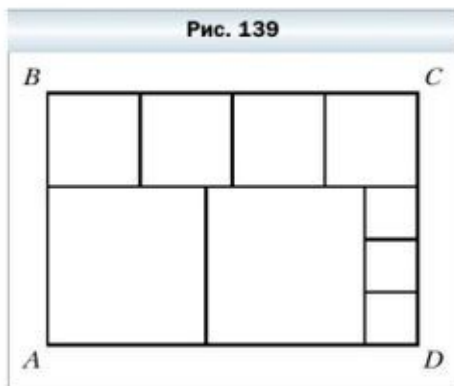


- 369.** Сколько квадратов изображено на рисунке 137?
- 370.** Из куска проволоки сделали модель пятиугольника (рис. 138). Какие из моделей перечисленных фигур, длины сторон которых выражаются натуральным числом сантиметров, можно сделать из этого куска проволоки:
 1) квадрат; 2) пятиугольник, все стороны которого равны; 3) равносторонний треугольник?

371. Прямоугольник $ABCD$ разрезали на квадраты так, как показано на рисунке 139. Сторона наименьшего из квадратов равна 4 см. Найдите длины сторон прямоугольника $ABCD$.

372. Начертите прямоугольник, соседние стороны которого равны 3 см и 6 см. Разделите его на три равных прямоугольника. Вычислите периметр каждого из полученных прямоугольников. Сколько решений имеет задача?

373. Существует ли среди прямоугольников с периметром 12 см такой, который можно разделить на два равных квадрата? В случае положительного ответа выполните рисунок и вычислите периметр каждого из полученных квадратов.



374. Как надо разрезать квадрат на четыре равные части, чтобы из них можно было сложить два квадрата?

375. Как надо разрезать равнобедренный прямоугольный треугольник на четыре равные части, чтобы из них можно было сложить квадрат?

376. Как надо разрезать прямоугольник со сторонами 8 см и 4 см на четыре части, чтобы из них можно было сложить квадрат?

377. Как надо разрезать квадрат на треугольник и четырёхугольник, чтобы из них можно было сложить треугольник?

378. Как надо разрезать квадрат со стороной 6 см на две части по ломаной, состоящей из трёх звеньев, чтобы из полученных частей можно было сложить прямоугольник?



Упражнения для повторения

379. Проведите прямую MK , луч PS и отрезок AB так, чтобы луч PS пересекал отрезок AB и прямую MK , а прямая MK не пересекала отрезок AB .

380. В магазине имеются лимоны, апельсины и мандарины, всего 740 кг. Если бы продали 55 кг лимонов, 36 кг апельсинов и 34 кг мандаринов, то оставшиеся массы лимонов, апельсинов и мандаринов оказались бы равными. Сколько килограммов фруктов каждого вида имеется в магазине?

- 381.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, или на электропоезде, или на маршрутном такси. В таблице указано время, которое надо затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Каким видом транспорта при этом надо воспользоваться?

Вид транспорта	Время на дорогу от дома до остановки транспорта	Время на проезд в транспорте	Время на дорогу от остановки транспорта до дачи
Автобус	10 мин	1 ч 15 мин	5 мин
Электропоезд	8 мин	56 мин	10 мин
Маршрутное такси	7 мин	1 ч 5 мин	8 мин

- 382.** Найдите сумму корней уравнений:

1) $(x - 18) - 73 = 39$ и $24 + (y - 52) = 81$;

2) $(65 - x) + 14 = 51$ и $(y + 16) + 37 = 284$.

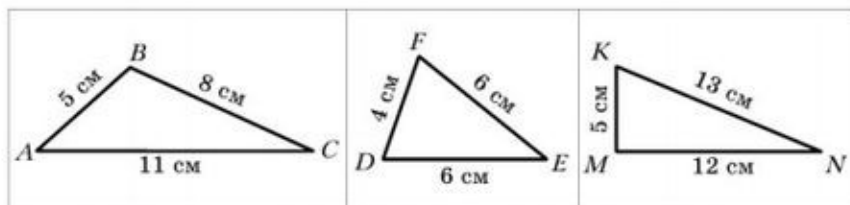
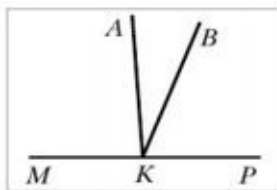


Задача от мудрой совы

- 383.** Как с помощью пятилитрового бидона и трёхлитровой банки набрать на берегу реки 4 л воды?

Задание № 2 «Проверьте себя» в тестовой форме

1. Чему равна разность $738\,621 - 239\,507$?
 А) 499 114 Б) 498 104 В) 489 014 Г) 488 124
2. Чему равна сумма 2 ч 36 мин + 6 ч 48 мин?
 А) 9 ч 34 мин В) 9 ч 24 мин
 Б) 8 ч 14 мин Г) 8 ч 24 мин
3. В виде какого равенства можно записать то, что число m на 18 меньше числа n ?
 А) $m - n = 19$ В) $m + n = 18$
 Б) $n - m = 18$ Г) $m = n + 18$
4. Чему равен корень уравнения $(x - 63) + 105 = 175$?
 А) 133 Б) 7 В) 343 Г) 217
5. Укажите верное утверждение.
 А) угол, который больше острого угла, — тупой
 Б) угол, который меньше тупого угла, — прямой
 В) острый угол меньше тупого угла
 Г) угол, который больше прямого угла, — развёрнутый
6. Из вершины развёрнутого угла MKP , изображённого на рисунке, проведены лучи KA и KB так, что $\angle MKB = 115^\circ$, $\angle AKP = 94^\circ$. Вычислите градусную меру угла AKB .
 А) 21° В) 29°
 Б) 27° Г) 32°
7. Определите, какой из треугольников является равнобедренным, и укажите его периметр.



- А) 24 см Б) 16 см В) 30 см Г) 20 см
8. Одна сторона прямоугольника равна 8 см, а соседняя — на 7 см больше. Чему равен периметр прямоугольника?
 А) 15 см Б) 30 см В) 23 см Г) 46 см

9. На выполнение домашнего задания ученик затратил 2 ч 15 мин. При этом задания по русскому языку и математике он выполнял по 40 мин, задание по истории — 25 мин, а остальное время — задание по английскому языку. Сколько времени ушло на выполнение домашнего задания по английскому языку?
 А) 40 мин Б) 35 мин В) 25 мин Г) 30 мин
10. Квадрат со стороной 12 см и прямоугольник, одна из сторон которого равна 10 см, имеют равные периметры. Чему равна неизвестная сторона прямоугольника?
 А) 8 см Б) 26 см В) 2 см Г) 14 см
11. При каком значении a верно равенство $a + a = a - a$?
 А) при любом значении a В) при $a = 0$
 Б) такого значения a не существует Г) при $a = 1$
12. Класс, в котором 30 учащихся, пришёл на экскурсию в музей. Входной билет для одного учащегося стоит a р., а за сопровождение группы экскурсоводом надо заплатить дополнительно 450 р. Укажите формулу для вычисления общей стоимости b экскурсии.
 А) $b = a + 450$ В) $b = 30(a + 450)$
 Б) $b = 30a + 450$ Г) $b = 450a + 30$

Итоги главы 2

Свойства сложения

Переместительное свойство: $a + b = b + a$.

Сочетательное свойство: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Формула пути

$s = vt$, где s — пройденный путь, v — скорость движения, t — время, за которое пройден путь s .

Корень уравнения

Корнем уравнения называют число, которое при подстановке вместо буквы обращает уравнение в верное числовое равенство.

Решение уравнений

Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что их вообще нет.

Угол

Фигуру, образованную двумя лучами, имеющими общее начало, называют углом.

Равные углы

Два угла называют равными, если они совпадают при наложении.

Свойство величины угла

Если между сторонами угла ABC провести луч BD , то градусная мера угла ABC равна сумме градусных мер углов ABD и DBC , т. е. $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.

Развёрнутый угол

Угол, стороны которого образуют прямую, называют развёрнутым.

Острый угол

Угол, градусная мера которого меньше 90° , называют острым.

Прямой угол

Угол, градусная мера которого равна 90° , называют прямым.

Тупой угол

Угол, градусная мера которого больше 90° , но меньше 180° , называют тупым.

Равные многоугольники

Два многоугольника называют равными, если они совпадают при наложении.

Равные фигуры

Две фигуры называют равными, если они совпадают при наложении.

Остроугольный треугольник

Если все углы треугольника острые, то его называют остроугольным треугольником.

Прямоугольный треугольник

Если один из углов треугольника прямой, то его называют прямоугольным треугольником.

Тупоугольный треугольник

Если один из углов треугольника тупой, то его называют тупоугольным треугольником.

Равнобедренный треугольник

Если две стороны треугольника равны, то его называют равнобедренным треугольником.

Равносторонний треугольник

Если три стороны треугольника равны, то его называют равносторонним треугольником.

Разносторонний треугольник

Треугольник, у которого три стороны имеют различную длину, называют разносторонним треугольником.

Периметр равностороннего треугольника

Если сторона равностороннего треугольника равна a , то его периметр вычисляют по формуле: $P = 3a$.

Прямоугольник

Если в четырёхугольнике все углы прямые, то его называют прямоугольником.

Свойство прямоугольника

Противоположные стороны прямоугольника равны.

Периметр прямоугольника

Если длина прямоугольника равна a , а ширина — b , то его периметр вычисляют по формуле: $P = 2a + 2b$.

Глава 3. Умножение и деление натуральных чисел



Изучив материал этой главы, вы расширите и углубите свои знания о действиях умножения и деления натуральных чисел. Вы познакомитесь с новым арифметическим действием — возведением в степень, а также с новыми фигурами — прямоугольным параллелепипедом и пирамидой. Вы узнаете, что называют делением с остатком; что такое квадрат и куб числа; какими свойствами обладают такие величины, как площадь и объём. Научитесь находить площадь прямоугольника и объём прямоугольного параллелепипеда.

§ 16. Умножение. Переместительное свойство умножения

Начертим на листке в клетку прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см. Разобьём его на квадраты со стороной 1 см (рис. 140). Как подсчитать количество этих квадратов?

Можно, например, рассуждать так. Прямоугольник разделён на три ряда, в каждом из которых есть пять квадратов. Поэтому искомое количество равно $5 + 5 + 5 = 15$. В левой части записанного равенства стоит сумма равных слагаемых. Как вы знаете, такую сумму записывают в виде произведения $5 \cdot 3$. Имеем: $5 \cdot 3 = 15$.

В равенстве $a \cdot b = c$ числа a и b называют множителями, а число c и запись $a \cdot b$ — произведением.

Итак, $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

Аналогично:

$$3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3;$$

$$7 \cdot 4 = 7 + 7 + 7 + 7;$$

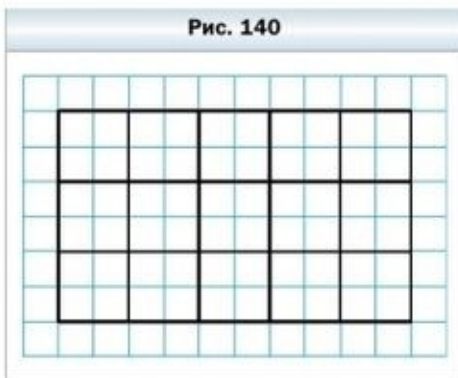
$$1 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;$$

$$0 \cdot 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0.$$

В буквенном виде записывают так:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ слагаемых}}.$$

Рис. 140





Произведением числа a на натуральное число b , не равное 1, называют сумму, состоящую из b слагаемых, каждое из которых равно a .

А если $b = 1$? Тогда придётся рассматривать сумму, состоящую из одного слагаемого. А это в математике не принято. Поэтому договорились, что

$$a \cdot 1 = a.$$

Если $b = 0$, то договорились считать, что

$$a \cdot 0 = 0.$$

В частности,

$$0 \cdot 0 = 0.$$

Рассмотрим произведения $1 \cdot a$ и $0 \cdot a$, где a — натуральное число, отличное от 1.

$$\text{Имеем: } 1 \cdot a = \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{a \text{ слагаемых}} = a,$$

$$0 \cdot a = \underbrace{0 + 0 + 0 + \dots + 0}_{a \text{ слагаемых}} = 0.$$

Теперь можно сделать следующие выводы.

Если один из двух множителей равен 1, то произведение равно другому множителю:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Произведение двух чисел, отличных от нуля, нулём быть не может.



Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

Количество квадратов на рисунке 140 мы подсчитали так:

$5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15$. Однако этот подсчёт можно было сделать и другим способом. Прямоугольник разделён на пять столбцов, в каждом из которых есть три квадрата. Поэтому искомое число квадратов равно

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5 = 15.$$

Подсчёт квадратов на рисунке 140 двумя способами иллюстрирует переместительное свойство умножения.



От перестановки множителей произведение не меняется.

2) $18 \cdot 4 = 72$ (км) — расстояние между всадником и пешеходом через 4 ч.

Ответ: 72 км. ◀

Пример 4. От двух пристаней одновременно навстречу друг другу отошли два катера, которые встретились через 5 ч после начала движения. Один из катеров двигался со скоростью 28 км/ч, а второй — 36 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.

Решение. 1) $28 + 36 = 64$ (км) — на столько сближались катера каждый час.

2) $64 \cdot 5 = 320$ (км) — расстояние между пристанями.

Ответ: 320 км. ◀



1. Что называют произведением числа a на натуральное число b , не равное 1?
2. Как в равенстве $a \cdot b = c$ называют число a ? Число b ? Число c ? Выражение $a \cdot b$?
3. Чему равно произведение двух множителей, один из которых равен 1?
4. Чему равно произведение двух множителей, один из которых равен 0?
5. Каким свойством обладают множители, произведение которых равно нулю?
6. Сформулируйте переместительное свойство умножения.
7. Как записывают в буквенном виде переместительное свойство умножения?



Решаем устно

1. Чему равна сумма:
1) $20 + 20 + 20$; 3) $12 + 12 + 12 + 12$; 5) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$;
2) $33 + 33 + 33$; 4) $25 + 25 + 25 + 25$; 6) $8 + 8 + 8 + 8 + 8$?
2. Вычислите:
1) $6 + 4 \cdot 3 - 2$; 3) $6 + 4 \cdot (3 - 2)$;
2) $(6 + 4) \cdot 3 - 2$; 4) $(6 + 4) \cdot (3 - 2)$.
3. Найдите произведение чисел 14 и 6.
4. Увеличьте число 18 в 3 раза.
5. Найдите длину боковой стороны равнобедренного треугольника, если его периметр на 12 см больше основания.
6. Определите вид треугольника, две стороны которого равны 8 см и 12 см, а периметр — 28 см.
7. Найдите периметр квадрата, если он больше его стороны на 18 см.



Упражнения

384. Запишите сумму в виде произведения:

1) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$;

4) $\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{101 \text{ слагаемое}}$;

2) $9 + 9 + 9 + 9 + 9$;

5) $\underbrace{5 + 5 + \dots + 5}_m \text{ слагаемых}$;

3) $n + n + n + n + n + n + n$;

6) $\underbrace{m + m + \dots + m}_k \text{ слагаемых}$.

385. Выполните умножение:

1) $516 \cdot 32$;

4) $314 \cdot 258$;

7) $626 \cdot 480$;

2) $418 \cdot 46$;

5) $133 \cdot 908$;

8) $1\,234 \cdot 567$;

3) $4\,519 \cdot 52$;

6) $215 \cdot 204$;

9) $2\,984 \cdot 4\,006$.

386. Выполните умножение:

1) $706 \cdot 53$;

4) $591 \cdot 289$;

7) $934 \cdot 260$;

2) $304 \cdot 29$;

5) $465 \cdot 506$;

8) $2\,468 \cdot 359$;

3) $5\,245 \cdot 67$;

6) $328 \cdot 406$;

9) $1\,234 \cdot 2\,007$.

387. Вычислите:

1) $704 \cdot 69 + 1\,424$;

5) $(294 + 16) \cdot (348 - 279)$;

2) $412 \cdot 42 - 7\,304$;

6) $294 + 16 \cdot 348 - 279$;

3) $(938 - 543) \cdot 34$;

7) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$;

4) $85 \cdot (870 - 567)$;

8) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$.

388. Вычислите:

1) $603 \cdot 84 + 2\,536$;

3) $64 \cdot 96 - 77$;

2) $318 \cdot 56 - 5\,967$;

4) $64 \cdot (96 - 77)$.

389. Вычислите значение выражения:

1) $17x + 432$, если $x = 58$;

2) $(739 - x) \cdot y$, если $x = 554$, $y = 4\,900$.

390. Вычислите значение выражения:

1) $976 - 24x$, если $x = 36$;

2) $x \cdot 63 - y$, если $x = 367$, $y = 19\,742$.

391. Выполните умножение:

1) $693 \cdot 100$;

3) $540 \cdot 20$;

5) $760 \cdot 350$;

2) $974 \cdot 1\,000$;

4) $120 \cdot 400$;

6) $460 \cdot 1\,800$.

392. Выполните умножение:

1) $214 \cdot 10$;

3) $10\,000 \cdot 546$;

5) $580 \cdot 240$;

2) $100 \cdot 328$;

4) $140 \cdot 80$;

6) $270 \cdot 3\,000$.

393. Готовясь к школе, Буратино купил 34 тетради по 12 сольдо и 18 тетрадей по 16 сольдо. Сколько сольдо заплатил Буратино за все тетради?

394. Кот Матроскин продал 42 л молока по 64 р. за 1 литр и 16 кг творога по 320 р. за 1 килограмм. Сколько денег выручил Матроскин за свой товар?
395. В походе, длившемся несколько дней, турист 14 ч плыл по реке на лодке со скоростью 8 км/ч и шёл пешком 23 ч со скоростью 4 км/ч. Какой путь, по реке или по суше, был длиннее и на сколько километров?
396. Путешественник плыл на моторной лодке 5 ч по реке со скоростью 27 км/ч и 7 ч по озеру со скоростью 21 км/ч. Какой путь, по реке или по озеру, был длиннее и на сколько километров?
397. В школу завезли апельсины, мандарины и лимоны. Апельсинов было 94 кг, что в 7 раз меньше, чем мандаринов, и на 16 кг больше, чем лимонов. Сколько всего килограммов фруктов завезли в школу?
398. Школе для кабинета музыки выделили 50 000 р. на покупку компьютера, музыкального центра и мультимедиапроектора. Музыкальный центр стоит 3 600 р., что в 4 раза меньше стоимости компьютера и на 28 200 р. меньше стоимости мультимедиапроектора. Хватит ли выделенных денег на покупку?
399. Найдите значение выражения:
 1) $(318 \cdot 207 - 64\,934) \cdot 276 + 604 \cdot 88$;
 2) $869 \cdot (61\,124 - 488 \cdot 125) - 509 \cdot 74$.
400. Найдите значение выражения:
 1) $(214 \cdot 104 + 7\,544) \cdot 35 - 508 \cdot 722$;
 2) $647 \cdot (36\,900 - 255 \cdot 144) - 318 \cdot 92$.
401. Из одного порта в другой одновременно отправились теплоход и катер. Скорость теплохода составляет 28 км/ч, а скорость катера — 36 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 5 ч после начала движения?
402. Из одного села в одном направлении одновременно выехали два велосипедиста. Один из них ехал со скоростью 12 км/ч, а второй — 9 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 6 ч после начала движения?
403. С одной станции в противоположных направлениях одновременно отправились два поезда. Один из них двигался со скоростью 64 км/ч, а второй — 57 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 9 ч после начала движения?
404. Из одного города в противоположных направлениях одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного из них была 74 км/ч, что на 8 км/ч больше, чем скорость другого. Какое расстояние будет между ними через 7 ч после начала движения?

405. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист и легковой автомобиль. Велосипедист ехал со скоростью 11 км/ч, а автомобиль — в 7 раз быстрее. Найдите расстояние между городами, если велосипедист и автомобиль встретились через 4 ч после начала движения.
406. Из двух сёл одновременно навстречу друг другу отправились велосипедист и пешеход. Пешеход шёл со скоростью 3 км/ч, что в 4 раза меньше скорости велосипедиста. Найдите расстояние между сёлами, если велосипедист и пешеход встретились через 3 ч после начала движения.
407. Всегда ли произведение двух натуральных чисел больше, чем их сумма?
408. Как изменится произведение двух натуральных чисел, если:
- 1) один из множителей увеличить в 8 раз;
 - 2) один из множителей уменьшить в 5 раз;
 - 3) каждый множитель увеличить в 6 раз;
 - 4) один множитель увеличить в 13 раз, а другой — в 40 раз;
 - 5) один множитель увеличить в 12 раз, а другой уменьшить в 3 раза?

409. Из двух посёлков, расстояние между которыми равно 3 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Один из них двигался со скоростью 5 км/ч, а второй — 4 км/ч. Какое расстояние будет между пешеходами через 2 ч после начала движения?

410. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы умножение было выполнено верно:

$$1) \begin{array}{r} \times 43 \\ 2* \\ \hline 3*4 \\ + 8* \\ \hline 12*4 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} \times 52 \\ ** \\ \hline 1** \\ + **8 \\ \hline **8* \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} \times *8 \\ * \\ \hline 8** \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r} \times 6* \\ *** \\ \hline ** \\ + ** \\ \hline ****6 \end{array}$$

411. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы умножение было выполнено верно:

$$1) \begin{array}{r} \times *7 \\ 6* \\ \hline 51* \\ + *** \\ \hline ***3 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} \times 74 \\ ** \\ \hline *1* \\ + ** \\ \hline ***8 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} \times 52 \\ ** \\ \hline ** \\ + ** \\ \hline *** \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r} \times *** \\ *2 \\ \hline *08 \\ + *6* \\ \hline *12* \end{array}$$

412. При каких значениях a верно равенство:

- 1) $a \cdot 5 = 5$; 4) $a \cdot 1 = 1$; 7) $0 \cdot a = a$;
2) $a \cdot 5 = 0$; 5) $a \cdot 1 = a$; 8) $0 \cdot a = 0$;
3) $a \cdot 5 = a$; 6) $a \cdot a = a$; 9) $a \cdot a = 0$?

413. Сумма и произведение четырёх натуральных чисел равны 8. Найдите эти числа.



414. В записи $1 * 2 * 3 * 4 * 5$ замените звёздочки знаками «+» или « \cdot » и расставьте скобки так, чтобы значение полученного выражения равнялось 100.



Упражнения для повторения

415. Найдите величину угла ABM (рис. 141), если $\angle MBK$ — прямой и $\angle ABM = \angle CBK$.

416. Угол ABC равен 72° , луч BD — биссектриса угла ABC , луч BE — биссектриса угла ABD . Вычислите величину угла CBE .

417. По формуле $a = b : 4 - 6$ найдите значение a , если:

- 1) $b = 600$; 3) $b = 24$;
2) $b = 64$; 4) $b = 100$.

418. Сумма длин первой и второй сторон треугольника равна 33 см, первой и третьей — 39 см, второй и третьей — 42 см. Найдите периметр треугольника.



Задача от мудрой совы

419. 1) Сложите из десяти спичек три квадрата.
2) Сложите из 19 спичек шесть квадратов.
3) Какие четыре спички надо убрать (рис. 142), чтобы остались пять квадратов?

Рис. 141

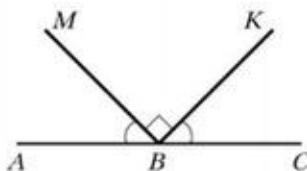
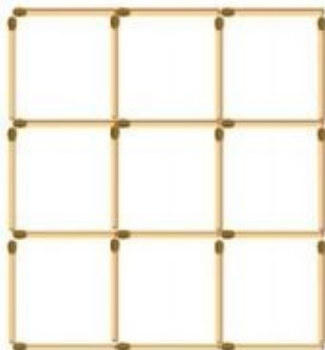


Рис. 142



§ 17. Сочетательное и распределительное свойства умножения

Начертим на листке в клетку прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см. Разобьём его на квадраты со стороной 1 см (рис. 143). Подсчитаем количество клеток, расположенных в прямоугольнике. Это можно сделать, например, так.

Количество квадратов со стороной 1 см равно $5 \cdot 3$. Каждый такой квадрат состоит из четырёх клеток. Поэтому общее количество клеток равно $(5 \cdot 3) \cdot 4$.

Эту же задачу можно решить иначе. Каждый из пяти столбцов прямоугольника состоит из трёх квадратов со стороной 1 см. Поэтому в одном столбце содержится $3 \cdot 4$ клеток. Следовательно, всего клеток будет $5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Рис. 143

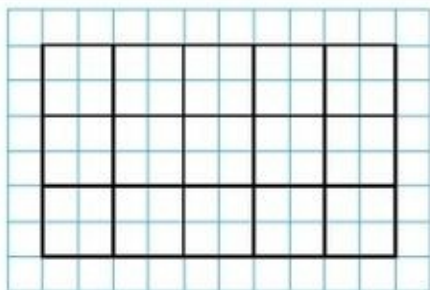
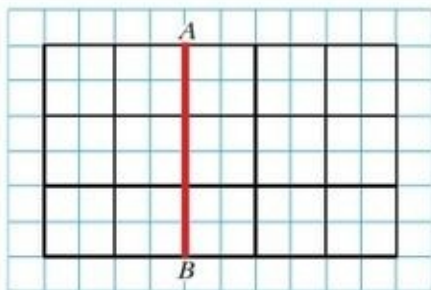



Рис. 144



Подсчёт клеток на рисунке 143 двумя способами иллюстрирует сочетательное свойство умножения для чисел 5, 3 и 4. Имеем: $(5 \cdot 3) \cdot 4 = 5 \cdot (3 \cdot 4)$.

 Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел.

В буквенном виде это свойство записывают так:

$$(ab)c = a(bc)$$

Из переместительного и сочетательного свойств умножения следует, что *при умножении нескольких чисел множители можно менять местами и заключать в скобки, тем самым определяя порядок вычислений.*



Например, верны равенства:

$$abc = cba,$$

$$17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (17 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5).$$

На рисунке 144 отрезок AB делит рассмотренный выше прямоугольник на прямоугольник и квадрат.

Подсчитаем количество квадратов со стороной 1 см двумя способами.

С одной стороны, в образовавшемся квадрате их содержится $3 \cdot 3$, а в прямоугольнике — $3 \cdot 2$. Всего получим $3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ квадратов. С другой стороны, в каждом из трёх рядов данного прямоугольника находится $3 + 2$ квадрата. Тогда их общее количество равно $3 \cdot (3 + 2)$.

Равенство $3 \cdot (3 + 2) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ иллюстрирует **распределительное свойство умножения относительно сложения**.



Чтобы число умножить на сумму двух чисел, можно это число умножить на каждое слагаемое и полученные произведения сложить.



В буквенном виде это свойство записывают так:

$$a(b + c) = ab + ac$$

Из распределительного свойства умножения относительно сложения следует, что

$$ab + ac = a(b + c).$$

Это равенство позволяет формулу $P = 2a + 2b$ для нахождения периметра прямоугольника записать в таком виде:

$$P = 2(a + b).$$

Заметим, что распределительное свойство справедливо для трёх и более слагаемых. Например:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

Также справедливо **распределительное свойство умножения относительно вычитания**: если $b > c$ или $b = c$, то

$$a(b - c) = ab - ac$$

Пример 1. Вычислите удобным способом:

1) $25 \cdot 867 \cdot 4$;

2) $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246$.

Решение. 1) Используем переместительное, а затем сочетательное свойства умножения:

$$25 \cdot 867 \cdot 4 = 867 \cdot (25 \cdot 4) = 867 \cdot 100 = 86\,700.$$

2) Имеем:

$$329 \cdot 754 + 329 \cdot 246 = 329 \cdot (754 + 246) = 329 \cdot 1\,000 = 329\,000. \blacktriangleleft$$

Пример 2. Упростите выражение: 1) $4a \cdot 3b$; 2) $18m - 13m$.

Решение. 1) Используя переместительное и сочетательное свойства умножения, получаем: $4a \cdot 3b = (4 \cdot 3) \cdot ab = 12ab$.

2) Используя распределительное свойство умножения относительно вычитания, получаем:

$$18m - 13m = m(18 - 13) = m \cdot 5 = 5m. \blacktriangleleft$$

Пример 3. Запишите выражение $5(2m + 7)$ так, чтобы оно не содержало скобок.

Решение. Согласно распределительному свойству умножения относительно сложения имеем:

$$5(2m + 7) = 5 \cdot 2m + 5 \cdot 7 = 10m + 35. \blacktriangleleft$$

Такое преобразование называют **раскрытием скобок**.

Пример 4. Вычислите удобным способом значение выражения $125 \cdot 24 \cdot 283$.

Решение. Имеем:

$$125 \cdot 24 \cdot 283 = 125 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 283 = (125 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 283) = 1\,000 \cdot 849 = 849\,000. \blacktriangleleft$$

Пример 5. Выполните умножение: 3 сут 18 ч \cdot 6.

Решение. Имеем:

$$3 \text{ сут } 18 \text{ ч} \cdot 6 = 18 \text{ сут } 108 \text{ ч} = 22 \text{ сут } 12 \text{ ч}.$$

При решении примера было использовано распределительное свойство умножения относительно сложения:

$$3 \text{ сут } 18 \text{ ч} \cdot 6 = (3 \text{ сут} + 18 \text{ ч}) \cdot 6 = 3 \text{ сут} \cdot 6 + 18 \text{ ч} \cdot 6 = 18 \text{ сут} + 108 \text{ ч} = 18 \text{ сут} + 96 \text{ ч} + 12 \text{ ч} = 18 \text{ сут} + 4 \text{ сут} + 12 \text{ ч} = 22 \text{ сут } 12 \text{ ч}. \blacktriangleleft$$



1. Сформулируйте сочетательное свойство умножения.
2. Как записывают в буквенном виде сочетательное свойство умножения?
3. Сформулируйте распределительное свойство умножения относительно сложения.
4. Как записывают в буквенном виде распределительное свойство умножения относительно сложения? Вычитания?



Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Произведение чисел 3 и 8 умножьте на 100.
3. Число 3 умножьте на произведение чисел 8 и 100.
4. Найдите произведение суммы чисел 8 и 7 и числа 6.
5. Найдите сумму произведений чисел 8 и 6 и чисел 7 и 6.
6. Можно ли представить число 6 в виде произведения 100 множителей?
7. В инкубаторе было 1 000 яиц. Из каждых 100 яиц вылупилось 95 цыплят. Сколько всего вылупилось цыплят?



Упражнения

- 420.** Вычислите удобным способом:
- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $2 \cdot 328 \cdot 5$; | 3) $25 \cdot 243 \cdot 4$; | 5) $50 \cdot 236 \cdot 2$; |
| 2) $125 \cdot 43 \cdot 8$; | 4) $4 \cdot 36 \cdot 5$; | 6) $250 \cdot 3 \cdot 4$. |
- 421.** Вычислите удобным способом:
- | | | |
|----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $4 \cdot 17 \cdot 25$; | 3) $8 \cdot 475 \cdot 125$; | 5) $2 \cdot 916 \cdot 50$; |
| 2) $5 \cdot 673 \cdot 2$; | 4) $73 \cdot 5 \cdot 4$; | 6) $5 \cdot 9 \cdot 200$. |
- 422.** Упростите выражение:
- | | | |
|--------------------|---------------------------|---|
| 1) $13 \cdot 2a$; | 4) $28 \cdot y \cdot 5$; | 7) $27m \cdot 3n$; |
| 2) $9x \cdot 8$; | 5) $6a \cdot 8b$; | 8) $4a \cdot 8 \cdot b \cdot 3 \cdot c$; |
| 3) $23 \cdot 4b$; | 6) $11x \cdot 14y$; | 9) $12x \cdot 3y \cdot 5z$. |
- 423.** Упростите выражение:
- | | | |
|--------------------|---------------------|------------------------------|
| 1) $12 \cdot 3x$; | 3) $5a \cdot 7b$; | 5) $2a \cdot 3b \cdot 4c$; |
| 2) $10x \cdot 6$; | 4) $8m \cdot 12n$; | 6) $5x \cdot 2y \cdot 10z$. |
- 424.** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
- | | |
|------------------------------------|--|
| 1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$; | 3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$; |
| 2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$; | 4) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17$. |
- 425.** Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
- | | |
|------------------------------------|--|
| 1) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$; | 3) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$; |
| 2) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$; | 4) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72$. |
- 426.** Раскройте скобки:
- | | | |
|------------------|-------------------------|----------------------------------|
| 1) $2(a + 5)$; | 4) $(c - 9) \cdot 11$; | 7) $7(6a + 8b)$; |
| 2) $8(7 - x)$; | 5) $(8 + y) \cdot 16$; | 8) $10(2m - 3n + 4k)$; |
| 3) $12(x + y)$; | 6) $15(4a - 3)$; | 9) $(24x + 17y - 36z) \cdot 4$. |
- 427.** Раскройте скобки:
- | | | |
|-----------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $4(a + 2)$; | 3) $(p - q) \cdot 9$; | 5) $5(2m - 1)$; |
| 2) $3(m - 5)$; | 4) $12(a + b)$; | 6) $(3c + 5d) \cdot 14$. |
- 428.** Упростите выражение:
- | | | |
|------------------|----------------|-----------------------|
| 1) $6a + 8a$; | 4) $m + 29m$; | 7) $4x + 13x + 15x$; |
| 2) $28c - 15c$; | 5) $98p - p$; | 8) $67z - 18z + 37$; |
| 3) $13y - 2y$; | 6) $17k + k$; | 9) $35x + x - 6$. |

429. Упростите выражение:

- 1) $13b + 19b$; 4) $127q - q$;
2) $44d - 37d$; 5) $36y - 19y + 23y$;
3) $34n + n$; 6) $49a + 21a + 30$.

430. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $25x \cdot 4y$, если $x = 12$, $y = 11$;
2) $8k \cdot 125c$, если $k = 58$, $c = 8$.

431. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $5a \cdot 20b$, если $a = 4$, $b = 68$;
2) $4m \cdot 50n$, если $m = 22$, $n = 34$.

432. Вычислите наиболее удобным способом значение выражения:

- 1) $398 \cdot 36 + 36b$, если $b = 602$;
2) $986b - 86 \cdot 83$, если $b = 83$.

433. Вычислите наиболее удобным способом значение выражения:

- 1) $631 \cdot 18 + x \cdot 369$, если $x = 18$;
2) $58a - 58 \cdot 824$, если $a = 1\ 024$.

434. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $13p + 37p$, если $p = 14$; 3) $38x + 17x - 54x + x$, если $x = 678$;
2) $72b - 43b$, если $b = 54$; 4) $86c - 35c - c + 296$, если $c = 47$.

435. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $34x + 66x$, если $x = 8$; 3) $18m - 5m + 7m$, если $m = 394$;
2) $54a - 39a$, если $a = 26$; 4) $19z - 12z + 33z - 192$, если $z = 82$.

436. Вычислите удобным способом:

- 1) $16 \cdot 25$; 2) $25 \cdot 8 \cdot 5$; 3) $15 \cdot 12$; 4) $375 \cdot 24$.

437. Вычислите удобным способом:

- 1) $25 \cdot 14 \cdot 6$; 2) $125 \cdot 25 \cdot 32$; 3) $75 \cdot 36$; 4) $96 \cdot 50$.

438. Вычислите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

- 1) $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$;
2) $84 \cdot 53 - 84 \cdot 28 + 16 \cdot 61 - 16 \cdot 36$.

439. Вычислите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

- 1) $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$;
2) $82 \cdot 46 + 82 \cdot 54 + 135 \cdot 18 - 18 \cdot 35$.

440. Выполните умножение:

- 1) $2 \text{ км } 56 \text{ м} \cdot 68$; 4) $3 \text{ т } 5 \text{ ц } 65 \text{ кг} \cdot 8$;
2) $7 \text{ р. } 9 \text{ к.} \cdot 54$; 5) $3 \text{ ч } 48 \text{ мин} \cdot 25$;
3) $4 \text{ км } 90 \text{ м} \cdot 43$; 6) $5 \text{ ч } 12 \text{ мин } 36 \text{ с} \cdot 15$.

441. Выполните умножение:

- 1) 8 ц 26 кг · 27; 4) 5 м 8 см · 42;
2) 14 р. 80 к. · 406; 5) 7 мин 5 с · 24;
3) 6 т 45 кг · 82; 6) 4 сут 6 ч · 12.

442. Сколькими нулями оканчивается произведение всех натуральных чисел:

- 1) от 1 до 10 включительно; 3) от 10 до 30 включительно;
2) от 15 до 24 включительно; 4) от 1 до 100 включительно?

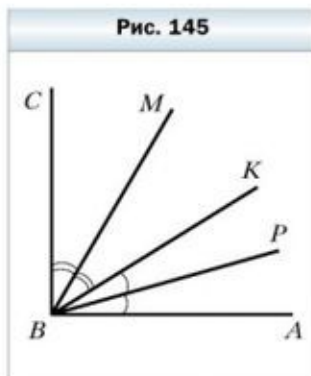


Упражнения для повторения

443. Угол ABC — прямой, луч BP — биссектриса угла ABK , луч BM — биссектриса угла CBK (рис. 145). Какова градусная мера угла MBP ?

444. По двору бегали котята и цыплята. Вместе у них было 14 голов и 38 ног. Сколько котят и сколько цыплят бегало по двору?

445. Семья из двух взрослых и ребёнка может поехать на отдых поездом или на автомобиле. Билет на поезд для одного взрослого стоит 1 440 р., а для ребёнка в два раза меньше. Автомобиль расходует 12 л бензина на 100 км, а цена одного литра бензина составляет 40 р. Расстояние до места отдыха равно 600 км. Каким видом транспорта этой семье дешевле доехать до места отдыха?



Задача от мудрой совы

446. В 5 классе учатся трое друзей: Миша, Дима и Саша. Один из них занимается футболом, второй — плаванием, а третий — боксом. У футболиста нет ни брата, ни сестры, он самый младший из друзей. Миша старше боксёра и дружит с сестрой Димы. Каким видом спорта занимается каждый из друзей?

§ 18. Деление

Действие деления определяют с помощью действия умножения. Например, разделить число 51 на 17 — значит найти такое число, которое при умножении на 17 даёт число 51. Имеем: $17 \cdot 3 = 51$, поэтому $51 : 17 = 3$.

Вообще, для натуральных чисел a , b и c равенство $a : b = c$ верно, если верно равенство $b \cdot c = a$.

Рассмотрим ещё несколько примеров:

$168 : 12 = 14$, так как $12 \cdot 14 = 168$;

$1\ 197 : 21 = 57$, так как $21 \cdot 57 = 1\ 197$.

В равенстве $a : b = c$ число a называют **делимым**, число b — **делителем**, число c и запись $a : b$ — **частным**.

Частное $a : b$ показывает, во сколько раз число a больше числа b или во сколько раз число b меньше числа a .

Можно ли, например, вычислить частное $11 : 0$? Если предположить, что такое частное существует и равно некоторому числу c , то должно выполняться равенство $0 \cdot c = 11$, но на самом деле $0 \cdot c = 0$. Следовательно, вычислить частное $11 : 0$ нельзя.

А можно ли вычислить частное $0 : 0$? Пусть $0 : 0 = c$. Тогда $0 \cdot c = 0$. Такое равенство справедливо при любом c . А это означает, что значением числового выражения $0 : 0$ может быть любое число, т. е. такое частное вычислить нельзя.

Вывод: на нуль делить нельзя.

Вместе с тем поскольку $a \cdot 0 = 0$, то для любого натурального числа a верно равенство:

$$0 : a = 0$$

Также для любого натурального числа a верны равенства:

$$\begin{aligned} a : a &= 1, \\ a : 1 &= a \end{aligned}$$

Эти равенства легко проверить с помощью умножения. Убедитесь в этом самостоятельно.

Вы умеете письменно делить (уголком) многозначное число на двузначное. Аналогично выполняется деление любых многозначных чисел.

Например:

2	4	4	9	4	4	3	2	4	7	4	3	4	1	9	0	1	2	3	8
2	2	6	8			7	5	6	7	4	2	8				6	0	0	5
	1	8	1	4								6	1	9	0				
	1	6	2	0								6	1	9	0				
		1	9	4	4										0				
		1	9	4	4														
					0														

Рассмотрим задачи, в решении которых используется действие деления.

Пример 1. Решите уравнение $12x = 84$.

Решение. Применим правило нахождения неизвестного множителя: *чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель.*

Имеем: $x = 84 : 12$;

$x = 7$.

Ответ: 7. ◀

Пример 2. Решите уравнение $x : 21 = 16$.

Решение. Применим правило нахождения неизвестного делимого: *чтобы найти неизвестное делимое, надо делитель умножить на частное.*

Имеем: $x = 21 \cdot 16$;

$x = 336$.

Ответ: 336. ◀

Пример 3. Решите уравнение $576 : x = 18$.

Решение. Применим правило нахождения неизвестного делителя: *чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.*

Имеем: $x = 576 : 18$;

$x = 32$.

Ответ: 32. ◀

Пример 4. Моторная лодка проходит расстояние между двумя пристанями, равное 64 км, против течения реки за 8 ч. За сколько часов она пройдёт это расстояние по течению реки, если скорость течения равна 4 км/ч?

Решение. 1) $64 : 8 = 8$ (км/ч) — скорость моторной лодки против течения.

2) $8 + 4 = 12$ (км/ч) — собственная скорость моторной лодки.

3) $12 + 4 = 16$ (км/ч) — скорость моторной лодки по течению.

4) $64 : 16 = 4$ (ч) — время движения по течению.

Ответ: 4 ч. ◀

Пример 5. Из двух городов, расстояние между которыми равно 588 км, выехали навстречу друг другу два автомобиля, которые встретились через 6 ч после начала движения. Скорость одного из автомобилей составляла 46 км/ч. Найдите скорость второго автомобиля.

Решение. 1) $588 : 6 = 98$ (км) — на столько уменьшается расстояние между автомобилями каждый час.

2) $98 - 46 = 52$ (км/ч) — скорость второго автомобиля.

Ответ: 52 км/ч. ◀

Пример 6. Расстояние между двумя сёлами равно 24 км. Из этих сёл одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Пешеход двигался впереди. Через сколько часов после начала движения велосипедист догонит пешехода, если пешеход шёл со скоростью 4 км/ч, а велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч?

Решение. 1) $12 - 4 = 8$ (км) — на столько уменьшается расстояние между велосипедистом и пешеходом каждый час.

2) $24 : 8 = 3$ (ч) — время, за которое велосипедист догонит пешехода.

Ответ: 3 ч. ◀

Пример 7. Ваня решил в 3 раза больше задач по алгебре, чем по геометрии. Сколько задач по геометрии решил Ваня, если известно, что их было на 18 меньше, чем задач по алгебре?

Решение. Пусть Ваня решил x задач по геометрии, тогда по алгебре он решил $3x$ задач. Поскольку по условию задачи x на 18 меньше, чем $3x$, то $3x - x = 18$.

Тогда $2x = 18$.

Отсюда $x = 18 : 2$;

$x = 9$.

Ответ: 9 задач. ◀

Пример 8. Фермеры Гречуха, Медовый и Запашный собрали на своих полях 600 кг клубники. Медовый собрал в 2 раза больше, чем Гречуха, а Запашный — на 128 кг больше, чем Гречуха. Сколько килограммов клубники собрал каждый фермер?

Решение. Пусть Гречуха собрал x кг клубники, тогда Медовый собрал $2x$ кг, а Запашный — $(x + 128)$ кг. Поскольку вместе они собрали 600 кг, то составим уравнение:

$$x + 2x + x + 128 = 600.$$

Тогда

$$4x + 128 = 600;$$

$$4x = 600 - 128;$$

$$4x = 472;$$

$$x = 472 : 4;$$

$$x = 118.$$

Итак, Гречуха собрал 118 кг клубники,

Медовый собрал $2 \cdot 118 = 236$ (кг),

а Запашный собрал $118 + 128 = 246$ (кг).

Ответ: 118 кг, 236 кг, 246 кг. ◀



1. Что значит разделить число a на число b ?

2. Как в равенстве $a : b = c$ называют число a ? Число b ? Число c ? Выражение $a : b$?

3. Что показывает частное двух чисел?
4. На какое число делить нельзя?
5. Чему равно частное от деления числа 0 на любое натуральное число?
6. Чему равно частное $a : a$, где $a \neq 0$? $a : 1$?
7. Как найти неизвестный множитель?
8. Как найти неизвестное делимое?
9. Как найти неизвестный делитель?



Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Выполните деление:
 - 1) $432 : 4$; 3) $3\,600 : 6$;
 - 2) $609 : 3$; 4) $1\,500 : 50$.
3. Укажите среди данных произведений наибольшее:
 - 1) $239 \cdot 4 \cdot 25$; 3) $10 \cdot 239 \cdot 10$;
 - 2) $239 \cdot 20 \cdot 4$; 4) $239 \cdot 10 \cdot 12$.
4. Догоняя Сашу, Слава бежит со скоростью 180 м/мин. Чему равна скорость Саши, если мальчики сближаются со скоростью 12 м/мин?
5. Два автомобиля движутся навстречу друг другу, причём один из них со скоростью 74 км/ч. Чему равна скорость второго автомобиля, если они сближаются со скоростью 150 км/ч?



Упражнения

447. Известно, что $243 \cdot 425 = 103\,275$. Чему равно значение выражения:
 - 1) $103\,275 : 243$; 2) $103\,275 : 425$?
448. Известно, что $4\,608 : 48 = 96$. Чему равно значение выражения:
 - 1) $96 \cdot 48$; 2) $4\,608 : 96$?
449. Заполните таблицу.

Делимое	320	96		0		945	637	3 232
Делитель	40		6	264	128	1		16
Частное		8	14		0		1	

450. Выполните деление:

- 1) $1\ 548 : 36$; 4) $3\ 672 : 34$; 7) $16\ 320 : 48$;
2) $2\ 668 : 58$; 5) $15\ 552 : 72$; 8) $906\ 192 : 126$;
3) $5\ 562 : 18$; 6) $16\ 728 : 68$; 9) $942\ 866 : 178$.

451. Выполните деление:

- 1) $2\ 812 : 74$; 4) $9\ 384 : 46$; 7) $63\ 378 : 63$;
2) $1\ 248 : 24$; 5) $18\ 526 : 59$; 8) $153\ 216 : 38$;
3) $6\ 565 : 13$; 6) $15\ 652 : 26$; 9) $1\ 334\ 504 : 214$.

452. Выполните деление:

- 1) $34\ 250\ 000 : 10$; 5) $25\ 600 : 800$;
2) $34\ 250\ 000 : 1\ 000$; 6) $2\ 430\ 000 : 180$;
3) $34\ 250\ 000 : 10\ 000$; 7) $2\ 430\ 000 : 1\ 800$;
4) $25\ 600 : 80$; 8) $2\ 430\ 000 : 18\ 000$.

453. Выполните деление:

- 1) $32\ 596\ 800 : 10$; 4) $450\ 000 : 150$;
2) $876\ 900 : 100$; 5) $36\ 000 : 12\ 000$;
3) $240\ 000 : 10\ 000$; 6) $124\ 360\ 000 : 40\ 000$.

454. Выполните действия:

- 1) $256 + 144 : 16 - 8$; 3) $(256 + 144) : 16 - 8$;
2) $(256 + 144) : (16 - 8)$; 4) $256 + 144 : (16 - 8)$.

455. Найдите значение выражения:

- 1) $4\ 704 - 4\ 704 : (46 + 38)$;
2) $2\ 808 : 72 + 15\ 808 : 52$.

456. Найдите значение выражения:

- 1) $3\ 264 - 3\ 264 : (92 - 44)$;
2) $18\ 144 : 84 - 2\ 924 : 68$.

457. Решите уравнение:

- 1) $13x = 195$; 4) $33m - m = 1\ 024$;
2) $x \cdot 18 = 468$; 5) $x : 19 = 26$;
3) $11x + 6x = 408$; 6) $476 : x = 14$.

458. Решите уравнение:

- 1) $19x = 95$; 4) $y + 27y = 952$;
2) $x \cdot 22 = 132$; 5) $x : 25 = 16$;
3) $38x - 16x = 1\ 474$; 6) $324 : x = 27$.

459. Всадник преодолевает расстояние между двумя сёлами за 5 ч, если движется со скоростью 12 км/ч. С какой скоростью он должен двигаться, чтобы преодолеть это расстояние за 4 ч?

460. Вика купила 8 кг конфет по 630 р. за килограмм. Сколько килограммов конфет по 420 р. за килограмм она сможет купить за эти же деньги?

- 461.** Найдите значение выражения:
 1) $82\,275 - 64 \cdot 56 + 9\,680 : 16 - 23\,637$;
 2) $(204 \cdot 402 - 30\,456 : 423) : 36 - 1\,388$;
 3) $1\,376 : (621 - 589) + (138 - 69) \cdot 29$.
- 462.** Найдите значение выражения:
 1) $49\,184 + 4\,575 : 15 - 62 \cdot 93 - 33\,999$;
 2) $(306 \cdot 307 - 187 \cdot 36) : 45 + 5\,780$;
 3) $1\,885 : (542 - 477) + 48 \cdot (134 - 92)$.
- 463.** Малыш купил для Карлсона 8 пирожных и 12 булочек с повидлом, заплатив за всю покупку 408 крон. Одно пирожное стоит 24 кроны. Какова цена одной булочки?



- 464.** Дед Афанасий заготовил на зиму 6 бочек квашеной капусты и 14 бочонков солёных огурцов. В одной бочке вмещается 26 кг капусты. Сколько килограммов огурцов в одном бочонке, если всего дед Афанасий заготовил 324 кг овощей?
- 465.** Сколько килограммов масла можно изготовить из 261 кг сливок, если из 9 кг сливок получается 2 кг масла?
- 466.** Автомобиль расходует 8 л бензина на 100 км пути. Хватит ли 20 л бензина, чтобы доехать из Рязани до Владимира, расстояние между которыми по трассе равно 248 км?
- 467.** Было собрано 328 кг проса. Сколько из этого проса можно получить пшена, если из 4 кг проса получается 3 кг пшена?
- 468.** Расстояние между двумя пристанями равно 476 км. Двигаясь по течению реки, катер проходит это расстояние за 14 ч. За сколько часов он пройдёт это расстояние против течения реки, если скорость течения равна 3 км/ч?
- 469.** Расстояние между двумя портами равно 504 км. Двигаясь против течения реки, теплоход проходит это расстояние за 21 ч. За сколько часов он пройдёт это расстояние по течению реки, если скорость течения равна 2 км/ч?

470. Из городов Цветочный и Солнечный, расстояние между которыми равно 136 км, выехали одновременно навстречу друг другу Винтик и Шпунтик. Винтик двигался со скоростью 16 км/ч. С какой скоростью ехал Шпунтик, если они встретились через 4 ч после выезда?
471. Расстояние между двумя городами равно 1 264 мили (1 сухопутная миля = 1 609 м). Из них одновременно вылетели навстречу друг другу два вертолёт и встретились через 8 ч после вылета. Скорость одного из вертолёт 82 миль/ч. С какой скоростью летел второй вертолёт?
472. В 6 ч утра из Муром в Киев выехал со скоростью 9 км/ч Илья Муромец. В 8 ч утра из Мурома в Киев выехал Алёша Попович и догнал Илью Муромца в 2 ч дня. С какой скоростью ехал Алёша Попович?
473. В 8 ч 57 мин черепаха Катрина отправилась в путешествие из своего пруда в соседний. В 9 ч 5 мин из этого же пруда в том же направлении отправилась черепаха Виктория и догнала Катрину в 9 ч 29 мин. Найдите, с какой скоростью двигалась Катрина, если известно, что Виктория двигалась со скоростью 8 м/мин.
474. С двух станций, расстояние между которыми равно 24 км, одновременно в одном направлении отправились два поезда. Впереди двигался поезд со скоростью 58 км/ч. Через 4 ч после начала движения его догнал второй поезд. Найдите скорость второго поезда.
475. Расстояние между сёлами Грушевое и Яблоневое равно 30 км. Из этих сёл одновременно в одном направлении отправились казаки Серошанка и Черноус. Черноус скакал на коне со скоростью 9 км/ч и через 6 ч после начала движения догнал Серошанку, который шёл пешком. С какой скоростью шёл Серошанка?
476. Расстояние между городками Сен-Жермен и Сен-Антуан равно 12 лье (старинная французская единица длины, 1 лье приблизительно равно 4 444 м). Из этих городков одновременно в одном направлении выехали Портос со скоростью 1 лье/ч и д'Артаньян со скоростью 3 лье/ч, причём Портос скакал впереди. Через сколько часов после выезда д'Артаньян догонит Портоса?
477. Расстояние между островами Акулий и Китовый равно 48 морским милям (1 морская миля = 1 852 м). От этих островов одновременно в одном направлении отчалили фрегаты «Отважный» и «Стремительный», причём «Отважный» плыл впереди «Стремительного». Скорость «Отважного» равна 12 миль/ч, а «Стремительного» — 18 миль/ч. Через сколько часов «Стремительный» догонит фрегат «Отважный»?

478. Школьники Василий, Андрей, Дмитрий и Сергей собрали 326 кг яблок. Василий собрал 37 кг яблок, что в 3 раза меньше, чем Андрей, а Дмитрий и Сергей собрали яблок поровну. Кто из школьников собрал больше килограммов яблок?
479. Рабочие Иван, Пётр, Степан и Павел изготовили 160 деталей. Иван изготовил 81 деталь, что в 3 раза больше, чем изготовил Пётр, а Степан и Павел изготовили деталей поровну. Кто из рабочих изготовил меньше всех деталей?
480. Буратино живёт на расстоянии 1 км 200 м от школы. Уроки в школе начинаются в 8 ч 30 мин. Буратино делает за минуту 120 шагов, длина шага — 40 см. В котором часу Буратино должен выходить из дома, чтобы приходиться в школу за 10 мин до начала занятий?
481. Дежурные первого отряда за 6 мин чистят 24 картофелины, а дежурные второго отряда за 9 мин — 45 картофелин. За сколько минут совместной работы они почистят 198 картофелин?
482. На сколько дней школьной столовой хватит 800 л сока, если мальчики за 8 дней выпивают 960 л сока, а девочки за 6 дней — 480 л?
483. За четыре дня работы три оператора набрали на компьютере вместе 288 страниц. Сколько страниц наберёт один оператор за 7 дней, если у них одинаковая производительность труда?
484. Для работы шести одинаковых двигателей в течение 8 ч требуется 672 л топлива. На сколько часов работы хватит 98 л топлива одному такому двигателю?
485. Белочки Рыженькая и Жёлтенькая собирали орехи. Рыженькая собрала 6 мешочков орехов, а Жёлтенькая — 7 таких же мешочков. Вместе они собрали 52 кг орехов. Сколько килограммов орехов собрала Рыженькая и сколько — Жёлтенькая?
486. Двигаясь по пустыне в течение трёх дней, караван преодолел 63 км. В первый день караван двигался 6 ч, во второй — 8 ч, а в третий — 7 ч. Сколько километров проходил караван каждый день, если известно, что он двигался все дни с постоянной скоростью?
487. Фермер привёз на рынок 420 кг яблок и 180 кг груш в 50 ящиках. Сколько ящиков было с яблоками и сколько — с грушами, если известно, что массы всех ящиков равны?
488. Али-Баба перевозил найденное в пещере разбойников золото на четырёх ослах в 22 одинаковых мешках. На первого осла он погрузил 80 кг золота, на второго — 100 кг, на третьего — 120 кг, на четвёртого — 140 кг. Сколько мешков золота было нагружено на каждого осла?

- 502.** За четыре дня путешествия капитан Врунгель проплыл 546 миль. Во второй день он проплыл в 4 раза больше, чем в первый, в третий — в 3 раза больше, чем в первый, а в четвёртый — в 5 раз больше, чем в первый. Сколько миль проплывал капитан Врунгель ежедневно?
- 503.** Егор, Саша и Алёша поймали 256 окуней. Егор поймал в 3 раза больше рыб, чем Саша, а Алёша — столько, сколько Егор и Саша вместе. Сколько окуней поймал лучший рыбак?
- 504.** Красная Шапочка, Мальвина, Золушка и Дюймовочка слепили 500 пельменей. Красная Шапочка слепила в 2 раза больше пельменей, чем Дюймовочка, Мальвина — столько, сколько Красная Шапочка и Дюймовочка вместе, а Золушка — столько, сколько Мальвина и Дюймовочка вместе. Сколько пельменей слепила каждая девочка?
- 505.** В трёх вагонах электропоезда ехало 246 пассажиров. В первом вагоне было в 2 раза больше пассажиров, чем во втором, а в третьем — на 78 пассажиров больше, чем во втором. Сколько пассажиров ехало в каждом вагоне?
- 506.** В три школы отправили 552 кг апельсинов, причём в одну школу отправили в 6 раз меньше апельсинов, чем во вторую, и на 136 кг меньше, чем в третью. Сколько килограммов апельсинов отправили в каждую школу?
- 507.** Одна из сторон треугольника в 5 раз меньше второй и на 25 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 74 см.
- 508.** Одна из сторон треугольника в 2 раза больше второй стороны, а вторая — на 7 дм меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 99 дм.
- 509.** 1) Верно ли, что если каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма этих слагаемых делится на это число? Проиллюстрируйте свой ответ примерами.
2) Может ли сумма нескольких слагаемых делиться на некоторое число, если каждое слагаемое не делится на это число? Проиллюстрируйте свой ответ примерами.
- 510.** Как изменится частное, если:
- 1) делимое увеличить в 7 раз;
 - 2) делитель увеличить в 4 раза;
 - 3) делимое увеличить в 8 раз, а делитель — в 2 раза;
 - 4) делимое уменьшить в 9 раз, а делитель — в 3 раза;
 - 5) делимое увеличить в 6 раз, а делитель уменьшить в 2 раза;
 - 6) делимое уменьшить в 6 раз, а делитель увеличить в 2 раза?



511. Делимое увеличили в 3 раза. Как надо изменить делитель, чтобы частное: 1) увеличилось в 6 раз; 2) уменьшилось в 6 раз; 3) не изменилось?

512. При каких значениях a верно равенство:

- 1) $a : 1 = a$; 3) $a : a = 1$; 5) $16 : a = 0$;
2) $0 : a = 0$; 4) $a : 9 = 0$; 6) $a : a = 0$?

513. Вычислите удобным способом:

- 1) $(44 \cdot 58) : 11$; 4) $(63 \cdot 88) : 21$; 7) $(2 \cdot 17 \cdot 14) : 28$;
2) $(69 \cdot 60) : 30$; 5) $(350 \cdot 48) : 70$; 8) $(21 \cdot 18) : 14$;
3) $(26 \cdot 20) : 13$; 6) $(47 \cdot 200) : 50$; 9) $(5 \cdot 11 \cdot 32) : 16$.

514. Вычислите удобным способом:

- 1) $(36 \cdot 21) : 12$; 3) $(5 \cdot 6 \cdot 78) : 3$;
2) $(40 \cdot 420) : 60$; 4) $(45 \cdot 63) : 81$.

515. Расставьте в записи $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ скобки так, чтобы значение полученного выражения было равно:

- 1) 75; 2) 23.

516. Расставьте в записи $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ скобки так, чтобы значение полученного выражения было равно:

- 1) 50; 2) 72.

517. Составьте числовое выражение с использованием только знаков четырёх арифметических действий и четырёх цифр 2 так, чтобы значение полученного выражения было равно:

- 1) 1; 3) 3; 5) 5; 7) 8;
2) 2; 4) 4; 6) 6; 8) 10.



Упражнения для повторения

518. Периметр четырёхугольника $ABCD$ равен 34 см, $AB = 6$ см, сторона BC в 2 раза больше стороны AB , стороны CD и AD равны. Вычислите длину стороны AD .

519. Купили розовые и зелёные конверты. Розовых среди них было 18 конвертов. С марками было 12 конвертов, из них 8 были розовыми. Сколько всего купили конвертов, если все зелёные конверты были с марками?

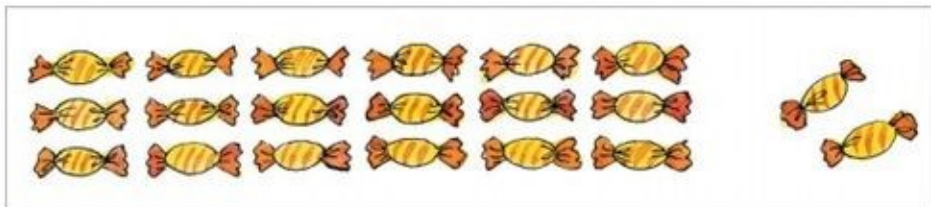


Задача от мудрой совы

520. На столе расположено семь зубчатых колёс так, что первое сцеплено со вторым, второе — с третьим и т. д., а седьмое сцеплено с первым. Могут ли все колёса вращаться одновременно?

§ 19. Деление с остатком

Как разделить число 20 на число 6? Ответ на этот вопрос можно получить, решив следующую задачу. Как разделить поровну 20 конфет между шестью друзьями?



Скорее всего, каждому достанется по 3 конфеты, но при этом 2 конфеты останутся.

Такое распределение конфет иллюстрирует следующее равенство: $20 = 6 \cdot 3 + 2$.

Заметим, что 3 — это *наибольшее* число, произведение которого на делитель 6 меньше делимого 20. В записи $20 = 6 \cdot 3 + 2$ число 3 называют **неполным частным**, а число 2 — **остатком**. Также говорят, что при делении числа 20 на число 6 получили неполное частное, равное 3, и остаток — 2. Заметим, что остаток 2 меньше делителя 6.

Конфеты можно было разделить и другим способом, например дать каждому по 2 конфеты и оставить 8. Ведь $20 = 6 \cdot 2 + 8$. Но здесь число 2 не является неполным частным, а число 8 — остатком.

Остаток всегда меньше делителя.

Разделим число 189 на число 13:

	1	8	9	1	3	
—	1	3		1	4	
		5	9			
		5	2			
			7			

Поскольку $7 < 13$, то мы вынуждены прекратить процесс деления. Это означает, что при делении числа 189 на число 13 получили неполное частное, равное 14, и остаток — 7. Имеем: $189 = 13 \cdot 14 + 7$.

Этот пример иллюстрирует такое правило.



Чтобы найти делимое, надо делитель умножить на неполное частное и прибавить остаток.



В буквенном виде это правило записывают так:

$$a = bq + r$$

где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, $r < b$.

Рассмотрим равенство $21 = 7 \cdot 3$. Его можно переписать так: $21 = 7 \cdot 3 + 0$. Говорят, что при делении числа 21 на число 7 остаток равен нулю. Также можно сказать, что число 21 делится **нацело** на число 7.

Пример. Наташа разделила число 61 на некоторое число и получила остаток 5. На какое число делила Наташа?

Решение. Поскольку делимое равно 61, а остаток 5, то произведение делителя и неполного частного равно $61 - 5 = 56$. Запишем число 56 в виде произведения двух множителей:

$$56 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56 \cdot 1.$$

Учитывая, что остаток, в данном случае число 5, должен быть меньше делителя, видим, что делителем может быть любое из чисел 7, 8, 14, 28 и 56. ◀

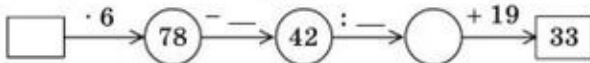


1. Каким свойством обладает неполное частное при делении с остатком?
2. Сравните остаток и делитель.
3. Сформулируйте правило нахождения делимого при делении с остатком.
4. Как записывают в буквенном виде правило нахождения делимого?
5. В каких случаях говорят, что одно натуральное число делится нацело на другое?



Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. В числе 72 560 000 зачеркнули три последних нуля. Как изменилось, увеличилось или уменьшилось, это число и во сколько раз?
3. Один насос за 1 мин перекачивает 120 л воды, а второй — 180 л. За какое время они вместе могут наполнить водой цистерну, ёмкость которой равна 6 000 л?
4. Уменьшаемое на 129 больше вычитаемого. Чему равна разность?
5. Делитель в 48 раз меньше делимого. Чему равно частное?

6. В первый день турист был в дороге 7 ч, а во второй — 4 ч, двигаясь с такой же скоростью, как и в первый день. Во второй день турист прошёл на 12 км меньше, чем в первый. С какой скоростью двигался турист?



Упражнения

- 521.** Выполните деление с остатком:
 1) $42 : 5$; 4) $684 : 30$; 7) $3\ 196 : 74$;
 2) $592 : 24$; 5) $1\ 372 : 13$; 8) $6\ 516 : 204$;
 3) $428 : 37$; 6) $5\ 721 : 28$; 9) $12\ 387 : 185$.
- 522.** Выполните деление с остатком:
 1) $54 : 7$; 3) $158 : 12$; 5) $2\ 964 : 18$;
 2) $212 : 6$; 4) $534 : 15$; 6) $4\ 848 : 106$.
- 523.** 1) Найдите остаток при делении на 10 числа: 31; 47; 53; 148; 1 596; 67 389; 240 750.
 2) Найдите остаток при делении на 5 числа: 14; 61; 86; 235; 2 658; 54 769; 687 903.
- 524.** Найдите остаток при делении на 100 числа: 106; 202; 421; 836; 2 764; 100 098; 672 305; 1 306 579; 562 400.
- 525.** Запишите остатки, которые можно получить при делении на: 1) 7; 2) 13; 3) 24.
- 526.** Запишите остатки, которые можно получить при делении на: 1) 5; 2) 19.
- 527.** Блокнот стоит 130 р. Сколько блокнотов можно купить на 700 р.?
- 528.** На один грузовик можно нагрузить 5 т песка. Какое наименьшее количество требуется таких грузовиков, чтобы перевезти 42 т песка?
- 529.** В один ящик помещается 20 кг яблок. Какое наименьшее количество надо таких ящиков, чтобы разложить в них 176 кг яблок?
- 530.** Заполните таблицу.

Делимое	Делитель	Неполное частное	Остаток
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5

531. Найдите делимое, если делитель равен 12, неполное частное — 7, а остаток — 9.
532. Найдите делимое, если делитель равен 18, неполное частное — 4, а остаток — 11.

533. Выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, если $a = 82$, $b = 8$.

534. Выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, если $a = 45$, $b = 7$.

535. При каком наименьшем натуральном a значение выражения:

- 1) $48 + a$ делится нацело на 6;
- 2) $65 - a$ делится нацело на 8;
- 3) $96 - a$ при делении на 9 даёт остаток 4?

536. При каком наименьшем натуральном a значение выражения:

- 1) $53 + a$ делится нацело на 7;
- 2) $a + 24$ при делении на 5 даёт остаток 2?

537. Катя разделила число 211 на некоторое число и получила в остатке 26. На какое число делила Катя?

538. Миша разделил число 111 на некоторое число и получил в остатке 7. На какое число делил Миша?

539. Павел разделил число 70 на некоторое число и получил в остатке 4. На какое число делил Павел?

540. Какое наибольшее количество понедельников может быть в году?

541. В одном осеннем месяце суббот и понедельников оказалось больше, чем пятниц. Каким днём недели было девятнадцатое число этого месяца? Какой это был месяц?

542. Известно, что число a — делимое, число b — делитель, причём $a < b$. Найдите неполное частное и остаток при делении числа a на число b .

543. Докажите, что последняя цифра числа a равна остатку при делении этого числа на 10.

544. Придумайте буквенное выражение, при подстановке в которое вместо буквы любого натурального числа получится числовое выражение, значение которого:

- 1) при делении на 3 даёт в остатке 1;
- 2) при делении на 8 даёт в остатке 3;
- 3) при делении на 11 даёт в остатке 7.



Упражнения для повторения

545. Упростите выражение и найдите его значение:
- 1) $14a \cdot 6b$, если $a = 2$, $b = 3$;
 - 2) $25m \cdot 3n$, если $m = 8$, $n = 1$;
 - 3) $5x + 8x - 3x$, если $x = 17$;
 - 4) $16y - y + 5y$, если $y = 23$.
546. Периметр прямоугольника равен 54 см, а его ширина на 3 см меньше длины. Найдите стороны прямоугольника.



Задача от мудрой совы

547. Известно, что верёвка сгорает за 4 мин и горит при этом неравномерно. Как с помощью: 1) одной верёвки отмерить 2 мин; 2) двух таких верёвок отмерить 3 мин?

§ 20. Степень числа

Как вы знаете, с помощью произведения удобно записывать сумму нескольких равных слагаемых.

Например, $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$.

В математике придумали способ коротко записывать произведение, в котором все множители равны.

Например, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.

Выражение 7^4 называют **степенью** и читают: «семь в четвёртой степени» или «четвёртая степень числа семь». При этом число 7 называют **основанием степени**, а число 4 — **показателем степени**. Число 4 показывает, сколько множителей, каждый из которых равен 7, содержит произведение.

Рассмотрим ещё примеры:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$$

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a;$$

$$(2b)^3 = 2b \cdot 2b \cdot 2b.$$

Вторую степень числа называют **квадратом числа**. Например, запись a^2 читают « a в квадрате». Третью степень числа называют **кубом числа**, и запись a^3 читают « a в кубе».

Может ли показатель степени быть равным единице? Да, может. Поскольку не принято рассматривать произведение, состоящее из одного множителя, то договорились, что $a^1 = a$. Например, $2^1 = 2$; $17^1 = 17$.

Обратим внимание, что **возведение числа в степень** — это пятое арифметическое действие. Определим очерёдность его выполнения при нахождении значения числового выражения.



Если в числовое выражение входит степень, то сначала выполняют возведение в степень, а потом — остальные действия.

$$\text{Например, } 5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20;$$

$$5 + 2^2 = 5 + 4 = 9.$$



1. Как называют выражение 8^5 ? Как при этом называют число 8? Число 5?
2. Как читают запись 8^5 ?
3. Как называют вторую степень числа? Третью степень числа?
4. Как читают запись a^2 ? a^3 ?
5. Чему равна первая степень числа?
6. В каком порядке выполняют вычисления, если в числовое выражение входит степень?



Решаем устно

1. Решите уравнение:
1) $(x - 10) : 2 = 20$; 3) $x \cdot 10 - 2 = 8$;
2) $(x + 10) \cdot 2 = 20$; 4) $x : 10 + 2 = 8$.
2. Верно ли равенство $90 = 14 \cdot 5 + 20$? Можно ли утверждать, что при делении 90 на 14 получим неполное частное 5 и остаток 20?
3. Вася разложил 60 яблок на кучки по 8 яблок, и ещё 4 яблока у него осталось. На сколько кучек Вася разложил яблоки?
4. Турист должен преодолеть маршрут длиной 25 км. После того как он шёл 4 ч с одной и той же скоростью, ему осталось пройти 1 км. С какой скоростью шёл турист?
5. На двух участках росло 20 кустов роз. После того как с первого участка пересадили 2 куста роз на второй, на обоих участках стало по 10 кустов роз. Сколько кустов роз росло на каждом участке?



Упражнения

548. Назовите основание и показатель степени:
- 1) 4^8 ; 3) a^9 ; 5) 2^{39} ;
 - 2) 13^{10} ; 4) 6^m ; 6) 93^1 .

549. Упростите выражение, заменив произведение одинаковых множителей степенью:

1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$;

2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;

3) $a \cdot a \cdot a \cdot a$;

4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$;

5) $3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m$;

6) $\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}_{10 \text{ множителей}}$;

7) $\underbrace{y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_{8 \text{ множителей}}$;

8) $\underbrace{c \cdot c \cdot \dots \cdot c}_n \text{ множителей}$.

550. Найдите значение выражения:

1) 3^3 ;

3) 5^4 ;

5) 0^6 ;

2) 7^2 ;

4) 2^5 ;

6) 1^{12} .

551. Найдите значение выражения:

1) 9^3 ;

3) 2^4 ;

5) 100^1 ;

2) 12^2 ;

4) 1^{100} ;

6) 10^3 .

552. Вычислите:

1) $10^2 - 7^2$;

4) $8^3 : 4^2 - 2^3$;

2) $5^3 - 5^2$;

5) $25^2 : (24^2 + 7^2)$;

3) $42^2 : 14 - 4^2 \cdot 6$;

6) $10^3 - 10^2 + 9^3$.

553. Вычислите:

1) $3^2 + 4^2$;

4) $6^3 - 2 \cdot 4^3 - 1^3$;

2) $3^3 + 2^3$;

5) $15^2 : (13^2 - 124)$;

3) $26^2 - (12^2 \cdot 3 + 175)$;

6) $8^3 : (4^2 - 2^3)$.

554. Найдите значение выражения:

1) $16 - c^3$, если $c = 2$;

2) $x^3 - x^2$, если $x = 10$;

3) $15a^2$, если $a = 4$;

4) a^2b^3 , если $a = 6$, $b = 10$;

5) $(x^2 - y^2) : (x - y)$, если $x = 4$, $y = 2$;

6) $(x^2 - y^2) : x - y$, если $x = 4$, $y = 2$;

7) $x^2 - y^2 : (x - y)$, если $x = 4$, $y = 2$;

8) $x^2 - y^2 : x - y$, если $x = 4$, $y = 2$.

555. Найдите значение выражения:

1) $x^2 - 14$, если $x = 5$; 7; 18;

2) $2y^2 + 13$, если $y = 6$; 8; 9; 100.

556. Запишите в виде степени с основанием 3 число:

1) 9;

2) 27;

3) 243;

4) 81.

557. Запишите в виде степени с основанием 2 число:

1) 4;


2) 16;

3) 32;

4) 256.

558. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) сумма куба числа 5 и квадрата числа 8;
- 2) разность квадратов чисел 6 и 2;
- 3) квадрат разности чисел 6 и 2;
- 4) разность куба числа 3 и квадрата числа 5.

 559. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) куб разности чисел 9 и 8;
- 2) квадрат суммы чисел 8 и 7;
- 3) сумма квадратов чисел 8 и 7;
- 4) разность кубов чисел 4 и 1.



Упражнения для повторения

560. Решите уравнение:

- 1) $7(x - 19) = 133$;
- 2) $9(213 - 2x) = 927$;
- 3) $1\ 344 : (x + 26) = 32$;
- 4) $384 : (51 - 5x) = 24$.

561. Для приготовления десяти порций мороженого используют 200 г сахара. На сколько порций мороженого хватит 500 г сахара?

562. Вася задумал трёхзначное число, у которого с каждым из чисел 652, 153 и 673 совпадает один из разрядов, а два других не совпадают. Какое число задумал Вася?



Задача от мудрой совы

563. В очереди за билетами в цирк стояли Миша, Наташа, Петя, Дима и Маша. Маша купила билет раньше, чем Миша, но позже, чем Наташа. Петя и Наташа не стояли рядом, а Дима не был рядом ни с Наташей, ни с Машей, ни с Петей. Кто за кем стоял в очереди?

§ 21. Площадь. Площадь прямоугольника

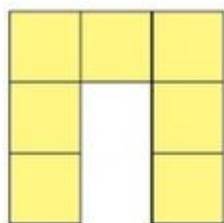
Фигуры на рисунке 146, a и b равны, так как они совпадают при наложении.

Очевидно, что фигуры на рисунке 146, a и c не равны. Однако каждая из них состоит из семи квадратов со стороной 1 см.

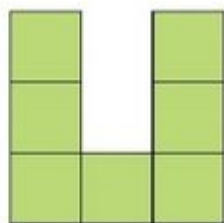
О таких фигурах говорят, что их площади равны.

С такой величиной, как площадь, вы часто встречаетесь в повседневной жизни: площадь квартиры, площадь дачного участка, площадь поля и т. п.

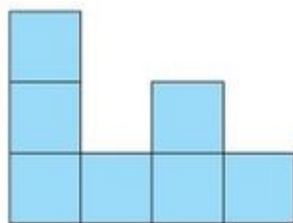
Рис. 146



а



б



в

Опыт подсказывает вам, что равные земельные участки имеют равные площади, что площадь квартиры равна сумме площадей всех её помещений (комнат, кухни, прихожей и т. д.). Эти примеры иллюстрируют свойства площади фигуры.

1) Равные фигуры имеют равные площади.

2) Площадь фигуры равна сумме площадей фигур, из которых она состоит.

Как можно измерить площадь фигуры?

Напомним, что для измерения отрезков мы вводили единичный отрезок, а для измерения углов — единичный угол.

Вообще, *когда нужно измерить какую-либо величину, вводят единицу измерения.*

В качестве единицы измерения площади выбирают квадрат, сторона которого равна единичному отрезку. Такой квадрат называют **единичным**.

Площадь квадрата со стороной 1 м называют **квадратным метром**.

Пишут: 1 м^2 .

Площадь квадрата со стороной 1 см называют **квадратным сантиметром**. Пишут: 1 см^2 .

Площадь квадрата со стороной 1 мм называют **квадратным миллиметром**. Пишут: 1 мм^2 .

Измерить площадь фигуры — значит подсчитать, сколько единичных квадратов в ней помещается.

Так, площадь каждой фигуры, изображённой на рисунке 146, равна 7 см^2 .

Если одна сторона прямоугольника равна 6 см, а соседняя сторона — 4 см, то этот прямоугольник можно разделить на $4 \cdot 6$ единичных квадратов (рис. 147). Поэтому его площадь равна $4 \cdot 6 = 24$ (см²).

Рис. 147

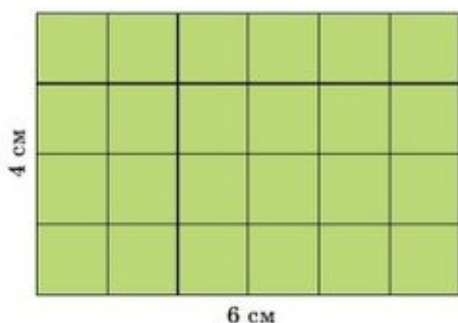
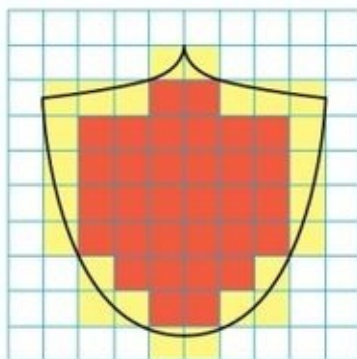


Рис. 148



Площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон:

$$S = ab$$

где S — площадь, a и b — длины соседних сторон прямоугольника, выраженные в одних и тех же единицах измерения.

Поскольку у квадрата все стороны равны, то его площадь вычисляют по формуле:

$$S = a^2$$

где a — длина стороны квадрата. Именно поэтому вторую степень числа называют квадратом числа.

Вы знаете, что равные фигуры имеют равные площади. Однако если площади фигур равны, то не обязательно будут равными сами фигуры (см. рис. 146). Фигуры, имеющие равные площади, называют **равновеликими**.

Для измерения площади земельных участков используют специальные единицы измерения: **ар** (а), **гектар** (га).

$$1 \text{ а} = 10 \text{ м} \cdot 10 \text{ м} = 100 \text{ м}^2,$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м} = 10\,000 \text{ м}^2.$$

В быту 1 ар называют соткой.

Если фигуру можно разбить на единичные квадраты, то её площадь найти несложно (см., например, рис. 146 и 147). А как найти площадь фигуры, для которой такое разбиение невозможно? Для этого используют палетку — прозрачную прямоугольную пластину с нанесённой на неё сеткой, ячейки которой являются единичными квадратами.

Покажем, как с помощью палетки приближённо найти площадь фигуры, изображённой на рисунке 148. На этом рисунке показано, что на фигуру наложена палетка. Будем считать, что ячейка палетки имеет площадь 1 см^2 . Найдём количество квадратов палетки, которые целиком принадлежат данной фигуре (на рис. 148 эти квадраты закрашены красным цветом). Их — 32. Теперь найдём количество квадратов, которые не полностью уместились в данной фигуре (на рис. 148 эти квадраты закрашены жёлтым цветом). Их — 24.

Если искомую площадь обозначить буквой S , то можно записать $32 < S < 32 + 24$. Любое число, удовлетворяющее этому двойному неравенству, называют приближённым значением площади данной фигуры.

На практике с помощью палетки приближённое значение площади находят так: количество не полностью поместившихся в фигуру квадратов делят на два и к полученному числу прибавляют количество полностью поместившихся квадратов.

Проведём такие вычисления для фигуры, изображённой на рисунке 148. Имеем: $32 + 24 : 2 = 44 \text{ (см}^2\text{)}$.



1. Какие свойства площади фигуры вы знаете?
2. Какой квадрат называют единичным?
3. Какие единицы измерения площади вы знаете?
4. Что означает измерить площадь фигуры?
5. Чему равна площадь прямоугольника?
6. По какой формуле вычисляют площадь квадрата?
7. Сколько квадратных метров содержит 1 ар? 1 гектар?



Решаем устно

1. Сколько сантиметров содержится в: 1 дм; 1 м 3 дм; 5 м 2 дм; 12 дм 5 см; 40 мм?
2. Лодка за 5 ч прошла 40 км. За сколько часов она пройдёт с той же скоростью 24 км?
3. Сколько литров воды может перекачать насос за 8 мин, если пять таких насосов за 6 мин перекачивают 450 л воды?

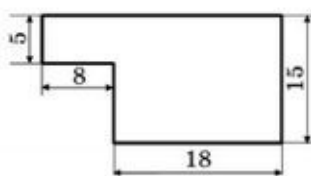
4. Какую цифру надо поставить вместо звёздочек, чтобы запись $1* + 3* + 5* = 111$ стала верным равенством?



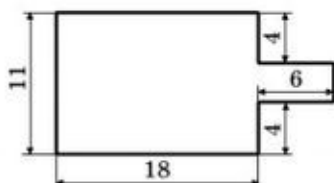
Упражнения

564. 1) Сколько квадратных сантиметров содержит 1 дм²? 1 м²?
2) Сколько квадратных метров содержит 1 км²?
565. Вычислите площадь прямоугольника, соседние стороны которого равны 14 см и 8 см.
566. Вычислите площадь квадрата со стороной 7 дм.
567. Одна сторона прямоугольника равна 16 см, а соседняя сторона — на 6 см длиннее. Вычислите площадь прямоугольника.
568. Одна сторона прямоугольника равна 48 см, а соседняя сторона — в 8 раз меньше. Вычислите площадь прямоугольника.
569. Периметр прямоугольника равен 162 дм, а одна из сторон — 47 дм. Найдите площадь прямоугольника.
570. Периметр прямоугольника равен 96 м, и он в 8 раз больше одной из сторон прямоугольника. Найдите площадь прямоугольника.
571. Найдите площадь квадрата, периметр которого равен 96 см.
572. Периметр прямоугольника равен 4 м 8 дм, одна из его сторон в 5 раз больше соседней стороны. Найдите площадь прямоугольника.
573. Периметр прямоугольника равен 6 дм 8 см, одна из его сторон на 1 дм 6 см меньше соседней стороны. Найдите площадь прямоугольника.
574. Выразите:
1) в арах: 12 га; 45 га; 6 га 28 а; 14 га 68 а; 32 400 м²; 123 800 м²; 2 км² 14 га 5 а; 4 км² 72 га 16 а;
2) в квадратных метрах: 5 а; 17 а; 8 га; 63 га; 5 га 72 а; 14 га 43 а;
3) в гектарах и арах: 530 а; 1 204 а; 16 300 м²; 85 200 м².
575. Выразите:
1) в квадратных сантиметрах: 8 дм²; 16 дм²; 4 м²; 38 м²; 16 м² 19 дм²; 74 м² 3 дм²;
2) в гектарах: 340 000 м²; 5 830 000 м²; 53 км²; 14 км²; 5 км² 18 га; 24 км² 6 га.
576. Поле прямоугольной формы имеет площадь 56 а, его длина — 80 м. Вычислите периметр поля.
577. Поле прямоугольной формы имеет площадь 48 а, его ширина — 150 м. Вычислите периметр поля.
578. Вычислите периметр и площадь фигуры, изображённой на рисунке 149 (размеры даны в сантиметрах).

Рис. 149



а



б

579. Вычислите периметр и площадь фигуры, изображённой на рисунке 150 (размеры даны в сантиметрах).

580. Хватит ли 5 т гороха, чтобы засеять им поле, имеющее форму прямоугольника со сторонами 500 м и 400 м, если на 1 га земли надо высеять 260 кг гороха?

581. Отец решил облицевать кафелем стену кухни, длина которой равна 4 м 50 см, а высота — 3 м. Хватит ли ему 20 ящиков кафеля, если одна плитка имеет форму квадрата со стороной 15 см, а в одном ящике находится 30 плиток?

582. Фермер Пётр Трудолюб посадил в теплице огурцы. Длина теплицы равна 16 м 50 см, а ширина — 12 м. Сколько килограммов огурцов соберёт фермер в своей теплице, если с 1 м^2 собирают 30 кг огурцов?

583. Расход эмалевой краски на однослойное покрытие составляет 180 г на 1 м^2 . Хватит ли 3 кг эмали, чтобы покрасить стену длиной 6 м и высотой 3 м?

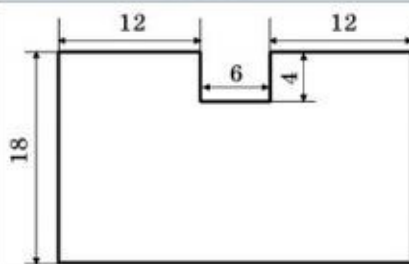
584. Квадрат со стороной 12 см и прямоугольник, длина которого равна 18 см, являются равновеликими. Найдите периметр прямоугольника.

585. Квадрат и прямоугольник являются равновеликими, соседние стороны прямоугольника равны 3 см и 12 см. Найдите периметр квадрата.

586. Ширина прямоугольника равна 26 см. На сколько квадратных сантиметров увеличится площадь этого прямоугольника, если его длину увеличить на 4 см?

587. Во сколько раз увеличатся периметр и площадь прямоугольника, если каждую его сторону увеличить в 4 раза?

Рис. 150



588. Длина прямоугольника равна 32 см. На сколько квадратных сантиметров уменьшится площадь этого прямоугольника, если его ширину уменьшить на 5 см?



589. Площадь квадрата $ABCD$ равна 16 см^2 (рис. 151). Чему равна площадь прямоугольника $ACFE$?
590. Стороны прямоугольного листа бумаги имеют целочисленную длину (в сантиметрах), а площадь листа равна 12 см^2 . Сколько квадратов площадью 4 см^2 можно вырезать из этого прямоугольника?
591. Стороны прямоугольного листа бумаги имеют целочисленную длину (в сантиметрах), а площадь листа равна 18 см^2 . Сколько квадратов со стороной 3 см можно вырезать из этого листа?
592. Внутри прямоугольника $ABCD$ (рис. 152) вырезали отверстие прямоугольной формы. Как одним прямолинейным разрезом разделить полученную фигуру на две фигуры с равными площадями?

Рис. 151

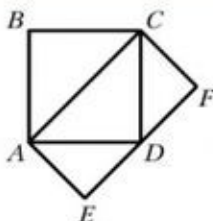
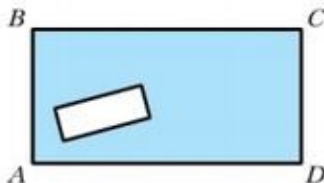
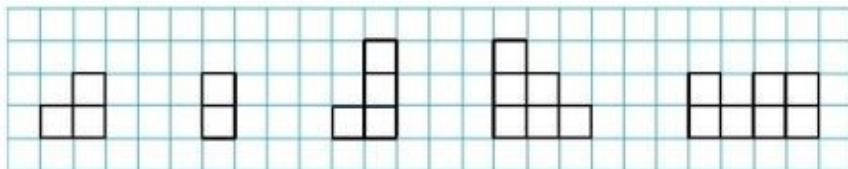


Рис. 152



593. Используя четыре из пяти изображённых на рисунке 153 фигур, составьте квадрат.

Рис. 153

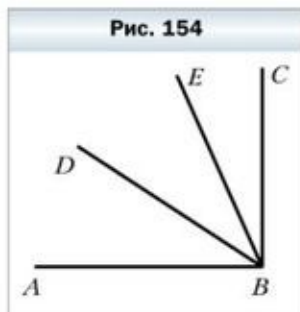


594. Можно ли разрезать квадрат на несколько частей так, чтобы потом из них можно было составить два квадрата, длины сторон которых выражаются целым числом сантиметров, если сторона данного квадрата равна: 1) 5 см; 2) 6 см?



Упражнения для повторения

595. Из вершины прямого угла ABC (рис. 154) провели лучи BD и BE так, что угол ABE оказался больше угла DBE на 34° , а угол CBD больше угла DBE на 23° . Какова градусная мера угла DBE ?
596. Выполните действия:
 1) $1\ 008 \cdot 604 - 105\ 984 : 12 - 54\ 321$;
 2) $(57 \cdot 34 + 812\ 754 : 27) : 18$.



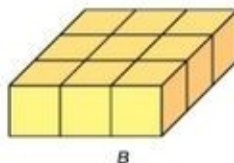
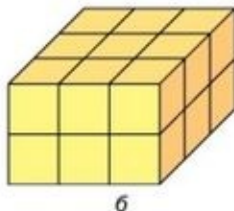
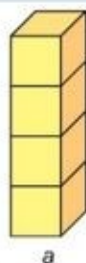
Задача от мудрой совы

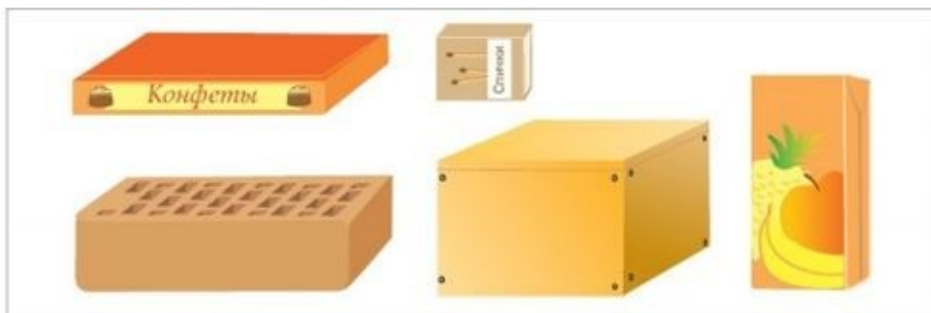
597. Расстояние между городами A и B равно 30 км. Из города A в город B выехал велосипедист и двигался со скоростью 15 км/ч. Одновременно из города B в направлении города A вылетела птица со скоростью 30 км/ч. Встретившись с велосипедистом, птица развернулась и полетела назад. Прилетев в город B , она снова развернулась и полетела навстречу велосипедисту. Встретившись с ним, птица развернулась и полетела назад в город B и т. д. Сколько километров пролетела птица за то время, пока велосипедист ехал из города A в город B ?

§ 22. Прямоугольный параллелепипед. Пирамида

Когда вы были маленькими и играли в кубики, то, возможно, складывали фигуры, изображённые на рисунке 155. Эти фигуры дают представление о **прямоугольном параллелепипеде**. Форму прямоугольного параллелепипеда имеют, например, коробка конфет, кирпич, спичечный коробок, упаковочный ящик, пакет сока.

Рис. 155





На рисунке 156 изображён прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Прямоугольный параллелепипед ограничен шестью **гранями**. Каждая грань — это прямоугольник, т. е. поверхность прямоугольного параллелепипеда состоит из шести прямоугольников.

Стороны граней называют **рёбрами** прямоугольного параллелепипеда, вершины граней — **вершинами** прямоугольного параллелепипеда. Например, отрезки AB , BC , $A_1 B_1$ — рёбра, а точки B , A_1 , C_1 — вершины параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (см. рис. 156).

У прямоугольного параллелепипеда 8 вершин и 12 рёбер.

Грани $AA_1 B_1 B$ и $DD_1 C_1 C$ не имеют общих вершин. Такие грани называют **противолежащими**. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ есть ещё две пары противоположащих граней: прямоугольники $ABCD$ и $A_1 B_1 C_1 D_1$, а также прямоугольники $AA_1 D_1 D$ и $BB_1 C_1 C$.

Противолежащие грани прямоугольного параллелепипеда равны.

На рисунке 156 грань $ABCD$ называют **основанием** прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Площадь поверхности параллелепипеда называют суммой площадей всех его граней.

Чтобы иметь представление о размерах прямоугольного параллелепипеда, достаточно рассмотреть любые три ребра, имеющие общую вершину. Длины этих рёбер называют **измерениями** прямоугольного параллелепипеда. Чтобы их различать, пользуются названиями: **длина**, **ширина**, **высота** (рис. 157).

Прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения равны, называют **кубом** (рис. 158). Поверхность куба состоит из шести равных квадратов.

Рис. 156

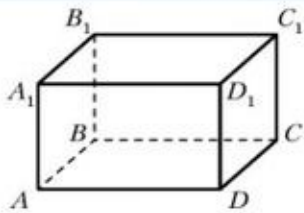
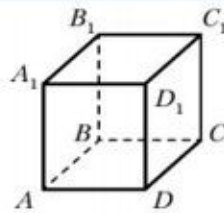


Рис. 157



Рис. 158



Если коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, открыть (рис. 159) и разрезать по четырём вертикальным рёбрам (рис. 160), а затем развернуть, то получим фигуру, состоящую из шести прямоугольников (рис. 161). Эту фигуру называют **развёрткой прямоугольного параллелепипеда**.

Рис. 159

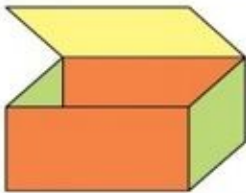
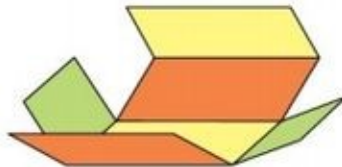


Рис. 160



На рисунке 162 изображена фигура, состоящая из шести равных квадратов. Она является развёрткой куба.

Рис. 161

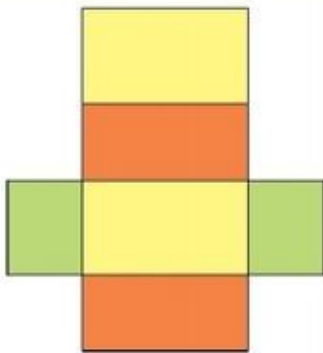
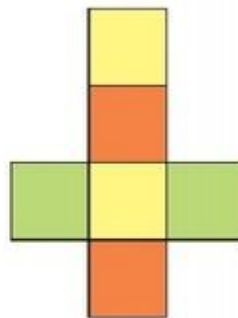


Рис. 162

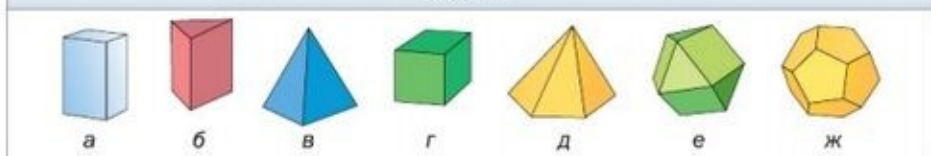


С помощью развёртки можно изготовить модель прямоугольного параллелепипеда. Это можно сделать, например, так. Начертить на бумаге его развёртку. Вырезать её, согнуть по отрезкам, соответствующим рёбрам прямоугольного параллелепипеда (см. рис. 160), и склеить.

Прямоугольный параллелепипед является видом **многогранника** — фигуры, поверхность которой состоит из многоугольников. На рисунке 163 изображены многогранники.

Прямоугольный параллелепипед является одним из видов многогранника, который называют **призмой**. Призмой также является фигура, изображённая на рисунке 163, б.

Рис. 163



Одним из видов многогранника является **пирамида**. Эта фигура для вас не нова. Изучая курс истории Древнего мира, вы познакомились с одним из семи чудес света — египетскими пирамидами.

На рисунке 164 изображены пирамиды $MABC$, $MABCD$, $MABCDE$. Поверхность пирамиды состоит из **боковых граней** — треугольников, имеющих общую вершину, и **основания** (рис. 165). Общую вершину боковых граней называют **вершиной пирамиды**. Стороны основания пирамиды называют **рёбрами основания пирамиды**, а стороны боковых граней, не принадлежащие основанию, — **боковыми рёбрами пирамиды**.



Египетские пирамиды

Рис. 164



Треугольная пирамида

Четырёхугольная пирамида

Пятиугольная пирамида

Пирамиды можно классифицировать по количеству сторон основания: треугольная, четырёхугольная, пятиугольная (см. рис. 164) и т. д.

Поверхность треугольной пирамиды состоит из четырёх треугольников. Любой из этих треугольников может служить основанием пирамиды. Это единственный вид пирамиды, любая грань которой может служить её основанием.

На рисунке 166 изображена фигура, которая может служить **развёрткой четырёхугольной пирамиды**. Она состоит из квадрата и четырёх равных равнобедренных треугольников.

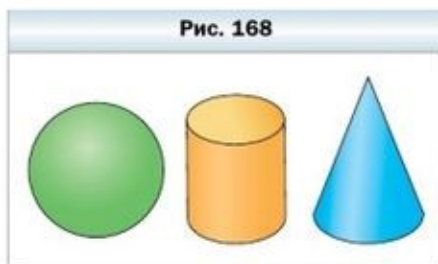
На рисунке 167 изображена фигура, состоящая из четырёх равных равносторонних треугольников. С помощью этой фигуры можно сделать модель треугольной пирамиды, у которой все грани — равносторонние треугольники. Такую пирамиду называют **правильным тетраэдром**. Более подробно о правильных тетраэдрах и других правильных многогран-



никах вы узнаете в курсе геометрии 10 класса.

Многогранники являются примерами **геометрических тел**.

На рисунке 168 изображены знакомые вам геометрические тела, не являющиеся многогранниками. Более подробно с этими телами вы познакомитесь в 6 классе.



- ?**
1. Какие предметы дают представление о прямоугольном параллелепипеде?
 2. Из каких фигур состоит поверхность прямоугольного параллелепипеда?
 3. Сколько граней имеет прямоугольный параллелепипед?



4. Сколько пар противоположащих граней имеет прямоугольный параллелепипед?
5. Каким свойством обладают противоположащие грани прямоугольного параллелепипеда?
6. Как называют стороны граней прямоугольного параллелепипеда?
7. Как называют вершины граней прямоугольного параллелепипеда?
8. Сколько вершин имеет прямоугольный параллелепипед?
9. Сколько рёбер имеет прямоугольный параллелепипед?
10. Какое общее название имеют длины трёх рёбер прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину?
11. Какие названия измерений прямоугольного параллелепипеда используют для их различия?
12. Какую фигуру называют кубом?
13. Из каких фигур состоит поверхность куба?
14. Из каких фигур состоит поверхность пирамиды?
15. Какую пирамиду называют треугольной? Четырёхугольной?
16. Что называют вершиной пирамиды?
17. Что называют рёбрами основания пирамиды?
18. Что называют боковыми рёбрами пирамиды?



Решаем устно

1. Вычислите:
 1) $13 \cdot 4 \cdot 25$; 2) $4 \cdot 5 \cdot 78 \cdot 5$; 3) $125 \cdot 943 \cdot 8$.
2. Упростите выражение:
 1) $3a \cdot 16b$; 2) $4m \cdot 9n \cdot 5k$; 3) $7a \cdot 2b \cdot 50c \cdot 8d$.
3. Раскройте скобки:
 1) $2(a + b)$; 2) $(3 - b) \cdot 5$; 3) $6m(7n + 8p)$.
4. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 28 см^2 , а одна из его сторон — 7 см .
5. В магазине разложили 6 ц яблок в ящики так, что в каждом ящике оказалось по 12 кг яблок. Сколько ящиков заполнили яблоками?
6. Во сколько раз площадь квадрата, сторона которого равна 6 см , больше площади квадрата со стороной 2 см ?



Упражнения

598. На рисунке 169 изображён прямоугольный параллелепипед $ABCDMNKP$. Назовите:
 - 1) грани, которым принадлежит вершина C ;
 - 2) рёбра, равные ребру BC ;
 - 3) верхнюю грань;

- 4) вершины, принадлежащие нижней грани;
 5) грани, имеющие общее ребро AM ;
 6) грань, равную грани $DPKC$.

599. Измерения прямоугольного параллелепипеда $MNKPEFST$ (рис. 170) равны 9 см, 5 см и 6 см. Вычислите сумму длин всех его рёбер и площадь его поверхности.

Рис. 169

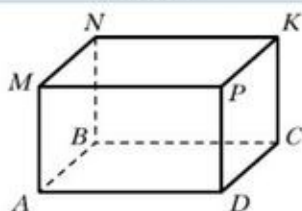
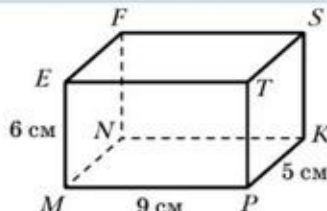


Рис. 170



600. Найдите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 13 см, 16 см, 21 см.
601. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 9 м, 24 м, 11 м.
602. Вычислите площадь поверхности и сумму длин всех рёбер куба (рис. 171), ребро которого равно 5 см.
603. Найдите сумму длин всех рёбер и площадь поверхности куба, если его ребро равно 7 см.
604. На рисунке 172 изображена пирамида $MABC$. Укажите:
 1) основание пирамиды; 4) боковые рёбра пирамиды;
 2) вершину пирамиды; 5) рёбра основания пирамиды.
 3) боковые грани пирамиды;
605. На рисунке 173 изображена пирамида $SABCD$. Укажите:
 1) основание пирамиды; 4) боковые рёбра пирамиды;
 2) вершину пирамиды; 5) рёбра основания пирамиды.
 3) боковые грани пирамиды;

Рис. 171

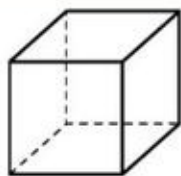


Рис. 172

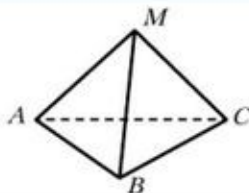
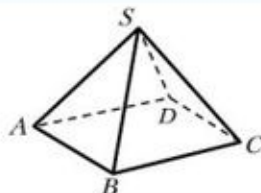


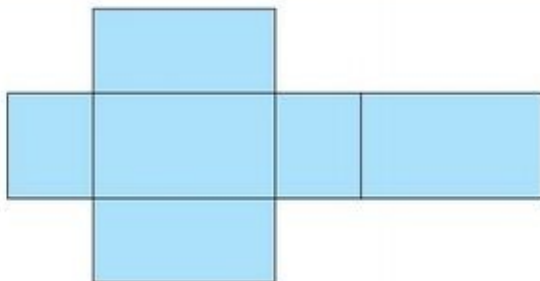
Рис. 173



606. На рисунке 174 изображена развёртка прямоугольного параллелепипеда.

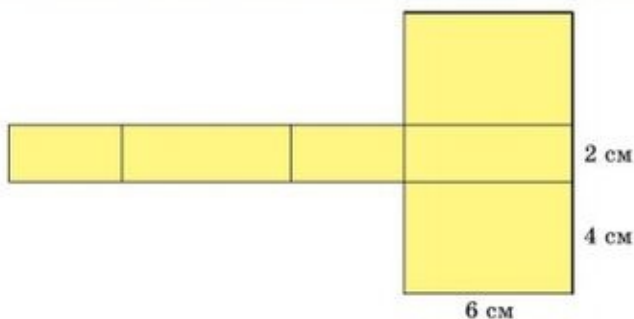
- 1) Из скольких прямоугольников состоит развёртка?
- 2) Сколько пар равных прямоугольников содержит развёртка?
- 3) Какова площадь этой развёртки, если измерения параллелепипеда равны 10 см, 7 см и 3 см?

Рис. 174



607. Вычислите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, развёртка которого изображена на рисунке 175.

Рис. 175



608. Высота прямоугольного параллелепипеда равна 20 см, что на 5 см больше его ширины и в 3 раза меньше его длины. Вычислите площадь поверхности параллелепипеда.
609. Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда равна 28 см. Найдите сумму длин трёх его рёбер, имеющих общую вершину.

610. Прямоугольный параллелепипед и куб имеют равные площади поверхностей. Длина параллелепипеда равна 18 м, что в 2 раза больше, чем его ширина, и на 8 м больше, чем его высота. Найдите ребро куба.
611. Брусok, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 4 см, 5 см и 6 см, покрасили со всех сторон и разрезали на кубики с ребром 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых окрашено: 1) три грани; 2) две грани; 3) одна грань?



Упражнения для повторения

612. Скорость космического корабля «Восток», на котором Юрий Гагарин совершил свой полёт, равна 8 км/с. 1) За сколько минут он пролетал 960 км? 2) Какое расстояние он пролетал за 1 ч?
613. Из листа картона можно вырезать шесть одинаковых квадратов. Сколько листов картона надо для того, чтобы вырезать 50 таких квадратов?
614. Поезд отправился со станции в 16 ч со скоростью 54 км/ч. В 19 ч с этой же станции в противоположном направлении отправился второй поезд. В 24 ч расстояние между ними было равно 642 км. С какой скоростью двигался второй поезд?
615. Решите уравнение:
 1) $6x + 8x - 7x = 714$; 2) $11x - 6x + 17 = 2\ 042$.



Задача от мудрой совы

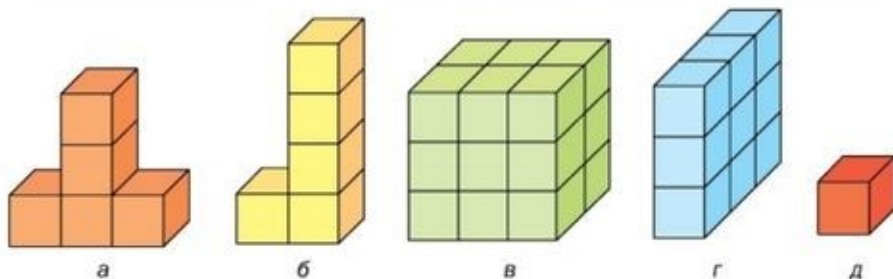
616. Как с помощью линейки измерить диагональ кирпича, имея ещё несколько таких кирпичей? (Диагональ параллелепипеда — это отрезок, соединяющий две его вершины, не принадлежащие одной грани.)

§ 23. Объём прямоугольного параллелепипеда

Фигуры на рисунке 176, *a* и *b* состоят из равного количества одинаковых кубиков. О таких фигурах можно сказать, что их объёмы равны. Прямоугольные параллелепипеды, изображённые на рисунке 176, *в* и *г*, состоят соответственно из 18 и 9 одинаковых кубиков. Поэтому можно сказать, что объём первого из них в два раза больше объёма второго.

С такой величиной, как объём, вы часто встречаетесь в повседневной жизни: объём топливного бака, объём бассейна, объём классной комнаты, показатели потребления газа или воды на счётчиках и т. д.

Рис. 176



Опыт подсказывает вам, что одинаковые ёмкости имеют равные объёмы. Например, одинаковые бочки имеют равные объёмы.

Если ёмкость разделить на несколько частей, то объём всей ёмкости равен сумме объёмов её частей. Например, объём двухкамерного холодильника равен сумме объёмов его камер.

Эти примеры иллюстрируют следующие свойства объёма фигуры.

1) Равные фигуры имеют равные объёмы.

2) Объём фигуры равен сумме объёмов фигур, из которых она состоит.

Как и в случаях с другими величинами (длина, площадь), следует ввести единицу измерения объёма.

За единицу измерения объёма выбирают куб, ребро которого равно единичному отрезку. Такой куб называют **единичным**.

Объём куба с ребром 1 мм называют **кубическим миллиметром**. Пишут: 1 мм^3 .

Объём куба с ребром 1 см называют **кубическим сантиметром**. Пишут: 1 см^3 .

Объём куба с ребром 1 дм называют **кубическим дециметром**. Пишут: 1 дм^3 .

При измерении объёмов жидкостей и газов 1 дм^3 называют **литром**. Пишут: 1 л. Итак, $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$.

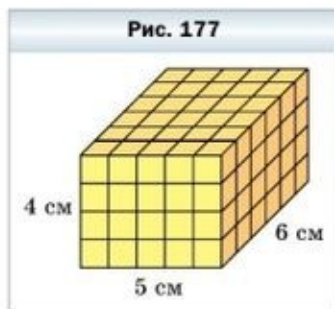
Объём куба с ребром 1 м называют **кубическим метром**. Пишут: 1 м^3 .

Объём куба с ребром 1 км называют **кубическим километром**. Пишут: 1 км^3 .

Измерить объём фигуры — значит подсчитать, сколько единичных кубов в ней помещается.

Если объём красного кубика (см. рис. 176, д) принять за единицу, то объёмы фигур на рисунке 176, а, б, в и г соответственно равны 5, 5, 18 и 9 кубическим единицам.

Если длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 5 см, 6 см, 4 см, то этот параллелепипед можно разделить на $5 \cdot 6 \cdot 4$ единичных кубов (рис. 177). Поэтому его объём равен $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120$ (см³).



Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений:

$$V = abc$$

где V — объём, a , b и c — измерения прямоугольного параллелепипеда, выраженные в одних и тех же единицах.

Поскольку у куба все рёбра равны, то его объём вычисляют по формуле:

$$V = a^3$$

где a — длина ребра куба. Именно поэтому третью степень числа называют кубом числа.

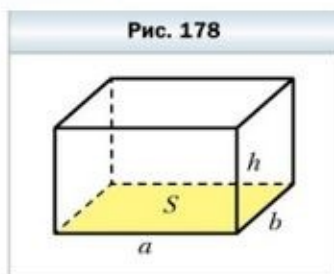
Произведение длины a и ширины b прямоугольного параллелепипеда равно площади S его основания: $S = ab$ (рис. 178). Обозначим высоту прямоугольного параллелепипеда буквой h . Тогда объём V прямоугольного параллелепипеда равен $V = abh$. Отсюда

$$V = abh = (ab)h = Sh.$$

Итак, мы получили ещё одну формулу для вычисления объёма прямоугольного параллелепипеда:

$$V = Sh$$

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.



Пример. Какой должна быть высота бака, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, чтобы его объём составлял 324 дм^3 , а площадь дна — 54 дм^2 ?

Решение. Из формулы $V = Sh$ следует, что $h = V : S$. Тогда искомую высоту h бака можно вычислить так:

$$h = 324 : 54 = 6 \text{ (дм)}.$$

Ответ: 6 дм. ◀

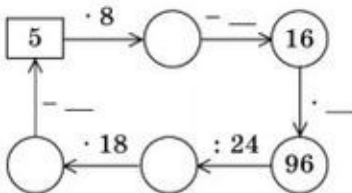


1. Какими свойствами обладает объём фигуры?
2. Какой куб называют единичным?
3. Приведите примеры единиц измерения объёма.
4. Что означает измерить объём фигуры?
5. Чему равен объём прямоугольного параллелепипеда с измерениями a, b, c ?
6. По какой формуле вычисляют объём куба?
7. Как вычислить объём прямоугольного параллелепипеда, зная его площадь основания и высоту?



Решаем устно

1. Заполните пропуски в цепочке вычислений:



2. Сколько необходимо использовать кубиков с ребром 1 см, чтобы сложить кубик с ребром 2 см?
3. Сколько сантиметров проволоки необходимо для изготовления проволочного каркаса прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 3 см, 5 см и 6 см?
4. Расставьте вместо звёздочек знаки «+» и «-» так, чтобы запись $20 * 30 * 10 * 80 * 70 = 50$ стала верным равенством.

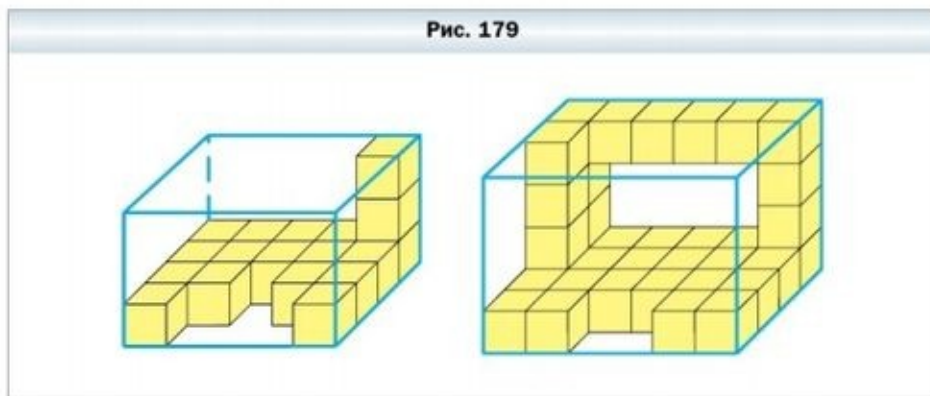


Упражнения

617. 1) Сколько сантиметров в одном дециметре? Квадратных сантиметров в одном квадратном дециметре? Кубических сантиметров в одном кубическом дециметре?

2) Сколько сантиметров в одном метре? Квадратных сантиметров в одном квадратном метре? Кубических сантиметров в одном кубическом метре?

618. Фигуры, изображённые на рисунке 179, сложены из кубиков, рёбра которых равны 1 см. Найдите объём каждой фигуры.



619. Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 12 м, 15 м и 6 м.
620. Чему равен объём куба, ребро которого равно 6 см?
621. Чему равен объём прямоугольного параллелепипеда с измерениями 10 дм, 8 дм и 4 дм?
622. Выразите:
- 1) в кубических миллиметрах: 7 см^3 ; 38 см^3 ; 12 см^3 243 мм^3 ; 42 см^3 68 мм^3 ; 54 см^3 4 мм^3 ; 1 дм^3 20 мм^3 ; 18 дм^3 172 см^3 ; 35 дм^3 67 см^3 96 мм^3 ;
 - 2) в кубических дециметрах: 4 м^3 ; 264 м^3 ; 10 м^3 857 дм^3 ; 28 м^3 2 дм^3 ; 44 000 см^3 ; 5 430 000 см^3 .
623. Выразите в кубических сантиметрах: 8 дм^3 ; 62 дм^3 ; 378 000 мм^3 ; 520 000 мм^3 ; 78 дм^3 325 см^3 ; 56 дм^3 14 см^3 ; 8 м^3 4 дм^3 6 см^3 .
624. Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 15 дм, длина — на 3 дм больше ширины, а высота — в 3 раза меньше длины. Найдите объём данного параллелепипеда.
625. Высота прямоугольного параллелепипеда равна 20 см, что на 4 см меньше его длины и в 5 раз больше его ширины. Вычислите объём данного параллелепипеда.
626. Объём прямоугольного параллелепипеда равен 560 см^3 , длина — 14 см, ширина — 8 см. Найдите высоту данного параллелепипеда.

627. Длина прямоугольного параллелепипеда равна 18 см, высота — 15 см, а объём — $3\,240\text{ см}^3$. Найдите ширину данного параллелепипеда.
628. Объём комнаты, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, равен 144 м^3 , а высота — 4 м. Найдите площадь пола комнаты.
629. Спортивный зал имеет форму прямоугольного параллелепипеда, его объём равен 960 м^3 , а площадь пола равна 192 м^2 . Найдите высоту спортивного зала.
630. Найдите объём фигуры, изображённой на рисунке 180 (размеры даны в сантиметрах).

Рис. 180

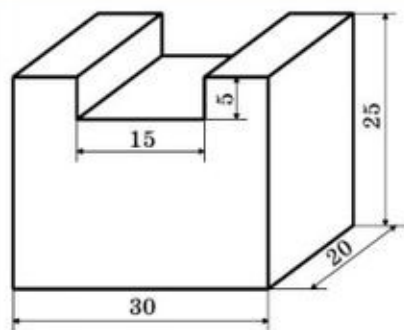
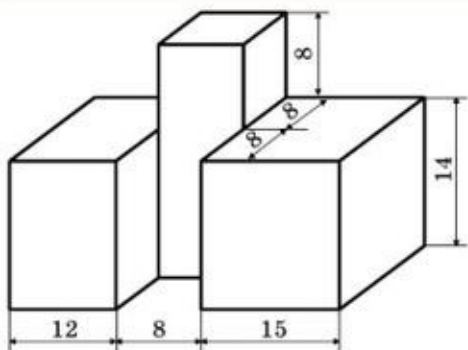


Рис. 181

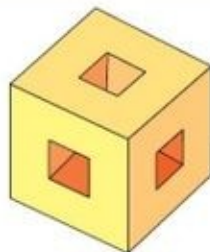


631. Найдите объём фигуры, изображённой на рисунке 181 (размеры даны в сантиметрах).
632. Ребро куба, изготовленного из цинка, равно 4 см. Найдите массу куба, если масса 1 см^3 цинка составляет 7 г.
633. Знайка сконструировал землеройную машину, которая за 8 ч может вырыть траншею, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, длиной 150 м, глубиной 80 см и шириной 60 см. Сколько кубометров земли выкапывает эта машина за 1 ч? Работу скольких коротышек выполняет эта машина, если за 8 ч один коротышка может выкопать 240 дм^3 земли?



634. Куб и прямоугольный параллелепипед имеют равные объёмы. Найдите площадь поверхности куба, если длина прямоугольного параллелепипеда равна 12 см, что в 2 раза больше ширины и в 4 раза больше высоты параллелепипеда.
635. Ребро одного куба в 4 раза больше ребра второго. Во сколько раз: 1) площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго; 2) объём первого куба больше объёма второго?
636. Как изменится объём прямоугольного параллелепипеда, если: 1) длину увеличить в 4 раза, ширину — в 2 раза, высоту — в 5 раз; 2) ширину уменьшить в 4 раза, высоту — в 2 раза, а длину увеличить в 16 раз?
637. Как изменится объём прямоугольного параллелепипеда, если: 1) каждое измерение увеличить в 2 раза; 2) длину уменьшить в 3 раза, высоту — в 5 раз, а ширину увеличить в 15 раз?
638. В бассейн, площадь дна которого равна 1 га, налили 1 000 000 л воды. Можно ли в этом бассейне провести соревнования по плаванию?
639. В кубе с ребром 3 см проделали три сквозных квадратных отверстия со стороной 1 см (рис. 182). Найдите объём оставшейся части.

Рис. 182



640. Размеры куска мыла, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, равны 12 см, 6 см и 4 см. Каждый день используют одинаковую массу мыла. Через 14 дней все размеры куска мыла уменьшились в 2 раза. На сколько дней хватит оставшегося куска мыла?



Упражнения для повторения

641. В школьном коридоре, длина которого равна 30 м, ширина — 35 дм, надо заменить линолеум. Какое наименьшее количество рулонов линолеума для этого нужно, если длина рулона линолеума равна 12 м, а ширина — 160 см?
642. Из двух населённых пунктов, расстояние между которыми равно 54 км, одновременно выехали навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 2 ч после начала движения. Скорость движения первого велосипедиста составляла 12 км/ч. С какой скоростью двигался второй велосипедист?

643. Найдите значение выражения:

- 1) $7a + 7b$, если $a + b = 14$;
- 2) $m \cdot 17 + n \cdot 17$, если $m + n = 1\ 000$;
- 3) $k \cdot 9 + 9l$, если $k + l = 12$;
- 4) $4c - 4d$, если $c - d = 125$;
- 5) $x \cdot 23 - 23y$, если $x - y = 4$;
- 6) $56p - r \cdot 56$, если $p - r = 11$.



Задача от мудрой совы

644. В записи первого трёхзначного числа используются только цифры 2 и 3, а в записи второго — только цифры 3 и 4. Может ли произведение этих чисел записываться только цифрами 2 и 4?

§ 24. Комбинаторные задачи

Предположим, что вы не можете вспомнить последнюю цифру номера телефона своего друга. Какое наибольшее количество номеров придётся набрать, чтобы ему дозвониться?

Поскольку в конце телефонного номера может стоять любая из десяти цифр, то вам в худшем случае придётся сделать десять попыток, тем самым перебрав все возможные варианты.

Нередко в повседневной жизни мы встречаемся с задачами, решение которых требует рассмотрения и подсчёта всех возможных случаев, или, как ещё принято говорить, всех возможных **комбинаций**. Поэтому такие задачи называют **комбинаторными**.

Пример 1. Одноклассницы Оля, Валя и Катя дежурят по школе. Сколькими способами классный руководитель может расставить девочек по одной на каждом из трёх этажей школы?

Решение. Предположим, что Олю назначили дежурить на третьем этаже. Тогда на втором этаже может дежурить Валя или Катя, а на первом — соответственно Катя или Валя.

Получаем два способа (две комбинации, два варианта) распределения дежурства (девочки обозначены первыми буквами их имён):

3-й этаж	О	О
2-й этаж	В	К
1-й этаж	К	В

Пусть теперь дежурной на третьем этаже назначили Валю. Тогда на втором этаже может дежурить Оля или Катя, а на первом — соответственно Катя или Оля. Получаем ещё два способа распределения дежурства:

3-й этаж	В	В
2-й этаж	О	К
1-й этаж	К	О

И наконец, предположим, что дежурной на третьем этаже назначили Катю. Получаем ещё два способа распределения дежурства:

3-й этаж	К	К
2-й этаж	В	О
1-й этаж	О	В

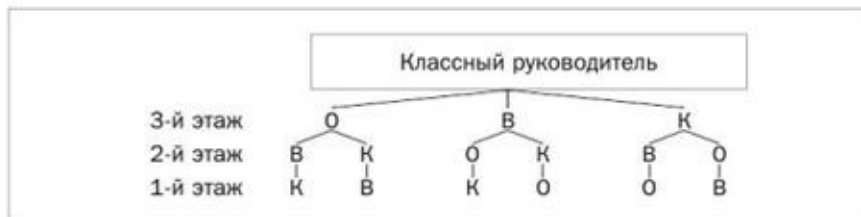
Таким образом, получилось шесть способов распределения дежурства:

3-й этаж	О	О	В	В	К	К
2-й этаж	В	К	О	К	В	О
1-й этаж	К	В	К	О	О	В

Ответ: 6 способов. ◀

При решении комбинаторных задач важно рассмотреть (перебрать) все случаи. Поэтому процесс перебора желательно сделать удобным и наглядным.

Например, решение задачи о распределении дежурства можно проиллюстрировать с помощью такой схемы:



Эта схема позволяет записать шесть комбинаций, каждая из которых соответствует одному варианту распределения дежурства: ОВК, ОКВ, ВОК, ВКО, КВО, КОВ.

Изображённая схема напоминает перевёрнутое дерево. Поэтому её называют **деревом возможных вариантов**.

Пример 2. Сколько углов изображено на рисунке 183?

Решение. Обозначение любого угла, изображённого на рисунке, состоит из трёх букв, второй из которых обязательно является буква O , а две другие выбираются из букв A, B, C, D . Поэтому искомое количество углов равно количеству способов выбрать из букв A, B, C, D две буквы.

При записи всех возможных вариантов надо учесть, что, например, комбинации AB и BA соответствуют одному и тому же углу AOB .

Вначале перечислим все пары букв с первой буквой A :

AB, AC, AD .

Теперь перечислим пары, у которых первая буква B , а вторая не является буквой A :

BC, BD .

Осталось перечислить пары, у которых первая буква C , а второй не является ни буква A , ни буква B :

CD .

Таким образом, получили шесть комбинаций:

AB, AC, AD, BC, BD, CD .

Следовательно, на рисунке 183 изображено шесть углов.

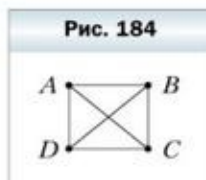
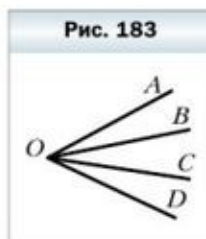
Ответ: 6 углов. ◀

При решении этой задачи можно воспользоваться такой наглядной схемой.

Рассмотрим четыре точки, обозначенные буквами A, B, C, D (рис. 184). Тогда количество отрезков, соединяющих каждые две точки, равно количеству углов, изображённых на рисунке 183. Например, отрезку AC на рисунке 184 соответствует угол AOC на рисунке 183, отрезку BC — угол BOC . И наоборот, каждому углу на рисунке 183 соответствует определённый отрезок на рисунке 184.

На рисунке 184 можно провести всего шесть отрезков. Следовательно, искомое количество углов равно шести.

С помощью схем, подобных той, которая изображена на рисунке 184, можно решать целый ряд задач. С помощью этой схемы решите



такую задачу. При встрече четыре приятеля обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий? (Ответ: 6.)



1. Какие задачи называют комбинаторными?
2. Как называют схему, с помощью которой удобно и наглядно решать комбинаторные задачи?



Решаем устно

1. Одним слоем бумаги оклеили куб, длина ребра которого равна 3 дм. Сколько квадратных дециметров бумаги потребовалось на оклеивание куба?
2. Объём прямоугольного параллелепипеда равен 240 см^3 . Какая из следующих троек чисел может задавать измерения этого параллелепипеда:
1) 4 см, 6 см, 12 см; 3) 3 см, 5 см, 10 см;
2) 5 см, 6 см, 8 см; 4) 10 см, 10 см, 24 см?
3. Сколько центнеров пшеницы можно засыпать в бункер, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 8 м, ширина — 2 м, высота — 1 м, а масса 1 м^3 зерна составляет 8 ц?
4. Что больше и на сколько:
1) квадрат суммы чисел 4 и 3 или сумма их квадратов;
2) разность квадратов чисел 10 и 8 или квадрат их разности;
3) разность кубов чисел 5 и 3 или куб их разности?



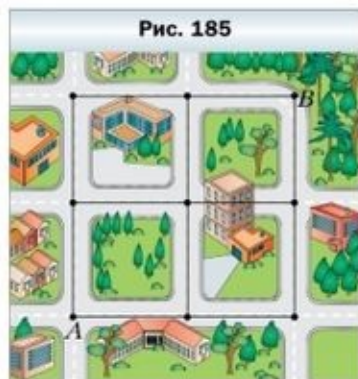
Упражнения

645. Запишите все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 1, 2 и 3 (цифры могут повторяться).
646. Запишите все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 1, 2 и 0 (цифры могут повторяться).
647. У ослика Иа-Иа есть три надувных шарика: красный, зелёный и жёлтый. Он хочет подарить по одному шарiku своим друзьям: Винни-Пуху, Пятачку и Кролику. Сколько у ослика Иа-Иа есть вариантов сделать подарки своим друзьям?
648. Сколько двузначных чисел, все цифры которых различны, можно составить из цифр 0, 1 и 2?
649. В футбольном турнире участвуют команды 5 «А» класса, 5 «Б» класса и 5 «В» класса. Сколько существует способов распределения первого и второго мест среди этих команд? Решение какой задачи из номеров 645—648 аналогично решению этой задачи?

650. Запишите все трёхзначные числа, для записи которых используются только цифры:
 1) 3, 4 и 6; 2) 4, 7 и 0.
 (Цифры не могут повторяться.)
651. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр:
 1) 1 и 2; 2) 0 и 1?
 (Цифры могут повторяться.)
652. Запишите все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 2, 4, 9 и 0. (Цифры могут повторяться.)
653. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 6, 7, 8 и 9 так, чтобы цифры были записаны в порядке возрастания?
654. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 6, 7, 8 и 9 так, чтобы цифры были записаны в порядке убывания?
655. Сколько существует двузначных чисел, сумма цифр которых равна 5?
656. Сколько двузначных чисел, сумма цифр которых равна чётному числу, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 (цифры могут повторяться)?
657. Сколько двузначных чисел, сумма цифр которых равна нечётному числу, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3?
658. Кот Базилио и лиса Алиса решили украсть золотой ключик, который хранится в камерке папы Карло. Чтобы туда проникнуть, нужно подобрать двузначный код. Им известно, что дверь в камеру закрывает Буратино, который знает пока что только четыре цифры: 0, 1, 2 и 3. Какое наибольшее количество вариантов придётся перебрать коту и лисе, чтобы открыть дверь?



659. Сколько существует различных прямоугольников, периметры которых равны 24 см, а длины сторон выражены целым числом сантиметров?
660. У Ани есть 30 одинаковых кубиков. Сколько различных прямоугольных параллелепипедов она может из них составить, если для построения одного параллелепипеда надо использовать все имеющиеся 30 кубиков?
661. На прямой отметили четыре точки A , B , C и D . Сколько отрезков с концами в отмеченных точках можно провести? Какой из рисунков § 24 помогает решить эту задачу?
662. Подножие горы и её вершину связывают три тропы. Сколько существует маршрутов, ведущих от подножия к вершине и затем вниз к подножию?
663. Спортивной команде предлагают футболки трёх цветов — красного, зелёного и синего, а шорты двух цветов — белого и жёлтого. Сколько вариантов выбора формы есть у команды?
664. У Тани есть четыре платья и две пары туфель. Сколько у Тани есть вариантов выбора наряда?
665. В отряде космонавтов есть три пилота и два инженера. Сколько существует способов составить экипаж, состоящий из одного пилота и одного инженера?
666. На рисунке 185 изображён план одного района города. Отрезками изображены улицы. Сколько существует маршрутов из точки A в точку B , если передвигаться разрешено по улицам, идущими вверх или вправо?
667. В записи $1 * 2 * 3 * 4$ вместо каждой звёздочки можно поставить один из знаков «+» или «·». Чему равно наибольшее значение выражения, которое можно получить?



Упражнения для повторения

668. Расстояние между двумя сёлами равно 28 км. Из этих сёл одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и автобус. Автобус ехал впереди со скоростью 42 км/ч, а мотоциклист ехал со скоростью 56 км/ч. Через сколько часов после начала движения мотоциклист догонит автобус?

669. Решите уравнение:

1) $1\ 376 : (34 - x) = 86;$

3) $(x - 57) : 29 = 205;$

2) $9\ 680 : (x + 219) = 16;$

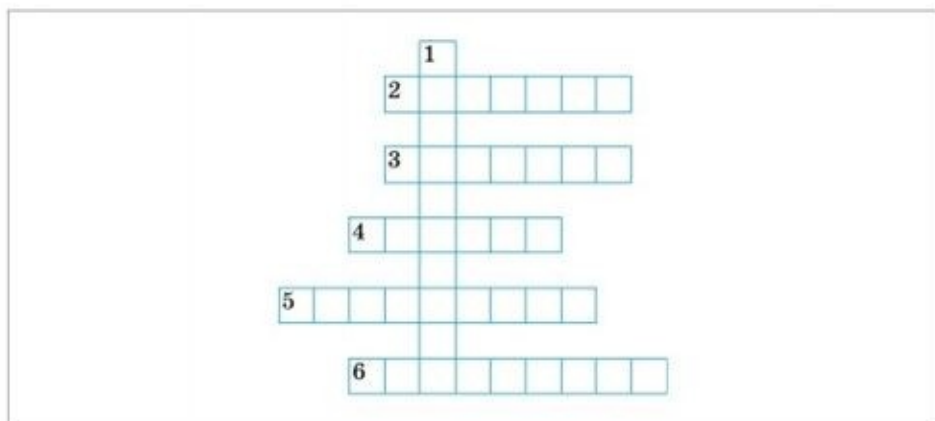
4) $(x - 72) \cdot 9 = 927.$

670. 1) Одно из слагаемых в 14 раз больше другого. Во сколько раз их сумма больше меньшего слагаемого?

2) Вычитаемое в 12 раз больше разности. Во сколько раз уменьшаемое больше разности?

671. На ферме есть 156 коров, каждая из которых даёт в день 12 л молока. Молоко с фермы вывозят в бидонах ёмкостью 40 л. В некоторый день на ферме было в наличии 42 пустых бидона. Хватит ли бидонов, чтобы вывезти с фермы надоенное за день молоко?

672. Решите кроссворд.



По горизонтали: 2. Результат арифметического действия. 3. Единица измерения времени. 4. Единица измерения углов. 5. Компонент умножения. 6. Компонент сложения.

По вертикали: 1. «Царица наук».



Задача от мудрой совы

673. В классе 30 учащихся. Они сидят по двое за 15 партами так, что половина всех девочек сидит с мальчиками. Можно ли учеников класса пересадить так, чтобы половина всех мальчиков сидела с девочками?

Задание № 3 «Проверьте себя» в тестовой форме

1. Какую из данных единиц измерения используют при измерении площади?
А) 1 см Б) 1 с В) 1 га Г) 1 г
2. Чему равен корень уравнения $(x - 28) \cdot 16 = 1632$?
А) 130 Б) 120 В) 60 Г) 40
3. Упростите выражение $52 \cdot m \cdot 3$.
А) $156m$ Б) $52m$ В) $55m$ Г) $126m$
4. Укажите верное равенство.
А) $2(5 + x) = 5 + 2x$ В) $2(5 + x) = 12x$
Б) $2(5 + x) = 10 + x$ Г) $2(5 + x) = 10 + 2x$
5. Чему равен корень уравнения $7x + x - 5x = 132$?
А) 66 Б) 44 В) 12 Г) 11
6. Укажите число, которое может быть остатком при делении натурального числа a на 98.
А) 102 Б) 100 В) 98 Г) 96
7. Из двух сёл, расстояние между которыми равно 18 км, одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Пешеход шёл впереди со скоростью 3 км/ч, а велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч. Через сколько часов после начала движения велосипедист догонит пешехода?
А) 1 ч Б) 2 ч В) 3 ч Г) 4 ч
8. В каждом подъезде на каждом этаже девятиэтажного дома расположено по восемь квартир. Найдите номер этажа, на котором находится квартира № 173.
А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6
9. Стену длиной 6 м и высотой 3 м хотят выложить кафелем. Одна кафельная плитка имеет форму квадрата со стороной 15 см, а в одном ящике — 150 плиток. Какое наименьшее количество ящиков с кафелем надо приобрести для запланированной работы?
А) 4 ящика Б) 5 ящиков В) 6 ящиков Г) 7 ящиков
10. Объём аквариума равен $120\,000 \text{ см}^3$. Найдите высоту аквариума, если его длина равна 60 см, а ширина — 40 см.
А) 5 000 см Б) 500 см В) 50 см Г) 5 см
11. Машинист пассажирского поезда, двигавшегося со скоростью 56 км/ч, заметил, что товарный поезд, двигавшийся со скоростью 34 км/ч, прошёл мимо него за 15 с. Какова длина товарного поезда?
А) 360 м Б) 375 м В) 400 м Г) 425 м

12. В меню школьной столовой есть два вида салата, два вида первого блюда и два вида второго блюда. Сколько вариантов выбора обеда есть у ученика этой школы, если обед состоит из салата, первого блюда и второго блюда?
- А) 8 Б) 12 В) 9 Г) 3

Итоги главы 3

Умножение

- Произведением числа a на натуральное число b , не равное 1, называют сумму, состоящую из b слагаемых, каждое из которых равно a .
- Если один из двух множителей равен 1, то произведение равно другому множителю.
- Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю.
- Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

Свойства умножения

- Переместительное свойство: $ab = ba$.
- Сочетательное свойство: $(ab)c = a(bc)$.
- Распределительное свойство умножения относительно сложения: $a(b + c) = ab + ac$.
- Распределительное свойство умножения относительно вычитания: $a(b - c) = ab - ac$.

Деление

- Для натуральных чисел a , b и c равенство $a : b = c$ верно, если верно равенство $b \cdot c = a$.
- В равенстве $a : b = c$ число a называют делимым, число b — делителем, число c — частным.
- На нуль делить нельзя.
- Для любого натурального числа a верны равенства:
 $0 : a = 0$; $a : a = 1$; $a : 1 = a$.

Деление с остатком

$a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток, $r < b$.

Если остаток равен нулю, то говорят, что число a делится нацело на число b .

Свойства площади фигуры

- 1) Равные фигуры имеют равные площади;
- 2) площадь фигуры равна сумме площадей фигур, из которых она состоит.

Площадь прямоугольника

Площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон, выраженных в одних и тех же единицах.

Площадь квадрата

$S = a^2$, где a — длина стороны квадрата.

Свойства объёма фигуры

- 1) Равные фигуры имеют равные объёмы;
- 2) объём фигуры равен сумме объёмов фигур, из которых она состоит.

Объём прямоугольного параллелепипеда

- $V = abc$, где a , b и c — измерения параллелепипеда, выраженные в одних и тех же единицах.
- $V = Sh$, где S — площадь основания параллелепипеда, h — его высота.

Объём куба

$V = a^3$, где a — длина ребра куба.

Раздел II

Дробные числа и действия над ними

Глава 4. Обыкновенные дроби

Изучив материал этой главы, вы расширите свои знания об обыкновенных дробях. Узнаете, какие дроби называют правильными, а какие — неправильными, какие числа называют смешанными, как связаны деление натуральных чисел и дроби. Научитесь сравнивать, складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями.

§ 25. Понятие обыкновенной дроби

Вы знаете, что, кроме натуральных чисел и нуля, существуют и другие числа — **дробные**.

Дробные числа возникают, когда один предмет (яблоко, арбуз, торт, буханку хлеба, лист бумаги) или единицу измерения (метр, час, килограмм, градус) делят на несколько *равных* частей.

Такие слова, как «полбатона», «полкилограмма», «пол-литра», «четверть часа», «треть пути», «полтора метра», наверное, вы слышите каждый день.

Половина, четверть, треть, одна сотая, полтора — это примеры дробных чисел.

Рассмотрим пример.

На день рождения к вам в гости пришли 10 друзей. Праздничный торт был разделён на 10 равных частей (рис. 186). Тогда каждому гостю досталась одна десятая торта. Пишут: $\frac{1}{10}$ торта (читают: «одна десятая торта»).

Рис. 186

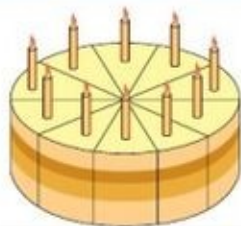
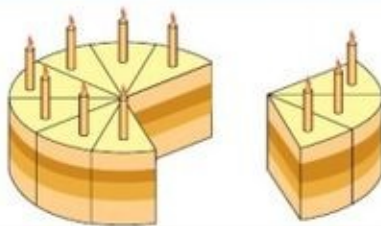


Рис. 187



Такую «двухэтажную» запись используют для обозначения и других дробных чисел. Например: полкилограмма — $\frac{1}{2}$ кг (читают: «одна вторая килограмма»); четверть часа — $\frac{1}{4}$ ч (читают: «одна четвёртая часа»); треть пути — $\frac{1}{3}$ пути (читают: «одна третья пути»).

Если двое ваших гостей не любят сладкого, то сладкоежке достанется $\frac{3}{10}$ торта (читают: «три десятых торта»; рис. 187).

Записи вида $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ и т. п. называют **обыкновенными дробями** или короче — **дробями**.

Обыкновенные дроби записывают с помощью двух натуральных чисел и *черты дроби*.

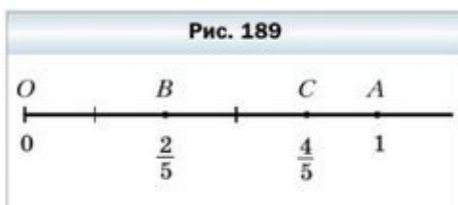
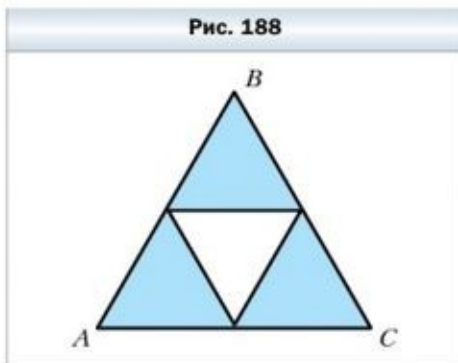
Число, записанное над чертой, называют **числителем дроби**; число, записанное под чертой, называют **знаменателем дроби**.

Знаменатель дроби показывает, на сколько равных частей разделили нечто целое, а числитель — сколько таких частей взяли.

Так, на рисунке 188 равно-
сторонний треугольник ABC разделили на 4 равные части — 4 равных треугольника. Три из них закрашены. Можно сказать, что закрашена фигура, площадь которой составляет $\frac{3}{4}$ площади треугольника ABC . Или говорят: закрашено $\frac{3}{4}$ треугольника ABC .

На рисунке 189 единичный отрезок OA координатного луча разделён на пять равных частей.

Отрезок OB составляет $\frac{2}{5}$ единичного отрезка OA . Точка B изображает число $\frac{2}{5}$. Число $\frac{2}{5}$ называют координатой точки B и пишут $B\left(\frac{2}{5}\right)$. Поскольку отрезок OC составляет $\frac{4}{5}$ единичного отрезка OA , то координата точки C равна $\frac{4}{5}$, т. е. $C\left(\frac{4}{5}\right)$.



Пример 1. В саду растёт 24 дерева, из них 7 — яблони. Какую часть всех деревьев составляют яблони?

Решение. Поскольку в саду растёт 24 дерева, то одна яблоня составляет $\frac{1}{24}$ всех деревьев, а 7 яблонь — $\frac{7}{24}$ всех деревьев.

Ответ: $\frac{7}{24}$. ◀

Пример 2. В саду растёт 24 дерева, из них $\frac{5}{8}$ составляют вишни. Сколько вишнёвых деревьев растёт в саду?

Решение. Знаменатель дроби $\frac{5}{8}$ показывает, что количество всех деревьев, растущих в саду, надо разделить на 8 равных частей. Поскольку в саду растут 24 дерева, то одна часть составляет $24 : 8 = 3$ (дерева).

Числитель дроби $\frac{5}{8}$ показывает, что надо взять 5 таких частей. Тогда $\frac{5}{8}$ деревьев сада — это $3 \cdot 5 = 15$ (деревьев).

Ответ: 15 вишнёвых деревьев. ◀

Пример 3. Садовник собрал урожай с 16 деревьев, что составляет $\frac{2}{3}$ всех деревьев его сада. Сколько всего деревьев растёт в саду?

Решение. Дробь $\frac{2}{3}$ показывает, что количество всех деревьев было разделено на 3 равные части и взяты 2 такие части. Следовательно, две части составляют 16 деревьев.

Тогда одна часть, т. е. $\frac{1}{3}$ всех деревьев, составляет $16 : 2 = 8$ (деревьев). Поскольку таких частей 3, то всего в саду растёт $8 \cdot 3 = 24$ (дерева).

Ответ: 24 дерева. ◀



1. Когда возникает потребность в дробных числах?
2. Каким образом записывают обыкновенные дроби?
3. Как называют число, записанное над чертой дроби? Под чертой дроби?
4. Что показывает знаменатель дроби? Числитель дроби?



Решаем устно

1. Сколько граммов:
 - 1) в пятой части килограмма;
 - 2) в десятой части килограмма?
2. Сколько килограммов:
 - 1) в четвёртой части тонны;
 - 2) в двадцатой части центнера?

3. Сколько секунд:
- 1) в третьей части минуты;
 - 2) в двенадцатой части минуты;
 - 3) в девятой части часа;
 - 4) в тридцатой части часа?
4. Ширина прямоугольника равна 8 см, что составляет половину его длины. Вычислите периметр прямоугольника.
5. Знак какого арифметического действия надо поставить вместо звёздочки, чтобы образовалось верное равенство:
- 1) $83 * 1 = 83$;
 - 2) $2 * 2 = 4$;
 - 3) $58 * 0 = 58$;
 - 4) $34 * 0 = 0$?
6. Вычислите:
- 1) сумму частного чисел 72 и 9 и числа 22;
 - 2) разность числа 60 и частного чисел 126 и 6;
 - 3) произведение частного чисел 714 и 7 и числа 0.



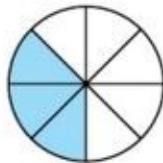
Упражнения

674. Прочитайте дроби: $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{21}{29}$. Назовите числитель и знаменатель каждой дроби и поясните, что они означают.
675. Запишите в виде дроби число:
- 1) две пятых;
 - 2) семь тринадцатых;
 - 3) двадцать две шестидесятых;
 - 4) тридцать четыре сорок третьих;
 - 5) тридцать девять сотых;
 - 6) сто двадцать семь тысячных.
676. Запишите дробью, какая часть фигуры, изображённой на рисунке 190, закрашена.

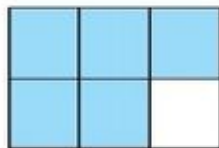
Рис. 190



а



б



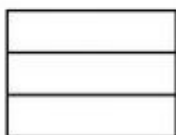
в



г

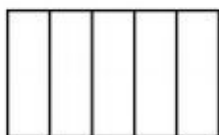
677. Перерисуйте фигуру, изображённую на рисунке 191, в тетрадь и закрасьте соответствующую часть фигуры.

Рис. 191



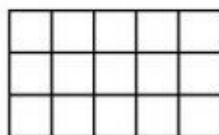
$$\frac{1}{3}$$

а



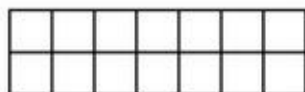
$$\frac{3}{5}$$

б



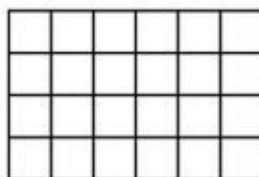
$$\frac{7}{15}$$

в



$$\frac{9}{14}$$

г



$$\frac{5}{24}$$

д

678. Выразите:

1) в метрах: 1 см; 5 см; 24 см; 1 дм; 7 дм; 1 мм; 4 мм; 39 мм; 247 мм;
2) в часах: 1 мин; 7 мин; 19 мин; 39 мин; 1 с; 4 с; 58 с.

679. Выразите в тоннах: 1 кг; 327 кг; 58 кг; 1 ц; 3 ц.

680. В саду росло 56 деревьев, из них 23 — яблони. Какую часть деревьев составляли яблони?

681. В 5 классе учатся 32 ученика, из них 7 учеников получили за контрольную работу по математике оценку «5». Какая часть учеников класса получила за контрольную работу по математике оценку «5»?

682. В книге напечатаны два рассказа. Один рассказ занимает 14 страниц, а второй — 19 страниц. Какую часть книги занимает каждый рассказ?

683. Маша испекла 24 пирожка с капустой и 28 пирожков с повидлом. Какую часть всех пирожков составляли пирожки с капустой и какую часть — пирожки с повидлом?

692. Найдите число, если: 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{5}{6}$; 6) $\frac{18}{19}$ его равняется 90.

693. Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен 9 см. Отметьте на нём точки: $A\left(\frac{1}{9}\right)$; $B\left(\frac{2}{9}\right)$; $C\left(\frac{4}{9}\right)$; $D\left(\frac{5}{9}\right)$; $E\left(\frac{8}{9}\right)$.

694. Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен 12 см. Отметьте на нём точки, соответствующие дробям: $\frac{1}{12}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{6}{12}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{11}{12}$.

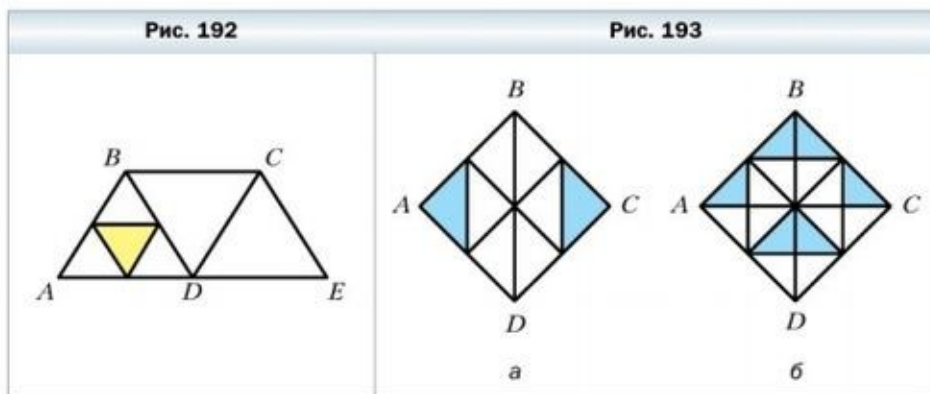
695. В саду росло 24 вишни, что составляло $\frac{2}{9}$ всех деревьев сада. Сколько всего деревьев росло в саду?

696. За контрольную работу по математике оценку «4» получили 12 учащихся, что составляло $\frac{4}{11}$ учащихся класса. Сколько учащихся в этом классе?

697. Какую часть площадь закрашенного треугольника (рис. 192) составляет от площади:

- 1) треугольника ABD ;
- 2) четырёхугольника $ABCD$;
- 3) четырёхугольника $ABCE$?

698. Сторона квадрата $ABCD$ равна 8 см (рис. 193). Найдите общую площадь закрашенных частей квадрата.



699. Сторона квадрата $ABCD$ равна 4 см (рис. 194). Найдите общую площадь закрашенных частей квадрата.

700. Сколько градусов составляют:
- $\frac{2}{15}$ величины прямого угла;
 - $\frac{11}{20}$ величины развёрнутого угла?

701. Сколько градусов составляют:

- $\frac{7}{18}$ величины прямого угла;
- $\frac{5}{12}$ величины развёрнутого угла?

702. Три рыбака поймали 168 рыб. Щукин поймал $\frac{5}{14}$ всех рыб, Окунев — $\frac{8}{21}$ всех рыб, а Карасёв — остальные. Сколько рыб поймал Карасёв?

703. За четыре дня яхта капитана Врунгеля «Беда» прошла 624 км. В первый день было пройдено $\frac{2}{13}$ всего расстояния, во второй — $\frac{5}{26}$, в третий — $\frac{5}{12}$, а в четвёртый — оставшееся расстояние. Сколько километров прошла яхта в четвёртый день?

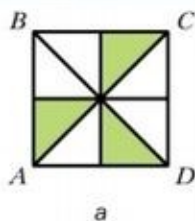
704. Мыши в знак примирения подарили коту Леопольду 9 кг 450 г корма «Мурзик». За первую неделю Леопольд съел $\frac{8}{21}$ подарка, а за вторую неделю — $\frac{9}{13}$ остатка. Сколько граммов корма «Мурзик» съел Леопольд за вторую неделю?

705. Илья Муромец заготовил для своего коня на зиму 4 т 9 ц овса. В декабре конь съел $\frac{3}{7}$ всего запаса овса, а в январе — $\frac{9}{14}$ остатка. Сколько центнеров овса конь съел в январе?

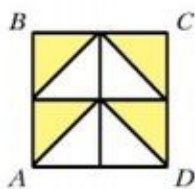
706. Фермеры Иван, Пётр и Семён вырастили вместе 612 т ячменя и поделили урожай между собой. Ивану досталось $\frac{5}{17}$ всего урожая, Петру — $\frac{9}{16}$ остатка. Сколько тонн ячменя получил Семён?

707. Чебурашка, крокодил Гена и Шапокляк поехали в Астрахань на уборку арбузов. Вместе они заработали 10 240 р. и разделили их в соответствии с тем, кто как работал. Чебурашка получил $\frac{11}{32}$ заработанных денег, крокодил Гена — $\frac{5}{8}$ остатка. Кто из этой компании самый работающий?

Рис. 194



a



b

708. В детский санаторий завезли бананы, апельсины и мандарины. Масса апельсинов составляет $\frac{12}{35}$ массы бананов, а масса мандаринов — $\frac{7}{12}$ массы апельсинов. Сколько килограммов апельсинов и мандаринов вместе завезли в санаторий, если бананов завезли 245 кг?
709. Путешествуя на катере по Волге, турист в первый день проплыл 72 км, во второй день — $\frac{7}{8}$ того, что проплыл в первый день, а в третий — $\frac{8}{9}$ того, что проплыл во второй. На сколько километров меньше проплыл турист в третий день, чем во второй?
710. Из двух портов, расстояние между которыми равно 576 миль, одновременно навстречу друг другу вышли яхта капитана Врунгеля и корабль юнги Солнышкина. Яхта капитана Врунгеля проходила за день 42 мили, что составляет $\frac{7}{9}$ того, что проходил за день корабль Солнышкина. Через сколько дней после начала движения встретятся мореплаватели?
711. Из Цветочного и Солнечного городов выехали одновременно навстречу друг другу Знайка и Незнайка. Знайка ехал со скоростью 56 км/ч, что составляло $\frac{8}{11}$ скорости движения Незнайки. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если расстояние между городами равно 532 км?
712. Найдите число, $\frac{2}{3}$ которого равны $\frac{3}{7}$ числа 210.
713. Найдите $\frac{5}{8}$ числа, $\frac{5}{12}$ которого равны 160.
714. Одно из слагаемых равно 324, и оно составляет $\frac{12}{25}$ суммы. Найдите второе слагаемое.
715. Найдите разность двух чисел, если вычитаемое равно 658 и оно составляет $\frac{7}{15}$ уменьшаемого.



Упражнения для повторения

716. Решите уравнение:
 1) $9x - 4x + 39 = 94$; 2) $7y + 2y - 34 = 83$.
717. С двух яблонь садовник собрал 65 кг яблок, причём с одной яблони он собрал на 17 кг меньше, чем со второй. Сколько килограммов яблок он собрал с каждой яблони?



Задача от мудрой совы

718. К пяти разным замкам есть пять ключей, причём неизвестно, какой ключ к какому замку подходит. Барон Мюнхаузен утверждает, что можно не более чем за десять попыток подобрать ключ к каждому замку. Прав ли барон Мюнхаузен?



Когда сделаны уроки

«Попасть в дроби»

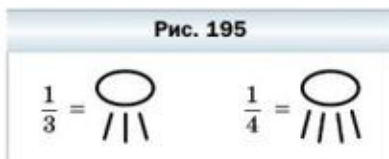
Возможно, не все задачи на дроби легко решить сразу. Пусть вас не расстраивает, что для решения некоторых из них пришлось приложить немало усилий. Ведь ещё 250 лет назад в учебниках по арифметике раздел «Дроби» был необязательным для изучения, и его помещали в конец книги. В Средние века умение легко обращаться с дробями было признаком высокого математического мастерства. Недаром со Средних веков в немецком языке сохранилась поговорка «Попасть в дроби». Её используют в тех случаях, когда хотят сказать, что человек оказался в затруднительном положении.

Древнегреческие учёные вообще считали, что в математике должны рассматриваться только целые числа. Великий философ Платон писал: «Если ты захочешь делить единицу, математики высмеют тебя и не позволят этого делать».

Однако человеческий опыт показал, что искусственные барьеры, которыми отгораживают науку от жизни, очень непрочны. Так, сами же греки обнаружили, что две струны одновременно звучат наиболее мелодично, когда отношение их длин равно $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ или $\frac{3}{4}$.

Вообще, дроби возникли в глубокой древности, задолго до греческой цивилизации.

Первые дроби, с которыми нас знакомит история, — это дроби вида $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, Например, египтяне для записи дробей придумали специальные знаки (рис. 195).



Интересно, что египтяне не пользовались дробями с числителями, отличными от единицы.

В Вавилоне использовали шестидесятеричные дроби, т. е. дроби со знаменателями 60, 60^2 , 60^3 и т. д., а в Древнем Риме — двенадцатеричные дроби.

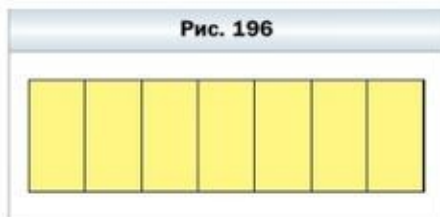
Слово «дробь» происходит от глагола «дробить», что означает разбивать на части, ломать. Видимо, поэтому в старых русских учебниках по математике дроби называли «ломаными числами». Некоторые часто встречающиеся дроби имели специальные названия: $\frac{1}{2}$ — половина, $\frac{1}{4}$ — четь, $\frac{1}{8}$ — полчеть, $\frac{1}{16}$ — полполчеть, $\frac{1}{3}$ — треть, $\frac{1}{6}$ — полтреть, $\frac{1}{12}$ — полполтреть.

Запись дробей, близкую к современной, создали в Индии, но в «двухэтажной» записи черта дроби отсутствовала. Она появилась позже у арабов.

§ 26. Правильные и неправильные дроби.

Сравнение дробей

Может ли числитель дроби быть равным её знаменателю? Да, может. Действительно, на рисунке 196 прямоугольник разделили на 7 равных частей и все части закрасили. Следовательно, закрасенными оказались $\frac{7}{7}$ прямоугольни-



ка, т. е. весь прямоугольник. Значит, $\frac{7}{7}$ прямоугольника равны 1 прямоугольнику, т. е. $\frac{7}{7} = 1$.

Рассуждая аналогично, получим, что, например, $\frac{5}{5} = \frac{17}{17} = 1$.

- Если числитель дроби равен знаменателю, то дробь равна единице.

В буквенном виде этот вывод можно записать так:

$$\frac{m}{m} = 1$$

где m — натуральное число.

А может ли возникнуть такая «неправильная» ситуация, когда числитель дроби окажется больше знаменателя?

На рисунке 197 изображены два равных прямоугольника, каждый из которых разделён на 7 равных частей. Мы закрасили весь первый прямоугольник и 4 из 7 частей второго прямоугольника. Можно сказать, что закрашено $\frac{11}{7}$ прямоугольника.

Обратившись к рисунку 198, можно сказать, что гости, пришедшие на день рождения, могут съесть $\frac{13}{10}$ праздничного торта.

Рис. 197

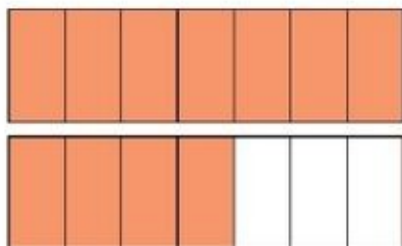
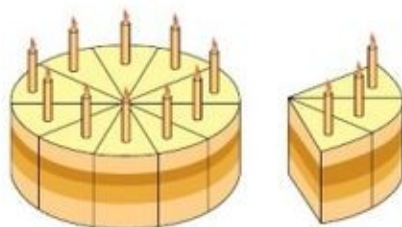


Рис. 198



- Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называют правильной.

- Дробь, у которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют неправильной.

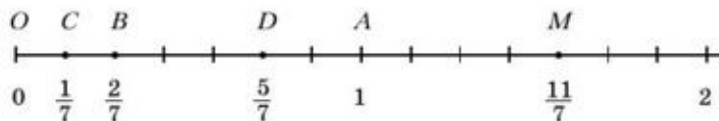
Например:

дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{584}$ — правильные;

дроби $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{31}{15}$ — неправильные.

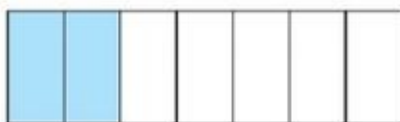
На рисунке 199 изображена точка $C\left(\frac{1}{7}\right)$. Если отрезок OC отложить от точки O 11 раз, то получим точку M , координата которой равна $\frac{11}{7}$.

Рис. 199



На рисунке 200 закрашено $\frac{2}{7}$ прямоугольника. При этом *большая* часть $\left(\frac{5}{7}\right)$ прямоугольника осталась незакрашенной. Тогда можно сделать вывод, что $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$.

Рис. 200



Этот пример иллюстрирует следующее свойство дробей.

- Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше, а меньше та, у которой числитель меньше.

Например, $\frac{5}{9} > \frac{1}{9}$; $\frac{2}{17} < \frac{5}{17}$; $\frac{11}{7} > \frac{5}{7}$.

Рассмотрим правильную дробь $\frac{2}{7}$ и неправильную дробь $\frac{11}{9}$. Сравним эти дроби с единицей. Имеем: $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$, т. е. $\frac{2}{7} < 1$, а $\frac{11}{9} > \frac{9}{9}$, т. е. $\frac{11}{9} > 1$.

Эти примеры иллюстрируют следующее свойство.

- Все правильные дроби меньше единицы, а неправильные — больше или равны единице.

Это свойство позволяет сделать следующий вывод.

- Каждая неправильная дробь больше любой правильной дроби, а каждая правильная дробь меньше любой неправильной дроби.

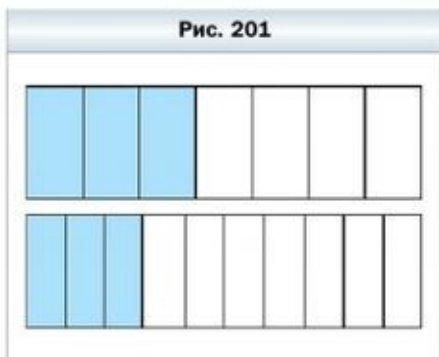
Например, $\frac{15}{8} > \frac{3}{5}$, $\frac{4}{11} < \frac{7}{4}$.

Отметим, что *на координатном луче из двух дробей бóльшая дробь расположена правее меньшей.*

Например, точка $D\left(\frac{5}{7}\right)$ лежит правее точки $B\left(\frac{2}{7}\right)$, так как $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ (см. рис. 199).

Рассмотрим два равных прямоугольника (рис. 201) и закрасим $\frac{3}{7}$ одного прямоугольника и $\frac{3}{10}$ второго. Видно, что площадь закрашенной части первого прямоугольника больше площади закрашенной части второго прямоугольника. Тогда получаем, что $\frac{3}{7} > \frac{3}{10}$.

Этот пример иллюстрирует следующее свойство дробей.



Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше, а меньше та, у которой знаменатель больше.

В 6 классе вы научитесь сравнивать любые две обыкновенные дроби.

Пример. Найдите все натуральные значения a , при которых одно-

временно дробь $\frac{5}{a}$ будет правильной, а дробь $\frac{9}{a}$ — неправильной.

Решение. Чтобы дробь $\frac{5}{a}$ была правильной, значение a должно быть больше 5, а чтобы дробь $\frac{9}{a}$ была неправильной, значение a должно быть меньше или равным 9. Тогда a может принимать одно из четырёх значений: 6; 7; 8; 9. ◀



1. Чему равна дробь, у которой числитель равен знаменателю?
2. Какую дробь называют правильной?
3. Какую дробь называют неправильной?
4. Какая из двух дробей с равными знаменателями больше? Меньше?
5. Сравните с единицей любую правильную дробь; любую неправильную дробь.
6. Сравните любую неправильную дробь с любой правильной дробью.
7. Какая из двух дробей с одинаковыми числителями больше? Меньше?





Решаем устно

- Какую часть составляет:
 - длина стороны квадрата от его периметра;
 - секунда от часа;
 - угол, градусная мера которого равна 15° , от прямого угла;
 - угол, градусная мера которого равна 20° , от развёрнутого угла?
- Дима находится в школе с 8 ч 30 мин до 14 ч 30 мин. Какую часть суток Дима проводит в школе?
- Ваня собрал 35 грибов, из которых $\frac{4}{7}$ составляют белые. Сколько белых грибов собрал Ваня?
- В саду растёт 36 вишнёвых деревьев, что составляет $\frac{4}{9}$ всех деревьев. Сколько деревьев растёт в саду?
- Пешеход и велосипедист отправились навстречу друг другу из двух посёлков, расстояние между которыми равно 28 км. Пешеход до встречи прошёл $\frac{2}{7}$ пути. Сколько километров проехал до встречи велосипедист?



Упражнения

719. Запишите все правильные дроби со знаменателем 8.
 720. Запишите все правильные дроби со знаменателем 11.
 721. Запишите все неправильные дроби с числителем 8.
 722. Запишите все неправильные дроби с числителем 11.

723. Сравните числа:

- | | | | |
|--|--|-------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\frac{5}{13}$ и $\frac{7}{13}$; | 4) $\frac{11}{15}$ и $\frac{11}{13}$; | 7) $\frac{7}{12}$ и 1; | 10) $\frac{3}{3}$ и $\frac{19}{19}$; |
| 2) $\frac{37}{41}$ и $\frac{34}{41}$; | 5) $\frac{29}{5}$ и $\frac{29}{6}$; | 8) $\frac{16}{15}$ и 1; | 11) $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$; |
| 3) $\frac{9}{25}$ и $\frac{4}{25}$; | 6) $\frac{5}{23}$ и $\frac{5}{24}$; | 9) $\frac{34}{34}$ и 1; | 12) $\frac{32}{37}$ и $\frac{5}{4}$. |

724. Сравните числа:

- | | | | |
|--|--|--------------------------|---|
| 1) $\frac{16}{23}$ и $\frac{9}{23}$; | 4) $\frac{17}{40}$ и $\frac{17}{45}$; | 7) 1 и $\frac{11}{14}$; | 10) $\frac{22}{22}$ и $\frac{4}{4}$; |
| 2) $\frac{29}{58}$ и $\frac{31}{58}$; | 5) $\frac{9}{4}$ и $\frac{9}{2}$; | 8) 1 и $\frac{28}{25}$; | 11) $\frac{27}{28}$ и $\frac{28}{27}$; |
| 3) $\frac{17}{100}$ и $\frac{21}{100}$; | 6) $\frac{3}{98}$ и $\frac{3}{94}$; | 9) 1 и $\frac{68}{68}$; | 12) $\frac{7}{6}$ и $\frac{57}{59}$. |

725. Расположите дроби в порядке убывания: $\frac{4}{27}$; $\frac{9}{27}$; $\frac{8}{27}$; $\frac{5}{27}$; $\frac{24}{27}$; $\frac{20}{27}$.

726. Расположите дроби в порядке возрастания: $\frac{3}{20}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{17}{20}$; $\frac{6}{20}$.

727. Масса осколка Царь-колокола равна 11 500 кг.

Масса царь-колокола составляет $\frac{400}{23}$ массы этого осколка. Найдите массу Царь-колокола.

728. Порция пельменей в кафе «Пампушечка» состоит из 18 пельменей. Иван Гурманов съедает за обедом $\frac{20}{9}$ порции. Сколько пельменей съедает за обедом Иван? На сколько пельменей больше одной порции он съедает?



729. Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{x}{9}$ будет правильной.

730. Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{x}{15}$ будет правильной.

731. Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{6}{x}$ будет неправильной.

732. Найдите все натуральные значения x , при которых дробь $\frac{13}{x}$ будет неправильной.

733. Найдите все натуральные значения x , при которых выполняется неравенство:

1) $\frac{x}{14} < \frac{9}{14}$; 2) $\frac{9}{16} < \frac{9}{x}$.

734. Найдите все натуральные значения x , при которых выполняется неравенство:

1) $\frac{7}{17} > \frac{x}{17}$; 2) $\frac{12}{x} > \frac{12}{11}$.

735. Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы:

1) дробь $\frac{4*6}{476}$ была неправильной;

2) дробь $\frac{584}{5*6}$ была правильной?

736. Найдите все натуральные значения b , при которых дробь $\frac{3b+2}{16}$ будет правильной.

737. Найдите все натуральные значения b , при которых дробь $\frac{42}{10+4b}$ будет неправильной.
738. Найдите все натуральные значения a , при которых:
- 1) обе дроби $\frac{a}{12}$ и $\frac{7}{a}$ будут правильными;
 - 2) дробь $\frac{3}{a}$ будет правильной, а дробь $\frac{6}{a}$ — неправильной.
739. Найдите все натуральные значения a , при которых:
- 1) обе дроби $\frac{a}{8}$ и $\frac{9}{a}$ будут неправильными;
 - 2) обе дроби $\frac{a}{10}$ и $\frac{15}{a}$ будут неправильными, а дробь $\frac{a}{13}$ — правильной.



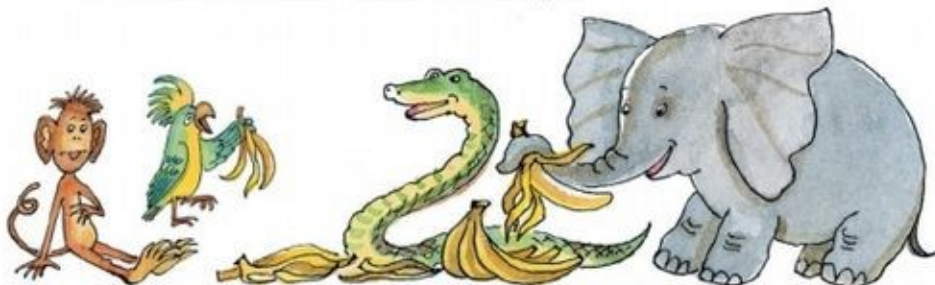
Упражнения для повторения

740. Объём прямоугольного параллелепипеда равен 180 дм^3 , а два его измерения — 6 дм и 15 дм . Найдите сумму длин всех рёбер параллелепипеда.
741. Из двух городов, расстояние между которыми равно 392 км , выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Скорость одного автомобиля равна 48 км/ч , что составляет $\frac{6}{7}$ скорости второго. Какое расстояние будет между автомобилями через 5 ч после начала движения?



Задача от мудрой совы

742. Мартышка, Удав, Слонёнок и Попугай съели вместе 70 бананов, причём каждый из них съел хотя бы один банан. Мартышка съела больше, чем кто-либо из них, Попугай и Слонёнок съели вместе 45 бананов. Сколько бананов съел Удав?



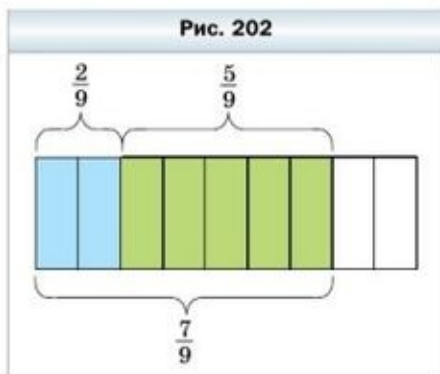
§ 27. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

Дробные числа, как и натуральные числа, можно складывать и вычитать.

На рисунке 202 прямоугольник разделён на 9 равных частей. Сначала закрасили 2 части, а потом ещё 5 частей. Таким образом, закрасенными оказались $\frac{7}{9}$ прямоугольника. Тогда можно сделать вывод, что:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}.$$

Этот пример иллюстрирует следующее правило.



- ☑ Чтобы найти сумму двух дробей с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Рассмотрим разность $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$. Вычтем из дроби $\frac{7}{9}$ дробь $\frac{2}{9}$ — значит найти такое число, которое в сумме с числом $\frac{2}{9}$ даёт число $\frac{7}{9}$. Поскольку $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$, то $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$.

- ☑ Чтобы найти разность двух дробей с одинаковыми знаменателями, нужно из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить прежним.

В буквенном виде это правило записывают так:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

В 6 классе вы научитесь складывать и вычитать любые две обыкновенные дроби.

Пример. На выполнение домашнего задания по математике Вася потратил 32 мин. Решение задачи заняло у него $\frac{3}{8}$ потраченного времени, а решение уравнения — $\frac{2}{8}$ потраченного времени. Сколько минут потратил Вася на решение задачи и уравнения?

Решение. 1) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ (времени) — Вася потратил на решение задачи и уравнения.

2) $32 : 8 = 4$ (мин) — составляют $\frac{1}{8}$ времени выполнения домашнего задания по математике.

3) $4 \cdot 5 = 20$ (мин) — Вася потратил на решение задачи и уравнения.

Ответ: 20 мин. ◀



1. Сформулируйте правило сложения двух дробей с одинаковыми знаменателями.
2. Сформулируйте правило вычитания двух дробей с одинаковыми знаменателями.



Решаем устно

1. Сравните:

1) $\frac{18}{29}$ и $\frac{15}{29}$; 3) $\frac{9}{10}$ и 1; 5) $\frac{9}{9}$ и 1;

2) $\frac{14}{33}$ и $\frac{14}{35}$; 4) $\frac{10}{9}$ и 1; 6) $\frac{9}{10}$ и $\frac{10}{9}$.

2. Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы дробь $\frac{372}{3*5}$ была правильной?
3. На шахматной доске стоят 14 фигур, из которых 5 — чёрные. Какую часть всех фигур составляют белые фигуры? Какую часть чёрных фигур составляют белые? Какую часть белых фигур составляют чёрные?
4. Из суммы чисел 19 и 23 вычтите 34.
5. К сумме чисел 18 и 16 прибавьте их разность.
6. Удвойте сумму $37 + 100 + 63$.
7. Утройте разность $143 - 43$.
8. Назовите в порядке убывания числа: $\frac{9}{49}$; $\frac{8}{49}$; 1; $\frac{24}{49}$; $\frac{50}{49}$; $\frac{100}{49}$; $\frac{1}{49}$; $\frac{17}{49}$; $\frac{40}{49}$.



Упражнения

743. Выполните действия:

1) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18}$;

3) $\frac{23}{47} - \frac{14}{47}$;

5) $\frac{3}{29} + \frac{6}{29} - \frac{8}{29}$;

2) $\frac{11}{24} + \frac{8}{24}$;

4) $\frac{31}{58} - \frac{16}{58}$;

6) $\frac{29}{64} - \frac{14}{64} - \frac{9}{64}$.

744. Выполните действия:

1) $\frac{5}{19} + \frac{6}{19}$;

3) $\frac{19}{25} + \frac{4}{25} - \frac{22}{25}$;

2) $\frac{7}{13} - \frac{4}{13}$;

4) $\frac{34}{39} - \frac{15}{39} - \frac{8}{39}$.

745. Решите уравнение:

1) $\frac{4}{15} + x = \frac{11}{15}$;

2) $\frac{16}{21} - x = \frac{9}{21}$;

3) $x - \frac{4}{35} = \frac{12}{35}$.

746. Решите уравнение:

1) $\frac{7}{10} + x = \frac{9}{10}$;

2) $\frac{29}{32} - x = \frac{15}{32}$.

747. В первый день Миша прочитал $\frac{5}{16}$ книги, а во второй день — $\frac{7}{16}$ книги. Какую часть книги прочитал Миша за два дня?

748. Для перевозки груза использовали несколько грузовиков. На один из них положили $\frac{6}{19}$ груза, а на второй — $\frac{8}{19}$ груза. Какую часть груза положили на эти два грузовика?

749. Кот Базилио съел за обедом $\frac{9}{20}$ кг сосисок, а лиса Алиса — на $\frac{3}{20}$ кг больше, чем Базилио. Сколько килограммов сосисок съели за обедом Базилио и Алиса вместе?



750. Отправившись на прогулку, черепаха Тортила за первый час проползла $\frac{23}{50}$ км, что на $\frac{5}{50}$ км больше, чем за второй час. Сколько километров проползла Тортила за два часа?

751. Решите уравнение:

$$1) \frac{52}{63} - \frac{x}{63} = \frac{25}{63};$$

$$3) \left(\frac{12}{13} + x\right) - \frac{5}{13} = \frac{9}{13};$$

$$2) \frac{x}{38} + \frac{14}{38} = \frac{23}{38};$$

$$4) \left(x - \frac{21}{31}\right) + \frac{14}{31} = \frac{25}{31}.$$

752. Решите уравнение:

$$1) \frac{x}{72} - \frac{13}{72} = \frac{29}{72};$$

$$3) \frac{15}{17} - \left(b - \frac{3}{17}\right) = \frac{6}{17};$$

$$2) \left(\frac{29}{42} - a\right) - \frac{13}{42} = \frac{11}{42};$$

$$4) \frac{29}{43} - \left(m + \frac{13}{43}\right) = \frac{5}{43}.$$

753. Овощной магазин реализовал 240 кг картофеля. В первый день было продано $\frac{3}{16}$ картофеля, а во второй — $\frac{7}{16}$. Сколько килограммов картофеля магазин реализовал за два дня?

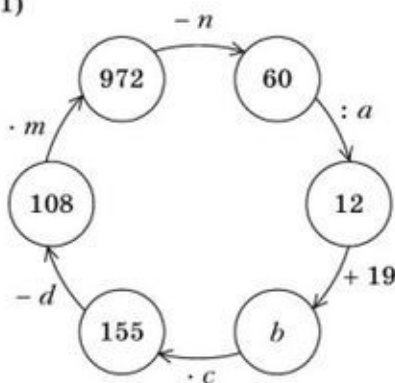
754. Протяжённость построенной дороги составляет 92 км. За первый месяц построили $\frac{6}{23}$ дороги, а за второй месяц — $\frac{9}{23}$. Сколько километров дороги было построено за два месяца?



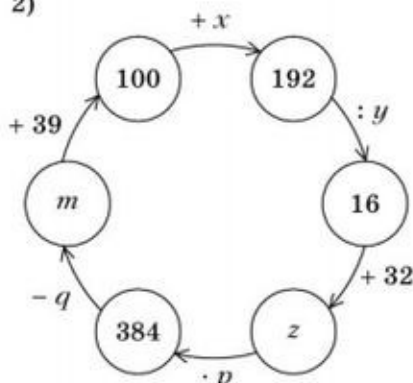
Упражнения для повторения

755. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

1)



2)



Следовательно, в результате деления числа 3 на число 4 получается дробное число $\frac{3}{4}$, т. е. $3 : 4 = \frac{3}{4}$. Этот пример иллюстрирует связь между делением натуральных чисел и обыкновенными дробями.

Теперь черту дроби можно рассматривать как знак деления, а запись $\frac{a}{b}$ читать «а разделить на b».

Например, $\frac{3}{7} = 3 : 7$, $\frac{7}{4} = 7 : 4$.

Отметим, что результат деления двух натуральных чисел может быть натуральным или дробным числом.

Например:

$$35 : 7 = \frac{35}{7} = 5; \quad 17 : 8 = \frac{17}{8}; \quad 9 : 16 = \frac{9}{16}; \quad 12 : 1 = \frac{12}{1} = 12.$$

Любое натуральное число можно записать в виде дроби с любым знаменателем. Например:

$$7 = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{42}{6}; \quad 1 = \frac{3}{3} = \frac{7}{7} = \frac{1000}{1000}.$$

Пример. Решите уравнение $\frac{81}{y-4} = 27$.

Решение. Поскольку знаменатель можно рассматривать как неизвестный делитель, то, воспользовавшись правилом нахождения неизвестного делителя, получаем:

$$y - 4 = 81 : 27;$$

$$y - 4 = 3;$$

$$y = 7.$$

Ответ: 7. ◀

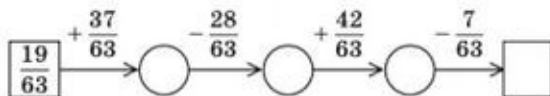


1. Какое арифметическое действие обозначает черта дроби?
2. Каким числом может быть результат деления двух натуральных чисел?



Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Возраст внука составляет $\frac{2}{7}$ возраста дедушки. Сколько лет внуку, если дедушке 63 года?

3. Возраст внучки составляет $\frac{3}{8}$ возраста бабушки. Сколько лет бабушке, если внучке 27 лет?
4. Все дроби $\frac{3}{7}; \frac{6}{4}; \frac{4}{5}; \frac{3}{8}; \frac{9}{11}; \frac{2}{8}; \frac{4}{6}$, кроме одной, имеют общее свойство. Какое это свойство? Какая из дробей этим свойством не обладает?



Упражнения

758. Запишите в виде дроби частное:
 1) $4 : 12$; 3) $16 : 8$; 5) $12 : 23$;
 2) $6 : 25$; 4) $14 : 23$; 6) $17 : 11$.
759. Запишите в виде дроби частное:
 1) $5 : 7$; 3) $1 : 6$; 5) $6 : 1$;
 2) $19 : 4$; 4) $30 : 4$; 6) $12 : 39$.
760. Запишите дробь в виде частного: 1) $\frac{7}{12}$; 2) $\frac{17}{584}$; 3) $\frac{11}{7}$.
761. Запишите дробь в виде частного: 1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{29}{5}$.
762. Запишите число 6 в виде дроби со знаменателем:
 1) 1; 2) 4; 3) 19.
763. Запишите число 12 в виде дроби со знаменателем:
 1) 1; 2) 5; 3) 23.
764. Решите уравнение:
 1) $\frac{b}{7} = 12$; 2) $\frac{169}{m} = 13$; 3) $\frac{126}{8-y} = 21$.
765. Решите уравнение:
 1) $\frac{x}{4} = 5$; 2) $\frac{105}{y} = 7$; 3) $\frac{x+12}{6} = 14$.



Упражнения для повторения

766. У фермера Петра Грушина есть участок земли прямоугольной формы. Длина участка равна 28 м, что составляет $\frac{7}{4}$ его ширины. На площади, равной $\frac{30}{56}$ всего участка, фермер разбил яблоневый сад. Найдите площадь сада.

767. На один грузовик можно погрузить 3 т груза. Сколько надо грузовиков, чтобы перевезти 28 т?



Задача от мудрой совы

768. В 5 классе учатся 35 учеников. Сможет ли каждый ученик этого класса обменяться открытками с пятью своими одноклассниками?

§ 29. Смешанные числа

Число $\frac{19}{7}$ можно представить в виде суммы двух дробей, например

так: $\frac{19}{7} = \frac{14+5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7}$. Поскольку $\frac{14}{7} = 2$, то $\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$.


Аналогично можно записать: $\frac{21}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{5}$.

Каждую из неправильных дробей $\frac{19}{7}$ и $\frac{21}{5}$ мы записали в виде суммы натурального числа и правильной дроби.

Так можно записать *любую* неправильную дробь, у которой числитель нацело не делится на знаменатель.

Такие суммы, как $2 + \frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5}$, принято записывать так: $2 + \frac{5}{7} = 2\frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$. Число $2\frac{5}{7}$ читают: «две целых пять седьмых», число $4\frac{1}{5}$ читают: «четыре целых одна пятая».

Число $2\frac{5}{7}$ называют **смешанным числом**. В смешанном числе $2\frac{5}{7}$ натуральное число 2 называют **целой частью** смешанного числа, а дробь $\frac{5}{7}$ — его **дробной частью**.

 **Дробная часть смешанного числа — это правильная дробь.**

Вот ещё примеры смешанных чисел: $7\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{10}$, $9\frac{5}{8}$.

Отметим, что, например, числа $5\frac{7}{3}$, $1\frac{11}{10}$, $3\frac{7}{7}$ смешанными не являются, поскольку дроби $\frac{7}{3}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{7}$ не являются правильными.

Научимся записывать неправильную дробь в виде смешанного числа, т. е. **выделять** (находить) его целую и дробную части.

Рассмотрим, например, число $\frac{22}{5}$. Имеем: $\frac{22}{5} = \frac{20+2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}$. А как узнать, что число 22 следует представить именно так: $22 = 20 + 2$?

Если выполнить деление с остатком числа 22 на число 5, то получим $22 = 4 \cdot 5 + 2$, где число 4 — неполное частное, число 2 — остаток, т. е. $22 = 20 + 2$.

Заметим, что число 4 и есть целая часть смешанного числа, а число 2 — числитель его дробной части.



Чтобы неправильную дробь, числитель которой нацело не делится на знаменатель, преобразовать в смешанное число, надо числитель разделить на знаменатель; полученное неполное частное записать как целую часть смешанного числа, а остаток — как числитель его дробной части.



Любую неправильную дробь, у которой числитель нацело не делится на знаменатель, можно представить в виде смешанного числа.

Если числитель неправильной дроби делится нацело на знаменатель, то эта дробь равна натуральному числу. Например: $\frac{28}{7} = 4$, $\frac{63}{9} = 7$, $\frac{17}{17} = 1$.

Пример 1. Преобразуйте неправильную дробь $\frac{212}{13}$ в смешанное число.

Решение. Разделим числитель дроби на знаменатель:

	2	1	2	1	3	
—	1	3		1	6	
		8	2			
		7	8			
			4			

Неполное частное 16 — это целая часть числа, а остаток 4 — числитель дробной части. Следовательно, $\frac{212}{13} = 16\frac{4}{13}$.

Преобразуем смешанное число $7\frac{2}{3}$ в неправильную дробь. Запишем:

$$7\frac{2}{3} = 7 + \frac{2}{3} = \frac{21}{3} + \frac{2}{3} = \frac{21+2}{3} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{23}{3}.$$



- ☑ Чтобы преобразовать смешанное число в неправильную дробь, надо целую часть числа умножить на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части; эту сумму записать как числитель неправильной дроби, а в её знаменатель записать знаменатель дробной части смешанного числа.

$$\text{Например: } 5\frac{4}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{49}{9}.$$

Отметим, что свойства сложения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел:

$$a + b = b + a \text{ — переместительное свойство сложения,} \\ (a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сочетательное свойство сложения}$$

Воспользовавшись этими свойствами, найдём сумму $4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7}$.

$$\text{Имеем: } 4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7} = \left(4 + \frac{2}{7}\right) + \left(2 + \frac{3}{7}\right) = (4 + 2) + \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) = 6 + \frac{5}{7} = 6\frac{5}{7}.$$

- ☑ Чтобы найти сумму двух смешанных чисел, надо отдельно сложить их целые и дробные части.

Пример 2. Выполните сложение $3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9}$.

$$\text{Решение. Имеем: } 3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9} = 8\frac{11}{9} = 8 + \frac{11}{9} = 8 + 1\frac{2}{9} = 9\frac{2}{9}.$$

Научимся вычитать смешанные числа, дробные части которых имеют равные знаменатели. Если дробная часть уменьшаемого больше или равна дробной части вычитаемого, то можно воспользоваться следующим правилом.

- ☑ Чтобы найти разность двух смешанных чисел, надо из целой и дробной частей уменьшаемого вычесть соответственно целую и дробную части вычитаемого.

$$\text{Например: } 8\frac{19}{20} - 6\frac{12}{20} = (8 - 6) + \left(\frac{19}{20} - \frac{12}{20}\right) = 2 + \frac{7}{20} = 2\frac{7}{20}.$$

Пример 3. Выполните вычитание:

$$1) 1 - \frac{13}{17}; \quad 2) 5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}.$$

Решение. 1) Поскольку число 1 можно записать в виде дроби $\frac{17}{17}$, то получаем: $1 - \frac{13}{17} = \frac{17}{17} - \frac{13}{17} = \frac{4}{17}$.

2) Обратим внимание, что дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, поэтому приведённым правилом воспользоваться нельзя. «Подготовим» уменьшаемое к вычитанию так: $5\frac{4}{13} = 5 + \frac{4}{13} = (4 + 1) + \frac{4}{13} = 4 + \left(\frac{13}{13} + \frac{4}{13}\right) = 4\frac{17}{13}$. Имеем: $5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13} = 4\frac{17}{13} - 2\frac{9}{13} = 2\frac{8}{13}$.



1. В виде какого числа можно представить сумму натурального числа и правильной дроби?
2. Как в записи смешанного числа называют натуральное число? Правильную дробь?
3. Какой дробью является дробная часть смешанного числа?
4. В каком случае неправильная дробь равна натуральному числу?
5. Как неправильную дробь, числитель которой нацело не делится на знаменатель, преобразовать в смешанное число?
6. Как смешанное число преобразовать в неправильную дробь?
7. Сформулируйте правило сложения двух смешанных чисел.
8. Как найти разность двух смешанных чисел?



Решаем устно

1. Сравните значения выражений:

1) $\frac{7}{11} + \frac{10}{11}$ и $\frac{23}{11} - \frac{8}{11}$;

3) $\frac{9}{16} + \frac{8}{16}$ и $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$;

2) $\frac{19}{27} + \frac{13}{27} - \frac{10}{27}$ и $\frac{16}{27} - \frac{7}{27} + \frac{14}{27}$;

4) $\frac{30}{51} + \frac{16}{51} + \frac{4}{51}$ и $\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$.

2. Ответом к каким из следующих задач является число $\frac{5}{6}$?

1) Сколько килограммов конфет получил каждый из шести отрядов, между которыми поделили поровну 5 кг конфет?

2) С какой скоростью шёл пешеход, если за 6 ч он прошёл 5 км?

3) Из 6 м ткани сшили пять фартуков. Сколько метров ткани пошло на один фартук?

4) Решите уравнение $6x = 5$.

3. Решите уравнение:

1) $\frac{y}{6} = 3$;

2) $\frac{6}{y} = 3$;

3) $3y = 6$;

4) $6y = 3$.

4. Назовите все пары правильных дробей со знаменателем 9, сумма которых равна $\frac{7}{9}$.
5. На обед Пончик съел 42 вареника, из которых $\frac{4}{7}$ составляли вареники с творогом, $\frac{1}{7}$ — вареники с картофелем, а остальные — вареники с вишней. Сколько вареников с вишней съел Пончик?



Упражнения

769. Преобразуйте неправильную дробь в смешанное число:
 1) $\frac{9}{4}$; 2) $\frac{16}{7}$; 3) $\frac{29}{8}$; 4) $\frac{55}{9}$; 5) $\frac{83}{24}$; 6) $\frac{96}{19}$.
770. Преобразуйте неправильную дробь в смешанное число:
 1) $\frac{13}{5}$; 2) $\frac{18}{11}$; 3) $\frac{37}{12}$; 4) $\frac{68}{23}$; 5) $\frac{79}{12}$; 6) $\frac{83}{18}$.
771. Запишите частное в виде дроби и выделите из полученной дроби целую и дробную части:
 1) $10 : 6$; 3) $23 : 11$; 5) $425 : 50$;
 2) $18 : 5$; 4) $19 : 6$; 6) $55 : 6$.
772. Запишите частное в виде дроби и выделите из полученной дроби целую и дробную части:
 1) $7 : 2$; 3) $25 : 8$; 5) $327 : 10$;
 2) $9 : 4$; 4) $110 : 20$; 6) $812 : 81$.
773. Запишите число в виде неправильной дроби:
 1) $2\frac{4}{7}$; 2) $3\frac{5}{12}$; 3) $4\frac{7}{20}$; 4) $6\frac{11}{24}$; 5) $7\frac{23}{100}$; 6) $10\frac{16}{27}$.
774. Запишите число в виде неправильной дроби:
 1) $4\frac{3}{4}$; 2) $9\frac{6}{11}$; 3) $3\frac{9}{17}$; 4) $12\frac{5}{6}$; 5) $13\frac{49}{100}$; 6) $8\frac{3}{16}$.
775. Выполните действия:
 1) $8 + \frac{4}{21}$; 3) $7\frac{7}{16} - 3\frac{3}{16}$;
 2) $5\frac{16}{19} + 3\frac{5}{19}$; 4) $10\frac{12}{17} + 5\frac{4}{17} - 3\frac{3}{17}$.
776. Выполните действия:
 1) $\frac{14}{93} + 5$; 3) $24\frac{9}{38} - 17\frac{5}{38}$;
 2) $6\frac{17}{41} + 7\frac{19}{41}$; 4) $15\frac{7}{10} - 2\frac{4}{10} + 6\frac{1}{10}$.

777. Вычислите:

1) $6\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$;

8) $10 - 9\frac{3}{10}$;

2) $10\frac{11}{19} + 5\frac{14}{19}$;

9) $5\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7}$;

3) $2\frac{3}{13} + 2\frac{11}{13}$;

10) $14\frac{6}{20} - 8\frac{12}{20}$;

4) $1\frac{5}{8} + 3\frac{7}{8}$;

11) $8\frac{3}{14} - 5\frac{9}{14}$;

5) $1 - \frac{3}{11}$;

12) $7\frac{10}{21} - 4\frac{16}{21}$;

6) $1 - \frac{13}{40}$;

13) $14\frac{8}{31} - 6\frac{8}{31}$;

7) $4 - 1\frac{4}{7}$;

14) $\left(12\frac{5}{22} + 7\frac{17}{22}\right) - \left(13\frac{7}{23} - 9\frac{15}{23}\right)$.

778. Вычислите:

1) $7\frac{14}{15} + 2\frac{1}{15}$;

6) $16\frac{3}{13} - 6\frac{8}{13}$;

2) $9\frac{24}{27} + 12\frac{13}{27}$;

7) $13\frac{4}{9} - 2\frac{8}{9}$;

3) $1 - \frac{12}{19}$;

8) $10\frac{7}{16} - 4\frac{12}{16}$;

4) $8 - 3\frac{6}{15}$;

9) $29\frac{49}{53} - 8\frac{49}{53}$;

5) $12 - 11\frac{6}{11}$;

10) $\left(20\frac{16}{25} + 13\frac{9}{25}\right) - \left(23\frac{4}{14} + 7\frac{13}{14}\right)$.

779. Решите уравнение:

1) $x + 4\frac{4}{19} = 6\frac{2}{19}$;

2) $25 - x = 8\frac{3}{14}$;

3) $32 - x = 9\frac{18}{35}$.

780. Решите уравнение:

1) $4\frac{5}{7} - \left(x - 6\frac{3}{7}\right) = 2\frac{6}{7}$;

2) $19\frac{28}{34} - \left(m + 2\frac{29}{34}\right) = 12\frac{15}{34}$.

781. Решите уравнение:

1) $7\frac{7}{30} - \left(5\frac{11}{30} - y\right) = 3\frac{19}{30}$;

2) $\left(x - 1\frac{9}{17}\right) + 2\frac{14}{17} = 5\frac{5}{17}$.

782. Степан, Иван и Андрей съели арбуз. Степан съел $\frac{2}{9}$ арбуза, Иван — $\frac{4}{9}$. Какую часть арбуза съел Андрей?

783. Мария, Ирина, Елена и Ольга съели торт. Мария съела $\frac{3}{16}$ торта, Ирина — $\frac{5}{16}$, Елена — $\frac{2}{16}$. Какую часть торта съела Ольга?

- 784.** Три тракториста вспахали вместе поле. Бригадир записал, что один из них вспахал $\frac{5}{13}$ поля, второй — $\frac{4}{13}$, а третий — $\frac{6}{13}$. Не ошибся ли бригадир?
- 785.** Фермер решил выделить под морковь $\frac{3}{20}$ огорода, под свёклу — $\frac{4}{20}$, под лук — $\frac{6}{20}$, под горох — $\frac{2}{20}$, под картофель — $\frac{7}{20}$. Сможет ли он реализовать свой план?
- 786.** 1) Какое наибольшее натуральное число удовлетворяет неравенству:
 а) $n < \frac{123}{30}$; б) $\frac{198}{15} > n$?
- 2) Какое наименьшее натуральное число удовлетворяет неравенству:
 а) $m > \frac{13}{5}$; б) $\frac{275}{10} < m$?
- 787.** 1) Какое наибольшее натуральное число удовлетворяет неравенству:
 а) $n < \frac{206}{13}$; б) $\frac{324}{16} > n$?
- 2) Какое наименьшее натуральное число удовлетворяет неравенству:
 а) $m > \frac{34}{6}$; б) $\frac{421}{16} < m$?
- 788.** Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:
 1) $2\frac{1}{3} < \frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{5}{12} < \frac{17}{x} < 2\frac{1}{8}$.
- 789.** Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:
 1) $3\frac{11}{15} < \frac{x}{15} < 4$; 2) $3\frac{1}{8} < \frac{25}{x} < 8\frac{1}{3}$.

790. При каких натуральных значениях a является верным неравенство, левая часть которого — неправильная дробь:

1) $\frac{20}{a} < 2$; 2) $\frac{4}{a} > a$?

791. При каких натуральных значениях a является верным неравенство $\frac{10}{a} > a$, левая часть которого — неправильная дробь?



Упражнения для повторения

792. Одна из сторон треугольника в 2 раза меньше второй и на 7 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 39 см.

793. Общая площадь трёх крупнейших волжских водохранилищ Куйбышевского, Рыбинского и Волгоградского составляет $14\,197\text{ км}^2$. Площадь Волгоградского водохранилища на $1\,463\text{ км}^2$ меньше площади Рыбинского водохранилища и на $3\,383\text{ км}^2$ меньше площади Куйбышевского водохранилища. Найдите площадь каждого водохранилища.
794. Пакет кефира стоит 68 р. У Кати есть 200 р. Какое наибольшее количество пакетов кефира она может купить? Сколько денег останется у Кати?
795. По дороге в одном направлении идут два пешехода. В 12 ч 54 мин расстояние между ними было 540 м. Скорость пешехода, который идёт впереди, равна 25 м/мин, что составляет $\frac{5}{8}$ скорости пешехода, который идёт сзади. В котором часу второй пешеход догонит первого?



Задача от мудрой совы

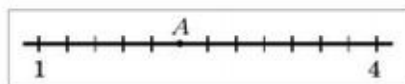
796. Ученики Фёдоров, Сидоров и Петров входили в сборную школы по шахматам. Имена этих учеников были Фёдор, Сидор и Пётр. Известно, что фамилия Фёдора не Петров, волосы у Сидора рыжего цвета и учится он в 6 классе; Петров учится в 7 классе, а волосы у Фёдорова чёрного цвета. Укажите фамилию и имя каждого мальчика.

Задание № 4 «Проверьте себя» в тестовой форме

1. Бревно распилили на две части длиной 3 м и 4 м. Какую часть данного бревна составляет меньшее из полученных брёвен?

А) $\frac{3}{7}$ Б) $\frac{3}{4}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) $\frac{1}{7}$

2. На рисунке изображена часть координатного луча. Какую координату имеет точка А?



А) 3 Б) $2\frac{1}{4}$ В) $2\frac{3}{4}$ Г) $3\frac{1}{3}$

3. Укажите верное неравенство.

А) $\frac{7}{6} < \frac{6}{7}$ Б) $\frac{1}{5} > \frac{1}{4}$ В) $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$ Г) $\frac{15}{19} > \frac{17}{19}$

4. В магазин завезли 250 кг сахара. За первый день было продано $\frac{3}{5}$ завезённого сахара. Сколько килограммов сахара было продано за первый день?

А) 180 кг Б) 120 кг В) 200 кг Г) 150 кг

5. В школе учатся 280 мальчиков, что составляет $\frac{4}{7}$ всех учащихся. Сколько всего учащихся в этой школе?

А) 490 Б) 420 В) 240 Г) 160

6. Преобразуйте в смешанное число дробь $\frac{49}{11}$.

А) $5\frac{6}{11}$ Б) $4\frac{5}{11}$ В) $4\frac{4}{11}$ Г) $5\frac{4}{11}$

7. Представьте в виде неправильной дроби число $4\frac{5}{12}$.

А) $\frac{64}{12}$ Б) $\frac{53}{12}$ В) $\frac{9}{12}$ Г) $\frac{21}{12}$

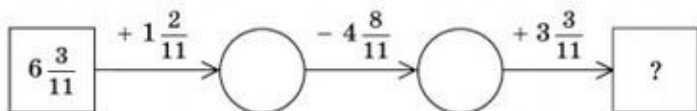
8. Чему равна разность $9 - 5\frac{2}{7}$?

А) $4\frac{5}{7}$ Б) $3\frac{2}{7}$ В) $4\frac{2}{7}$ Г) $3\frac{5}{7}$

9. Чему равно наименьшее натуральное значение m , при котором верно неравенство $m > \frac{35}{6}$?

А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7

10. Какое число должно стоять в конце цепочки вычислений?



А) 6

Б) 7

В) $6 \frac{6}{11}$

Г) $5 \frac{10}{11}$

11. При каком наибольшем натуральном значении m дробь $\frac{30}{5m + 10}$ будет неправильной?

А) 3

Б) 4

В) 5

Г) 6

12. Укажите все натуральные значения a , при которых каждая из дробей $\frac{a}{7}$ и $\frac{4}{a}$ будет правильной.

А) 4; 5; 6; 7

В) 5; 6; 7

Б) 5; 6

Г) таких значений не существует

Итоги главы 4

Правильная дробь

Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называют правильной.

Неправильная дробь

Дробь, у которой числитель больше знаменателя или равен ему, называют неправильной.

Сравнение дробей

- Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше, а меньше та, у которой числитель меньше.
- Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше, а меньше та, у которой знаменатель больше.
- Все правильные дроби меньше единицы, а неправильные — больше или равны единице.

- Каждая неправильная дробь больше любой правильной дроби.

Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

- Чтобы найти сумму двух дробей с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.
- Чтобы найти разность двух дробей с одинаковыми знаменателями, нужно из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить прежним.

Сложение и вычитание смешанных чисел

- Чтобы найти сумму двух смешанных чисел, надо отдельно сложить их целые и дробные части.
- Чтобы найти разность двух смешанных чисел, надо из целой и дробной частей уменьшаемого вычесть соответственно целую и дробную части вычитаемого.

Преобразование неправильной дроби в смешанное число

Чтобы неправильную дробь, числитель которой нацело не делится на знаменатель, преобразовать в смешанное число, надо числитель разделить на знаменатель; полученное неполное частное записать как целую часть смешанного числа, а остаток — как числитель его дробной части.

Преобразование смешанного числа в неправильную дробь

Чтобы преобразовать смешанное число в неправильную дробь, надо целую часть числа умножить на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части; эту сумму записать как числитель неправильной дроби, а в её знаменатель записать знаменатель дробной части смешанного числа.

Глава 5. Десятичные дроби

Изучив материал этой главы, вы узнаете, что называют десятичными дробями, что такое проценты, какое число называют средним арифметическим нескольких чисел. Вы научитесь сравнивать десятичные дроби, а также выполнять арифметические действия с десятичными дробями.

§ 30. Представление о десятичных дробях

Наверное, вы замечали, что в повседневной жизни нередко приходится встречаться с величинами, отличающимися одна от другой в 10, 100, 1 000, 10 000 и т. д. раз. Например, $1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см}$, $1 \text{ к.} = \frac{1}{100} \text{ р.}$, $1 \text{ г} = \frac{1}{1000} \text{ кг}$, $1 \text{ м}^2 = \frac{1}{10000} \text{ га}$.

Для записанных дробей придумали более удобную, «одноэтажную» форму записи:

$\frac{1}{10} = 0,1$	$\frac{1}{100} = 0,01$	$\frac{1}{1000} = 0,001$	$\frac{1}{10000} = 0,0001$
----------------------	------------------------	--------------------------	----------------------------

Эту запись удобно использовать для всех дробей, у которых знаменатели равны 10, 100, 1 000 и т. д. Например, $\frac{7}{10} = 0,7$ (запись 0,7 читают: «ноль целых семь десятых»); $\frac{12}{100} = 0,12$ (запись 0,12 читают: «ноль целых двенадцать сотых»); $2\frac{973}{1000} = 2,973$ (запись 2,973 читают: «две целых девятьсот семьдесят три тысячных»); $\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10} = 4,3$ (запись 4,3 читают: «четыре целых три десятых»); $\frac{3}{100} = 0,03$ (запись 0,03 читают: «ноль целых три сотых»); $2\frac{508}{10000} = 2,0508$ (запись 2,0508 читают: «две целых пятьсот восемь десятитысячных»).

Такую форму записи дробей называют **десятичной**. Дроби, записанные в такой форме, называют **десятичными дробями**. Числа 0,7; 0,12; 2,973; 4,3; 0,03; 2,0508 — примеры десятичных дробей.

Обратите внимание, что в записи десятичной дроби запятая отделяет целую часть числа от дробной. Считают, что целая часть правильной дроби равна 0.

Запись дробной части десятичной дроби содержит столько цифр, сколько нулей в записи знаменателя соответствующей обыкновенной дроби.

Отметим, что если количество цифр числителя обыкновенной дроби на 1, 2, 3 и т. д. меньше, чем количество нулей в записи знаменателя дроби, то между запятой и числом, равным числителю, пишут соответственно 1, 2, 3 и т. д. нулей.

$$\text{Поэтому, например, } 6 \frac{3}{1\,000} = 6,003; \quad \frac{17}{1\,000} = 0,017; \quad 3 \frac{527}{1\,000} = 3,527.$$

В некоторых случаях бывает необходимо рассматривать натуральное число как десятичную дробь, у которой дробная часть равна нулю. Договорились, например, что $3 = 3,0$; $171 = 171,0$ и т. д.

Напомним, что в десятичной записи натурального числа единица младшего разряда в 10 раз меньше единицы соседнего старшего разряда. Таким же свойством обладает и запись десятичных дробей. Поэтому сразу после запятой идёт **разряд десятых**, далее **разряд сотых**, затем **разряд тысячных** и т. д.

Например, приведём названия разрядов числа 23,70549:

Целая часть		Дробная часть				
2	3	7	0	5	4	9
Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десятитысячные	Соты тысячных

При чтении десятичной дроби сначала называют её целую часть, добавляя слово «целых», а затем называют дробную часть, добавляя название последнего разряда. Например, десятичную дробь 23,70549 читают: «двадцать три целых семьдесят тысяч пятьсот сорок девять соты тысячных».

Пример 1. Запишите в виде десятичной дроби частное $347 : 100$.

Решение. Имеем: $347 : 100 = \frac{347}{100} = 3 \frac{47}{100} = 3,47$. ◀

Пример 2. Выразите в метрах и запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 24 см; 2) 356 см; 3) 5 см; 4) 7 см 2 мм.



798. Прочитайте десятичную дробь:

- | | | | |
|----------|-------------|-----------|--------------|
| 1) 1,6; | 4) 6,325; | 7) 0,05; | 10) 0,0304; |
| 2) 12,8; | 5) 17,4192; | 8) 0,005; | 11) 12,098; |
| 3) 5,24; | 6) 0,5; | 9) 3,04; | 12) 0,01012. |

799. Запишите в виде десятичной дроби:

- | | | | |
|-------------------------|---------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $\frac{7}{10}$; | 5) $9\frac{83}{100}$; | 9) $2\frac{3}{1000}$; | 13) $\frac{5}{100000}$; |
| 2) $\frac{27}{100}$; | 6) $56\frac{144}{1000}$; | 10) $74\frac{13}{100000}$; | 14) $1\frac{1}{10}$; |
| 3) $\frac{574}{1000}$; | 7) $1\frac{5}{100}$; | 11) $\frac{6}{1000}$; | 15) $1\frac{1}{100}$; |
| 4) $21\frac{8}{10}$; | 8) $18\frac{45}{1000}$; | 12) $\frac{12}{10000}$; | 16) $1\frac{1}{1000}$. |

800. Выделите целую и дробную части числа и запишите данное число в виде десятичной дроби:

- | | | |
|------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $\frac{23}{10}$; | 3) $\frac{5273}{1000}$; | 5) $\frac{9132}{1000}$; |
| 2) $\frac{851}{100}$; | 4) $\frac{3636}{100}$; | 6) $\frac{654321}{10000}$. |

801. Выделите целую и дробную части числа и запишите данное число в виде десятичной дроби:

- | | | |
|------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| 1) $\frac{34}{10}$; | 3) $\frac{3978}{1000}$; | 5) $\frac{8448}{1000}$; |
| 2) $\frac{255}{100}$; | 4) $\frac{9266}{100}$; | 6) $\frac{2948697}{100000}$. |

802. Запишите число в виде обыкновенной дроби или смешанного числа:

- | | | | |
|-----------|-----------|----------|------------|
| 1) 2,4; | 4) 1,06; | 7) 0,04; | 10) 0,001; |
| 2) 3,18; | 5) 9,074; | 8) 0,30; | 11) 0,072; |
| 3) 46,52; | 6) 0,9; | 9) 0,68; | 12) 0,234. |

803. Запишите число в виде обыкновенной дроби или смешанного числа:

- | | | | |
|----------|-----------|-----------|------------|
| 1) 4,9; | 3) 1,567; | 5) 0,043; | 7) 5,06; |
| 2) 8,95; | 4) 0,2; | 6) 0,008; | 8) 12,018. |

804. Запишите в виде десятичной дроби число, в котором:

- 1) три единицы, четыре десятых, пять сотых;
- 2) два десятка, восемь единиц, одна сотая, девять тысячных;
- 3) восемь сотен, девять единиц, семь десятых, шесть тысячных;
- 4) одна тысяча, одна десятитысячная.

805. Запишите в виде десятичной дроби число, в котором:

- 1) две единицы, семь десятых;
- 2) три десятка, две десятых, восемь сотых;
- 3) одна сотая, три тысячных.

- 806.** Выразите в дециметрах и запишите в виде десятичной дроби:
 1) 48 см; 3) 8 см 6 мм; 5) 6 мм;
 2) 424 см; 4) 64 см 5 мм; 6) 3 см.
- 807.** Выразите в килограммах и запишите в виде десятичной дроби:
 1) 1 347 г; 3) 382 г; 5) 9 г; 7) 10 кг 6 г;
 2) 4 256 г; 4) 48 г; 6) 5 кг 24 г; 8) 2 ц 358 г.
- 808.** Выразите в метрах и запишите в виде десятичной дроби:
 1) 125 см; 3) 4 дм 4 см; 5) 2 см;
 2) 18 см; 4) 58 дм 6 см; 6) 4 м 6 дм 5 см.
- 809.** Запишите в виде десятичной дроби частное:
 1) $28 : 10$; 4) $2\ 648 : 100$; 7) $674 : 1\ 000$;
 2) $7 : 10$; 5) $8\ 351 : 1\ 000$; 8) $74 : 1\ 000$;
 3) $456 : 100$; 6) $3\ 590 : 1\ 000$; 9) $4 : 1\ 000$.
- 810.** Запишите в виде десятичной дроби частное:
 1) $42 : 10$; 3) $2\ 484 : 100$; 5) $26\ 435 : 10\ 000$;
 2) $35 : 100$; 4) $5\ 876 : 10\ 000$; 6) $58 : 1\ 000$.
- 811.** Какие числа на координатном луче соответствуют:
 1) точкам A, B, C, D, F, E (рис. 204);
 2) точкам M, N, K, P, R, S (рис. 205)?
 Ответ запишите в виде десятичных дробей.

Рис. 204

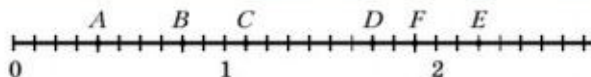
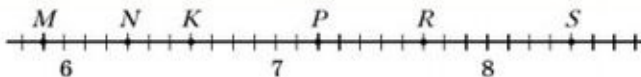


Рис. 205



- 812.** Начертите координатный луч, взяв за единичный такой отрезок, длина которого в десять раз больше стороны клетки тетради. Отметьте на луче точки, соответствующие числам 0,3; 0,7; 0,9; 1,1; 1,5; 2,1.
- 813.** Начертите координатный луч, взяв за единичный такой отрезок, длина которого в десять раз больше стороны клетки тетради. Отметьте на луче точки, которые соответствуют числам 0,1; 0,6; 0,8; 1,4; 1,9; 2,2.



Упражнения для повторения

- 814.** Мама поручила сыну купить продукты. На хлеб он потратил $\frac{3}{50}$ всех денег, на молоко — $\frac{13}{50}$, на овощи — $\frac{11}{50}$, а $\frac{19}{50}$ всех денег — на фрукты. На какую покупку было потрачено наибольшее количество денег? Наименьшее количество денег? Остались ли деньги у мальчика после покупок?
- 815.** Во сколько раз $\frac{5}{6}$ мин меньше, чем 4 мин 10 с?
- 816.** Во сколько раз 5 ч 50 мин больше, чем $\frac{7}{12}$ ч?
- 817.** Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы образовалось верное неравенство:
1) $3\ 46* < 3\ 463$; 2) $4\ *40 > 4\ 735$?
- 818.** В числах стёрли несколько цифр и вместо них поставили звёздочки. Сравните эти числа:
1) $35\ ***$ и $32\ ***$; 2) $52*$ и $*\ 98$.



Задача от мудрой совы

- 819.** Как разделить поровну 7 яблок между 12 друзьями, если каждое яблоко можно разрезать не более чем на 4 части?



Когда сделаны уроки

От шестидесятеричных дробей к десятичным дробям

От появления обыкновенных дробей до изобретения десятичных дробей прошли тысячелетия. Открытие десятичных дробей по праву считается одним из важнейших достижений математической мысли эпохи Возрождения.

Вам может показаться, что главным в изобретении десятичных дробей является их «одноэтажная» форма записи. Однако дело не столько в удобной форме записи, сколько в замечательной идее записывать все дроби так, чтобы их знаменатели были степенями одного и того же числа. Эффективность этой идеи вы оцените, когда начнёте производить арифметические действия с десятичными дробями.

Уже в 3-м тысячелетии до н. э. вавилоняне пользовались дробями, у которых знаменатели были степенями числа 60. Позже шестидесятеричными дробями пользовались греческие и арабские математики. Одна-

ко проводить вычисления, когда натуральные числа записаны в десятичной системе, а дроби — в шестидесятеричной, было очень неудобно.

Впервые учение о десятичных дробях изложил в XV в. самаркандский математик и астроном Джемшид ибн Масуд аль-Каши. Вместо запятой он использовал вертикальную черту или записывал дробную и целую части чернилами разного цвета.

В 1585 г. фламандский учёный Симон Стевин издал небольшую, состоящую из семи страниц, книгу под названием «Десятая», в которой изложил правила действий с десятичными дробями.

Несколько позже (1592 г.) целую и дробную части стали отделять запятой.


В наше время в некоторых странах, например в США, вместо запятой используют точку. В связи с бурным развитием программирования точку при записи десятичных дробей используют всё чаще.



Симон Стевин

§ 31. Сравнение десятичных дробей

Какое из чисел больше: 5,3 или 4,988? Конечно, первое число больше второго. И это понятно, ведь целая часть первой дроби, число 5, больше целой части второй дроби, числа 4.

 **Из двух десятичных дробей больше та, у которой целая часть больше.**

А как сравнить дроби с равными целыми частями? В этом случае вначале сравнивают десятые. Например, $11,23 > 11,19$, так как $2 > 1$. Если же десятые оказались равными, то сравнивают сотые. Например, $2,84 < 2,86$, так как $4 < 6$. В случае равенства сотых сравнивают тысячные и т. д.

Такой способ сравнения десятичных дробей называют *порядковым*.

Напомним, что натуральные числа мы тоже сравнивали порядно.

Заметим, что в приведённых примерах мы сравнили десятичные дроби с равными целыми частями и с одинаковым количеством цифр после запятой.

А как сравнивать десятичные дроби с равными целыми частями, но с различным количеством цифр после запятой? Например, какая из дробей больше: 5,4 или 5,40?

Сравним отрезки длиной 5,4 м и 5,40 м. Имеем:

$$5,4 \text{ м} = 5 \frac{4}{10} \text{ м} = 5 \text{ м } 4 \text{ дм} = 540 \text{ см};$$

$$5,40 \text{ м} = 5 \frac{40}{100} \text{ м} = 5 \text{ м } 40 \text{ см} = 540 \text{ см}.$$

Получается, что $5,4 = 5,40$. Рассуждая аналогично, можно показать, что, например, $0,3 = 0,30 = 0,300$.

Эти примеры иллюстрируют следующие свойства десятичных дробей.



Если к десятичной дроби справа приписать любое количество нулей, то получится дробь, равная данной.

Если десятичная дробь оканчивается нулями, то эти нули можно отбросить, и при этом получится дробь, равная данной.

Сравним дроби 3,2 и 3,198.

Поскольку $3,2 = 3,200$, а $3,200 > 3,198$, то $3,2 > 3,198$.

Этот пример иллюстрирует следующее правило.



Чтобы сравнить две десятичные дроби с равными целыми частями и различным количеством цифр после запятой, надо с помощью приписывания нулей справа уравнивать количество цифр в дробных частях, после чего сравнить полученные дроби поразрядно.

Пример. Напишите несколько чисел, каждое из которых больше 2,35, но меньше 2,36.

Решение. Имеем: $2,35 = 2,350$; $2,36 = 2,360$. Следовательно, числа, удовлетворяющими условию, будут, например: 2,351; 2,352; 2,353. Учитывая, что $2,35 = 2,3500$ и $2,36 = 2,3600$, можем указать и другие числа, удовлетворяющие условию задачи. Например: 2,3501; 2,3576; 2,3598 и т. д. ◀



1. Какая из двух десятичных дробей с неравными целыми частями больше?
2. Как сравнивают десятичные дроби с равными целыми частями и одинаковым количеством цифр после запятой?
3. Какую дробь мы получим, если к данной десятичной дроби припишем справа несколько нулей?
4. Какую дробь мы получим, если у данной десятичной дроби отбросим последние нули её записи?
5. Сформулируйте правило сравнения двух десятичных дробей с равными целыми частями и различным количеством цифр после запятой.



Решаем устно

- Сколько единиц в каждом из разрядов в числе:
 1) 16; 3) 4,7; 5) 10,19; 7) 506,0506;
 2) 234; 4) 52,68; 6) 3,507; 8) 78,1002030?
- Какая из следующих десятичных дробей равна дроби $\frac{25}{100\ 000}$:
 1) 0,0025; 2) 0,25000; 3) 0,00025; 4) 0,20005?
- Сравните числа:
 1) 3 710 и 3 709; 3) $\frac{14}{17}$ и $\frac{17}{15}$;
 2) 43 672 и 43 701; 4) $\frac{9}{46}$ и $\frac{9}{64}$.
- Вычислите:
 1) $48 + 72 : 12 - 6$; 3) $(48 + 72) : 12 - 6$;
 2) $48 + 72 : (12 - 6)$; 4) $(48 + 72) : (12 - 6)$.



Упражнения

- Запишите десятичную дробь:
 1) с двумя цифрами после запятой, равную числу 0,4;
 2) с четырьмя цифрами после запятой, равную числу 3,26;
 3) с тремя цифрами после запятой, равную числу 42;
 4) с двумя цифрами после запятой, равную числу 18,50000.
- Запишите несколько десятичных дробей, равных данной:
 1) 5,400; 2) 12,5080; 3) 0,980.
- Уравняйте количество цифр после запятой в данных дробях:
 1) 2,16; 18,5; 0,476; 1,4; 2) 8,1; 19,64; 5,345; 0,9872.
- Сравните числа:
 1) 9,4 и 9,6; 3) 6,3 и 6,31; 5) 0,3 и 0,08;
 2) 5,5 и 4,8; 4) 3,29 и 3,316; 6) 7,2 и 7,094.
- Сравните числа:
 1) 16,8 и 17,3; 3) 24,92 и 24,9; 5) 0,065 и 0,1;
 2) 12,7 и 12,5; 4) 18,486 и 18,5; 6) 96,35 и 96,087.
- Запишите числа в порядке убывания: 8,5; 8,16; 8,4; 8,49; 8,05; 8,61.
- Запишите числа в порядке возрастания: 9,6; 9,8; 9,53; 9,02; 9,2; 9,613.
- Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:
 1) $4,45 < x < 7,002$; 2) $9,8 < x < 13,4$.

- 828.** Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:
 1) $7,4 < x < 8,2$; 2) $12 < x < 19,65$.
- 829.** Между какими соседними числами натурального ряда находится дробь:
 1) $6,99$; 3) $1,529$;
 2) $12,79$; 4) $3,109$?
 Ответ запишите в виде двойного неравенства.
- 830.** Между какими соседними числами натурального ряда находится дробь:
 1) $5,32$; 2) $24,01$?
 Ответ запишите в виде двойного неравенства.
- 831.** Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы образовалось верное неравенство:
 1) $6,38 < 6,3*$; 2) $8,1 > 8,*9$; 3) $16,25 < 1*,32$?
- 832.** Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы образовалось верное неравенство:
 1) $9,*5 < 9,12$; 2) $12,58 > 12,*4$; 3) $0,0*3 > 0,064$?
- 833.** Запишите наибольшую десятичную дробь:
 1) с двумя цифрами после запятой, меньшую, чем 1;
 2) с одной цифрой после запятой, меньшую, чем 2;
 3) с тремя цифрами после запятой, меньшую, чем 3;
 4) с четырьмя цифрами после запятой, меньшую, чем 1.
- 834.** Запишите наименьшую десятичную дробь:
 1) с одной цифрой после запятой, большую, чем 1;
 2) с двумя цифрами после запятой, большую, чем 1;
 3) с тремя цифрами после запятой, большую, чем 4;
 4) с четырьмя цифрами после запятой, большую, чем 10.
- 835.** Напишите три числа, каждое из которых:
 1) больше 3,4 и меньше 3,6;
 2) больше 0,527 и меньше 0,528;
 3) больше 2,003 и меньше 2,00301.
- 836.** Напишите три числа, каждое из которых больше 10,53, но меньше 10,55.
- 837.** Какие цифры можно поставить вместо звёздочек, чтобы образовалось верное неравенство (в правой и левой частях неравенства звёздочкой обозначена одна и та же цифра):
 1) $0,*2 > 0,4*$; 4) $0,6* > 0,7*$;
 2) $2,5* < 2,*6$; 5) $0,*6 < 0,6*$;
 3) $0,7*5 < 0,*69$; 6) $0,*6 > 0,6*$?



Упражнения для повторения

838. Вычислите:
1) $(714 : 7 - 100)^6$;
2) $(963 : 9 - 618 : 6)^3$.
839. Максим спешит в школу и идёт со скоростью 6 км/ч. Успеет ли Максим дойти до школы за 20 мин, если его дом находится на расстоянии 1 км от неё?
840. Картонный прямоугольник, площадь которого равна 3 дм², а длины сторон выражаются целым числом сантиметров, разрезали на полоски шириной 1 см и сложили из них одну длинную полоску. Какой длины получилась полоска?
841. Расположите в порядке убывания все трёхзначные числа, которые можно записать с помощью цифр 2, 4 и 5 (цифры в записи числа не повторяются).
842. Расположите в порядке возрастания все трёхзначные числа, которые можно записать с помощью цифр 1, 2 и 3 (цифры в записи числа не повторяются).



Задача от мудрой совы

843. В пачке было 1 000 конвертов. За какое наименьшее время почтальон сможет отложить 850 конвертов, если за 1 мин он отсчитывает 100 конвертов?

§ 32. Округление чисел. Прикидки

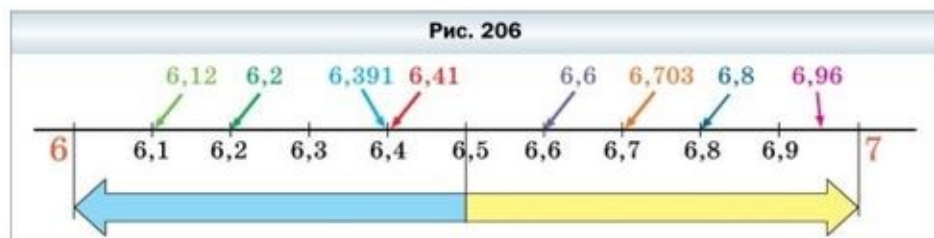
Пусть ширина земельного участка прямоугольной формы равна 17 м, а длина — 36 м. Тогда его площадь равна 612 м², или 6,12 сотки. Однако в повседневной жизни говорят, что площадь этого участка приблизительно равна 6 соткам.

В таких случаях число 6 называют **приближённым значением** числа 6,12 и говорят, что число 6,12 **округлили** до числа 6. Записывают $6,12 \approx 6$ (читают: «6,12 приближённо равно 6»).

Земельный участок длиной 29 м и шириной 24 м имеет площадь, равную 696 м², или 6,96 сотки. На практике число 6,96 округлят и скажут, что площадь участка приближённо равна 7 соткам, т. е. $6,96 \approx 7$.

Почему же число 7, а не 6 считают приближённым значением числа 6,96? Так договорились потому, что число 7 — ближайшее к 6,96 на-

туральное число (рис. 206). Следовательно, при замене числа 6,96 числом 7 совершается меньшая ошибка, чем при замене числа 6,96 числом 6. Воспользовавшись рисунком 206, можно записать: $6,12 \approx 6$; $6,2 \approx 6$; $6,391 \approx 6$; $6,41 \approx 6$; $6,6 \approx 7$; $6,703 \approx 7$; $6,8 \approx 7$; $6,96 \approx 7$.



Мы привели примеры округления десятичных дробей до единиц.

А как округлить до единиц число 6,5, которое одинаково удалено от чисел 6 и 7? В таком случае договорились округлять до большего из двух чисел. Таким образом, считают, что $6,5 \approx 7$.

Десятичные дроби можно округлять не только до единиц, но и до десятых, сотых, тысячных и т. д.

Например:

$0,12 \approx 0,1$ (округление до десятых), так как 0,12 ближе к 0,1, чем к 0,2;

$3,85741 \approx 3,86$ (округление до сотых), так как 3,85741 ближе к 3,86, чем к 3,85;

$1,004483 \approx 1,004$ (округление до тысячных), так как 1,004483 ближе к 1,004, чем к 1,005.

Эти примеры иллюстрируют следующее правило.



Для того чтобы десятичную дробь округлить до единиц, десятых, сотых и т. д., надо все следующие за этим разрядом цифры отбросить. Если при этом первая из отбрасываемых цифр равна 0, 1, 2, 3 или 4, то последняя из оставшихся цифр не изменяется; если же первая из отбрасываемых цифр равна 5, 6, 7, 8 или 9, то последняя из оставшихся цифр увеличивается на единицу.

Пример. Округлите число 16,398 до сотых.

Решение. Имеем: $16,398 \approx 16,40$, причём 0 в конце дробной части не отбрасывается, так как он показывает, до какого разряда округлено число. ◀

Округляют не только десятичные дроби, но и натуральные числа. Невозможно установить точно, сколько людей живёт в России, сколько



кубических метров воды в озере Байкал, сколько тонн зерна собрали в прошлом году в нашей стране. Эту информацию можно найти в справочниках. Однако приведённые в них данные являются приближёнными.

Округление натуральных чисел во многом похоже на округление десятичных дробей.



При округлении натуральных чисел до какого-либо разряда вместо всех следующих за ним цифр младших разрядов пишут нули. При этом если первая из цифр, следовавших за этим разрядом, была равной 0, 1, 2, 3 или 4, то цифра в данном разряде не изменяется; если первая из цифр, следовавших за этим разрядом, была равной 5, 6, 7, 8 или 9, то цифра в данном разряде увеличивается на единицу.

Например:

$234 = 230$ — округление до десятков;

$8\ 763 \approx 8\ 800$ — округление до сотен;

$984 = 1\ 000$ — округление до тысяч;

$965\ 348 = 970\ 000$ — округление до десятков тысяч.

В тех случаях, когда мы хотим быстро оценить ситуацию, принять правильное решение, могут оказаться полезными знания об округлении чисел.

Рассмотрим такой пример.

До пункта прибытия автомобилю осталось проехать 283 км. Водитель знает, что расход бензина составляет 9 л на 100 км пути и объём топливного бака равен 60 л.

Лишь взглянув на прибор, который показывает уровень топлива в баке (рис. 207), водитель убедился, что бензина хватит. Как ему удалось так быстро провести расчёты?

Водитель поступил так: округлил расход бензина до 10 л на 100 км пути, оставшееся расстояние — до 300 км, а затем выполнил действия $(300 : 100) \cdot 10$. Полученный результат 30 л сравнил с показателем уровня топлива в баке.

Точный результат можно было получить, найдя значение выражения $(283 : 100) \cdot 9$. Однако водитель так делать не стал. Он прикинул значение этого числового выражения.

Обратите внимание, что водитель округлял все числа в «худшую» сторону — взял больший расход топлива, чем на самом деле, и большее



расстояние, чем нужно проехать. Если топлива хватит при «ухудшенных» условиях, значит, его хватит и на самом деле. А вот округлять в сторону «улучшения» опасно. Такая прикидка может подвести водителя.

Подобные прикидки вы можете делать, например, определяя, хватит ли денег на покупку, состоящую из целого ряда товаров. Планируя свой день, вы прикидываете время на выполнение определённого вида работ.

Прикидку выгодно применять тогда, когда жизненная ситуация позволяет заменить трудоёмкие вычисления простыми расчётами.



1. Сформулируйте правило округления десятичных дробей.
2. Сформулируйте правило округления натуральных чисел.



Решаем устно

1. Укажите, какие из следующих дробей равны:
1) 0,38; 4) 2,015; 7) 2,105; 10) 0,0470;
2) $\frac{47}{1000}$; 5) 0,47; 8) $\frac{38}{100}$; 11) $2\frac{15}{100}$;
3) 6,24; 6) 6,2400; 9) 0,407; 12) $6\frac{24}{100}$.
2. Сравните числа:
1) 7,6 и 7,4; 3) 5,18 и 5,1799; 5) 8,4 и 8,04;
2) 9,1 и 9,11; 4) 0,06 и 0,2; 6) 0,1 и 0,0987.
3. Назовите наибольшую десятичную дробь, меньшую 100, содержащую две цифры после запятой.
4. Назовите наименьшую десятичную дробь, большую 1 000, содержащую три цифры после запятой.
5. Укажите все натуральные значения x , при которых верно неравенство $20 < x < 27,86$.
6. За $\frac{1}{6}$ кг сыра заплатили 40 р. Сколько надо заплатить за $1\frac{5}{6}$ кг такого же сыра?



Упражнения

844. Округлите:
- 1) до десятых: 9,374; 0,5298; 10,444; 54,06; 74,95;
 - 2) до сотых: 13,405; 28,2018; 0,2375; 18,0025; 26,399;
 - 3) до единиц: 18,25; 3,099; 9,73; 239,81;
 - 4) до тысячных: 0,5261; 9,9999; 1,58762.

845. Округлите:

- 1) до десятых: 16,88; 4,651; 1,29; 48,23; 36,96;
- 2) до сотых: 8,636; 2,7848; 0,9996; 104,9438;
- 3) до единиц: 25,54; 8,47; 55,64; 62,32;
- 4) до тысячных: 2,3984; 8,55555; 47,7853.

846. Округлите:

- 1) до десятков: 459; 1 623; 492 685; 999;
- 2) до сотен: 6 056; 7 538; 55 555; 7 988;
- 3) до тысяч: 7 345; 4 956; 129 808;
- 4) до миллионов: 42 573 468; 59 676 657;
- 5) до наивысшего разряда данного числа: 836; 32 464; 7 145 962; 432 560 678.

847. Округлите:

- 1) до десятков: 534; 18 357; 4 783 386;
- 2) до сотен: 2 223; 1 374;
- 3) до тысяч: 312 864; 67 314;
- 4) до миллионов: 5 032 999; 9 821 893;
- 5) до наивысшего разряда данного числа: 4 562; 583 037; 28 099 897.

848. Округлите: 1) до тысяч; 2) до сотен; 3) до десятков; 4) до единиц;

- 5) до десятых; 6) до сотых; 7) до тысячных число:
а) 8 419,3576;
б) 6 745,2891;
в) 9 421,5307.

849. Округлите десятичные дроби, отбросив выделенные цифры, и укажите, до какого разряда выполнено округление:

- 1) 24,**56**; 2) 8,**0358**; 3) 0,**007289**; 4) 6,**848641975**.

850. Округлите десятичные дроби, отбросив выделенные цифры, и укажите, до какого разряда выполнено округление:

- 1) 5,**874**; 2) 3,**529**; 3) 20,**7846**; 4) 2,**33496**.

851. Запишите в метрах, предварительно округлив до сотен сантиметров: 469 см; 3 244 см; 5 382 см; 20 460 см; 50 083 см; 312 245 см.

852. Запишите в тоннах, предварительно округлив до тысяч килограммов: 3 842 кг; 4 506 кг; 8 329 кг; 869 кг.

853. Планета Земля движется вокруг Солнца со средней скоростью 107 228 км/ч. Округлите это число: 1) до десятков километров в час; 2) до сотен километров в час; 3) до тысяч километров в час; 4) до десятков тысяч километров в час; 5) до сотен тысяч километров в час.

854. Запишите в километрах, предварительно округлив до тысяч метров: 1 469 м; 5 424 м; 6 823 м; 18 096 м; 324 711 м; 549 628 м.

- 855.** Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы округление было выполнено верно:
 1) $4,9* = 4,9$; 2) $63,*5 = 64$; 3) $13,2*99 = 13,2$?
- 856.** Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы округление было выполнено верно:
 1) $5,47*4 = 5,47$; 2) $2\ 3*1 = 2\ 400$?
- 857.** У Вити есть 2 500 р. На свой день рождения он хочет угостить каждого из 30 своих одноклассников шоколадкой. Одна шоколадка стоит 78 р. Узнав это, Витя сразу сообразил, что денег ему хватит. Как, по вашему мнению, он смог это быстро определить?
- 858.** Требуется привезти 102 ящика массой 30,7 кг каждый. Водитель автомобиля, грузоподъёмность которого составляет 3 т, быстро определил, что выполнить это задание, сделав один рейс, невозможно. Как, по вашему мнению, он смог это быстро определить?



Упражнения для повторения

- 859.** Кролик живёт до 12 лет, что составляет: 1) $\frac{6}{7}$ продолжительности жизни овцы; 2) $\frac{2}{3}$ продолжительности жизни козы; 3) $\frac{3}{5}$ продолжительности жизни фазана. Найдите продолжительность жизни овцы, козы и фазана.
- 860.** 1) При преобразовании неправильной дроби $\frac{a}{7}$ в смешанное число получили неполное частное 19 и остаток 5. Найдите значение a .
 2) При преобразовании неправильной дроби $\frac{m}{12}$ в смешанное число получили неполное частное 20 и остаток 10. Найдите значение m .
- 861.** Масса торта составляет $\frac{4}{5}$ кг и ещё $\frac{4}{5}$ его массы. Какова масса торта?



Задача от мудрой совы

- 862.** Вася рассказал друзьям, что позавчера ему ещё было 10 лет, а в следующем году ему исполнится 13. Как такое может быть?

§ 33. Сложение и вычитание десятичных дробей

Вы уже умеете складывать обыкновенные дроби с равными знаменателями. Научимся складывать десятичные дроби.

Найдём сумму $2,374 + 1,725$. Обратив эти дроби в обыкновенные, получаем:

$$2,374 + 1,725 = 2 \frac{374}{1000} + 1 \frac{725}{1000} = 3 + \frac{374 + 725}{1000} = 3 + \frac{1099}{1000} = 3 + 1 \frac{99}{1000} = 4 \frac{99}{1000} = 4,099.$$

Однако складывать десятичные дроби можно гораздо проще, не обращая их в обыкновенные.

Сходство способов записи десятичных дробей и натуральных чисел позволяет выполнять сложение десятичных дробей в столбик.

Чтобы сложить две десятичные дроби, надо:

- 1) уравнять в слагаемых количество цифр после запятой;
- 2) записать слагаемые друг под другом так, чтобы каждый разряд второго слагаемого оказался под соответствующим разрядом первого слагаемого;
- 3) сложить полученные числа так, как складывают натуральные числа;
- 4) поставить в полученной сумме запятую под запятыми в слагаемых.

На рисунках 208 и 209 показано, как найти суммы $2,374 + 1,725$ и $7,6 + 11,35$.

Рис. 208	Рис. 209	Рис. 210																																																						
<table border="1"> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>7</td><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td>1</td><td>7</td><td>2</td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td></td></tr> </table>		2	3	7	4		+	1	7	2	5			4	0	9	9		<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>6</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>8</td><td>9</td><td>5</td><td></td></tr> </table>			7	6	0		+	1	1	3	5			1	8	9	5		<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>-</td><td>0</td><td>5</td><td>9</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>7</td><td></td></tr> </table>		0	8	0	0		-	0	5	9	3			0	2	0	7	
	2	3	7	4																																																				
+	1	7	2	5																																																				
	4	0	9	9																																																				
		7	6	0																																																				
+	1	1	3	5																																																				
	1	8	9	5																																																				
	0	8	0	0																																																				
-	0	5	9	3																																																				
	0	2	0	7																																																				

Вычитать десятичные дроби можно также в столбик.

Чтобы из одной десятичной дроби вычесть другую, надо:

- 1) уравнять в уменьшаемом и вычитаемом количество цифр после запятой;
- 2) записать вычитаемое под уменьшаемым так, чтобы каждый разряд вычитаемого оказался под соответствующим разрядом уменьшаемого;
- 3) произвести вычитание так, как вычитают натуральные числа;
- 4) поставить в полученной разности запятую под запятыми в уменьшаемом и вычитаемом.

На рисунке 210 показано, как найти разность $0,8 - 0,593$.

Из приведённых примеров видно, что сложение и вычитание десятичных дробей выполнялось поразрядно, т. е. так, как мы производили соответствующие действия с натуральными числами. Это и есть главное преимущество десятичной формы записи дробей.

В § 29 вы узнали, что свойства сложения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел. Напомним эти свойства.

$$a + b = b + a \text{ — переместительное свойство сложения,}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сочетательное свойство сложения}$$

Пример 1. Вычислите разность 4 км 36 м – 768 м, записав данные величины в километрах.

Решение. Имеем:

$$4 \text{ км } 36 \text{ м} - 768 \text{ м} = 4 \frac{36}{1000} \text{ км} - \frac{768}{1000} \text{ км} = 4,036 \text{ км} - 0,768 \text{ км} = 3,268 \text{ км.}$$

Ответ: 3,268 км. ◀

Пример 2. Собственная скорость катера равна 30 км/ч, а скорость течения реки — 1,4 км/ч. Найдите скорость катера по течению и его скорость против течения реки.

Решение. 1) $30 + 1,4 = 31,4$ (км/ч) — скорость катера по течению.

2) $30 - 1,4 = 28,6$ (км/ч) — скорость катера против течения.

Ответ: 31,4 км/ч, 28,6 км/ч. ◀



1. Сформулируйте правило сложения десятичных дробей.

2. Сформулируйте правило вычитания десятичных дробей.



Решаем устно

- Какая из следующих десятичных дробей равна дроби $\frac{79}{100\,000}$:
1) 0,79000; 2) 0,0079; 3) 0,00079; 4) 0,7900?
- Какая из следующих десятичных дробей наибольшая:
1) 43,56; 2) 43,561; 3) 43,559; 4) 43,55?
- Какое из следующих чисел получим, если округлим десятичную дробь 6,27 до десятых:
1) 6,2; 2) 6,3; 3) 6,26; 4) 6,28?
- На двух полках вместе на 20 книг больше, чем на каждой из них. Сколько книг на каждой полке?
- Сравните:
1) 2 м и 200 см; 2) 20 см и 0,2 м.

- 875.** Скорость катера на подводных крыльях против течения реки равна 68,5 км/ч, а скорость течения — 1,5 км/ч. Найдите собственную скорость катера и его скорость по течению.
- 876.** Скорость лодки против течения реки равна 18,8 км/ч, а её собственная скорость — 20,2 км/ч. Найдите скорость течения и скорость лодки по течению реки.
- 877.** Скорость катера по течению реки равна 32,6 км/ч, а его собственная скорость — 30,4 км/ч. Найдите скорость течения и скорость катера против течения реки.
- 878.** Лена и Оля собрали вместе 3,2 кг грибов, причём Лена собрала 1,68 кг. Кто из девочек собрал больше грибов и на сколько килограммов?
- 879.** В первый день туристы прошли 6,3 км, что на 2,84 км меньше, чем во второй день. После двух дней похода им осталось пройти ещё 14,35 км. Какова протяжённость туристского маршрута?
- 880.** За первую неделю магазин продал 2,16 т картофеля, а за вторую — на 0,976 т больше, чем за первую. После этого в магазине ещё осталось 3,58 т картофеля. Сколько тонн картофеля было завезено в магазин?
- 881.** Найдите общую площадь пустынь на поверхности земного шара, если площадь пустынь в Австралии равна 0,4 млн км², в Америке — на 1,2 млн км² больше, чем в Австралии, в Азии — на 1,4 млн км² больше, чем в Америке, а в Африке — на 2,8 млн км² больше, чем в Америке.
- 882.** Наибольшее озеро в мире — Каспийское море — имеет глубину 1,025 км. Озеро Байкал — самое глубокое в мире. Его глубина на 0,515 км больше глубины Каспийского моря. Глубина озера Танганьика (Африка) составляет 1,47 км. На сколько Байкал глубже Танганьики, а Танганьика глубже Каспийского моря?



Каспийское море



Озеро Байкал

- 883.** Отправившись на ядре в путешествие на Луну, барон Мюнхаузен в первую минуту пролетел 234,7 км, что на 18,6 км меньше, чем во вторую минуту. В третью минуту он пролетел на 156,4 км меньше, чем в первую и вторую минуты вместе. Сколько километров пролетел Мюнхаузен за первые три минуты полёта?
- 884.** В понедельник в столовой израсходовали 12,4 кг сахара, что на 2,8 кг больше, чем во вторник. В среду сахара было израсходовано на 5,6 кг меньше, чем в понедельник и во вторник вместе. Сколько всего килограммов сахара израсходовали в понедельник, вторник и среду?
- 885.** За три дня на шахте добыли 2 436,86 т угля. За первый день добыча составляла 827,48 т, а за второй — на 59,59 т меньше, чем за первый. Сколько тонн угля добыли за третий день?
- 886.** Фермер Василий Работящий взял в аренду три участка земли общей площадью 3 428,32 га. Площадь одного из этих участков была равна 1 506,46 га, что на 237,64 га меньше площади второго участка. Найдите площадь третьего участка.
- 887.** Ломаная состоит из трёх звеньев. Длина первого звена 9,2 см, что на 3,5 см больше длины второго звена и на 4,9 см меньше длины третьего. Найдите длину ломаной.
- 888.** Одна из сторон треугольника равна 12,4 дм, что на 3,8 дм меньше второй стороны и на 2,6 дм больше третьей. Вычислите периметр треугольника.
- 889.** Найдите значение выражения:
 1) $18,61 + 7,54 + 3,4$;
 2) $86,58 + 32,6 + 5,079$;
 3) $28,964 + 51,16 + 48,036$;
 4) $84,25 + 72,844 + 17,156 + 16,85$;
 5) $26,836 - 7,59 - 12,6 - 3,5801$;
 6) $489,2 - (164,4 + 92,16 - 138,254)$.
- 890.** Найдите значение выражения:
 1) $5,68 + 13,27 + 4,9$;
 2) $18,35 + 1,4 + 38,016$;
 3) $16,528 + 42,5 + 13,472$;
 4) $76,1 + 38,83 + 24,9 + 52,17$;
 5) $14,02 - 10,379 + 5,004 - 7,3245$;
 6) $642,7 - (365,2 - 41,54 + 125,086)$.
- 891.** Решите уравнение:
 1) $(1,34 + x) - 58,3 = 4,26$; 3) $4,75 - (x - 0,67) = 3,025$;
 2) $(94,2 - a) - 1,26 = 3,254$; 4) $40,3 - (63,4 - a) = 36,62$.
- 892.** Решите уравнение:
 1) $(x - 50,6) + 2,15 = 42,9$; 2) $31,28 - (m + 4,2) = 15,093$.

893. Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

- 1) $(2,45 + 0,276) + 4,55$; 3) $5,12 + 3,75 + 5,25 + 4,88$;
2) $(9,37 + 13,6) + 6,4$; 4) $0,234 + 0,631 + 0,766 + 0,369$.

894. Выполните сложение, выбирая удобный порядок вычислений:

- 1) $(12,82 + 8,394) + 5,18$; 2) $2,53 + 15,1 + 4,47 + 14,9$.

895. Упростите выражение:

- 1) $2,46 + a + 81,139 + 14,8$;
2) $m + 0,47 + 5,062 + m + 43,295$;
3) $x + 0,3 + 0,9007 + 4,58 + 3x$;
4) $7c + 236,7 + 2c + 0,82 + 4,325$.

896. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$14,36 \xrightarrow{+18,54} a \xrightarrow{-27,032} b \xrightarrow{+x} 10.$$

897. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$39,8 \xrightarrow{-14,48} a \xrightarrow{+x} 74,123 \xrightarrow{-y} 40,2.$$

898. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы сложение (вычитание) было выполнено верно:

$\begin{array}{r} + 17, * 4 \\ * *, 5 * \\ \hline 105, 23 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2) + *, 53 * \\ + 6, 9 * 8 \\ \hline 20, * 27 \\ * 0, 041 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3) - 72, ** \\ - 3 *, 59 \\ \hline * 2, 69 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4) - 9 *, 7 * 5 \\ * 4, * 6 * \\ \hline 34, 841 \end{array}$
--	--	---	--

899. Как изменится сумма, если:

- 1) одно из слагаемых увеличить на 6,8, а второе — на 4,25;
2) одно из слагаемых увеличить на 14,3, а второе уменьшить на 7,15;
3) одно из слагаемых увеличить на 3,2, а второе уменьшить на 3,2?

900. Как изменится разность, если:

- 1) уменьшаемое увеличить на 9,25;
2) уменьшаемое уменьшить на 7,6;
3) вычитаемое увеличить на 12,2;
4) вычитаемое уменьшить на 17,96;
5) уменьшаемое увеличить на 0,4, а вычитаемое — на 0,3;
6) уменьшаемое увеличить на 2,3, а вычитаемое уменьшить на 1,7;
7) уменьшаемое уменьшить на 6,1, а вычитаемое увеличить на 3,4?

901. Выразите данные величины в дециметрах и выполните действия:

- 1) $2,34 \text{ дм} - 18 \text{ см}$; 4) $5,63 \text{ м} + 2 \text{ 345 см}$;
2) $9,6 \text{ дм} + 4 \text{ см}$; 5) $9 \text{ м } 8 \text{ дм } 3 \text{ см} - 25 \text{ см } 8 \text{ мм}$;
3) $49 \text{ дм} - 324 \text{ см}$; 6) $1 \text{ м } 5 \text{ дм } 6 \text{ см} - 16 \text{ см } 9 \text{ мм}$.

- 902.** Выразите данные величины в арах и выполните действия:
 1) $3 \text{ а } 82 \text{ м}^2 + 8 \text{ а } 9 \text{ м}^2$; 4) $41 \text{ а } 5 \text{ м}^2 - 36 \text{ а } 19 \text{ м}^2$;
 2) $28 \text{ а } 7 \text{ м}^2 + 14 \text{ а } 26 \text{ м}^2$; 5) $9 \text{ га } 6 \text{ а } 8 \text{ м}^2 + 18 \text{ а } 10 \text{ м}^2$;
 3) $57 \text{ а } 22 \text{ м}^2 - 48 \text{ а } 4 \text{ м}^2$; 6) $24 \text{ га } 8 \text{ а } 4 \text{ м}^2 - 24 \text{ а } 20 \text{ м}^2$.
- 903.** Выразите данные величины в центнерах и выполните действия:
 1) $9 \text{ ц} - 524 \text{ кг}$; 4) $2,92 \text{ т} + 684 \text{ кг}$;
 2) $8 \text{ ц } 44 \text{ кг} - 836 \text{ кг}$; 5) $7 \text{ т } 6 \text{ ц } 4 \text{ кг} - 8 \text{ ц } 18 \text{ кг}$;
 3) $42 \text{ ц } 5 \text{ кг} + 85 \text{ кг}$; 6) $1 \text{ т } 2 \text{ ц } 3 \text{ кг} - 1 \text{ т } 15 \text{ кг}$.
- 904.** Найдите значение выражения, выбирая удобный порядок вычислений:
 1) $(4,12 + 0,116) - 1,12$; 3) $0,844 - (0,244 + 0,018)$;
 2) $(5,93 + 67,5) - 27,5$; 4) $7,29 - (3,961 + 2,29)$.



Упражнения для повторения

- 905.** От двух пристаней, расстояние между которыми равно 24 км, одновременно в одном направлении отчалили лодка и катер (лодка двигалась впереди катера). Скорость лодки равна 8 км/ч и составляет $\frac{4}{5}$ скорости катера. Через сколько часов после начала движения катер догонит лодку?
- 906.** Длина бассейна равна 12 м, ширина его составляет $\frac{3}{4}$ длины, а глубина — $\frac{2}{3}$ ширины. Водой было наполнено $\frac{11}{18}$ объёма бассейна. Сколько кубических метров воды налили в бассейн?
- 907.** За шоколадку и четыре пирожных заплатили 414 р., а за такую же шоколадку и восемь таких пирожных — 750 р. Сколько рублей стоит шоколадка?



Задача от мудрой совы

- 908.** Хитрый Лисёнок предложил Петру Скупердяйкину: «Каждый раз, когда ты перейдёшь мост, который я заколдую, твои деньги удвоятся. За это будешь мне каждый раз отдавать 24 монеты». Сделал Скупердяйкин так три раза и остался совсем без денег. Сколько денег было у Петра до встречи с Хитрым Лисёнком?



Задание № 5 «Проверьте себя» в тестовой форме

1. Укажите число пять целых девять сотых.
А) 5,9 Б) 5,90 В) 5,09 Г) 5,009
2. Выразите в килограммах 72 г.
А) 0,072 кг Б) 0,72 кг В) 0,0072 кг Г) 7,2 кг
3. Укажите верное неравенство.
А) $13,7 > 13,71$ В) $0,9 < 0,099$
Б) $4,6 > 4,073$ Г) $8,4 < 8,311$
4. Сколько существует натуральных значений x , при которых верно неравенство $4,36 < x < 10,16$?
А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7
5. Округлите число 19,254 до десятых.
А) 19,2 Б) 19,25 В) 19,3 Г) 19,26
6. Высоту ящика измерили в миллиметрах. Округлив результат до сантиметров, получили 15 см. Какой может быть высота ящика в миллиметрах?
А) 156 мм Б) 146 мм В) 155 мм Г) 144 мм
7. Чему равно значение выражения $\frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$?
А) 0,047 Б) 0,1047 В) 0,407 Г) 0,47
8. Чему равна разность 2 400 м – 0,6 км?
А) 2,34 км Б) 2 399,4 м В) 2 340 м Г) 1,8 км
9. Укажите наибольшую десятичную дробь с двумя цифрами после запятой, меньшую 3.
А) 2,09 Б) 2,99 В) 2,90 Г) 1,99
10. Найдите скорость катера против течения реки, если скорость течения равна 1,8 км/ч, а скорость катера по течению — 18 км/ч.
А) 19,8 км/ч Б) 16,2 км/ч
Б) 15,6 км/ч Г) 14,4 км/ч
11. Решите уравнение $12,8 - (x + 4,723) = 1,05$.
А) 2,423 Б) 16,473 В) 9,127 Г) 7,027
12. Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на 3,2, а вычитаемое — на 2,8?
А) уменьшится на 0,4 В) уменьшится на 6
Б) увеличится на 0,4 Г) увеличится на 6

§ 34. Умножение десятичных дробей

Вы уже знаете, что $a \cdot 10 = \underbrace{a + a + \dots + a}_{10 \text{ слагаемых}}$. Например, $0,2 \cdot 10 =$
 $= \underbrace{0,2 + 0,2 + \dots + 0,2}_{10 \text{ слагаемых}}$. Несложно установить, что эта сумма равна 2, т. е.

$$0,2 \cdot 10 = 2.$$

Аналогично можно убедиться, что:

$$5,2 \cdot 10 = 52;$$

$$0,27 \cdot 10 = 2,7;$$

$$1,253 \cdot 10 = 12,53;$$

$$64,95 \cdot 10 = 649,5.$$

Вы, наверное, догадались, что при умножении десятичной дроби на 10 надо в этой дроби перенести запятую вправо на одну цифру.

А как умножить десятичную дробь на 100?

Имеем: $a \cdot 100 = a \cdot 10 \cdot 10$. Тогда:

$$2,375 \cdot 100 = 2,375 \cdot 10 \cdot 10 = 23,75 \cdot 10 = 237,5.$$

Приведённый пример подсказывает, что при умножении десятичной дроби на 100 надо в этой дроби перенести запятую вправо на две цифры.


$$0,57964 \cdot 100 = 57,964;$$

$$3,2 \cdot 100 = 320.$$

Умножим дробь 7,1212 на число 1 000.

$$\text{Имеем: } 7,1212 \cdot 1\,000 = 7,1212 \cdot 100 \cdot 10 = 712,12 \cdot 10 = 7\,121,2.$$

Эти примеры иллюстрируют следующее правило.

 Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1 000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую вправо соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Итак, если запятую перенести вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры, то дробь увеличится соответственно в 10, 100, 1 000 и т. д. раз.

Следовательно, если запятую перенести влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры, то дробь уменьшится соответственно в 10, 100, 1 000 и т. д. раз.

Покажем, что десятичная форма записи дробей даёт возможность умножать их, руководствуясь правилом умножения натуральных чисел.

Найдём, например, произведение $3,4 \cdot 1,23$. Увеличим первый множитель в 10 раз, а второй — в 100 раз. Это означает, что мы увеличили произведение в 1 000 раз.

Следовательно, произведение натуральных чисел 34 и 123 в 1 000 раз больше искомого произведения.



Имеем: $34 \cdot 123 = 4\,182$. Тогда для получения ответа надо число $4\,182$ уменьшить в $1\,000$ раз. Запишем: $4\,182 = 4\,182,0$. Переносим запятую в числе $4\,182,0$ на три цифры влево, получим число $4,182$, которое в $1\,000$ раз меньше числа $4\,182$. Поэтому $3,4 \cdot 1,23 = 4,182$.


Этот же результат можно получить, руководствуясь следующим правилом.

 Чтобы перемножить две десятичные дроби, надо:

- 1) умножить их как натуральные числа, не обращая внимания на запятые;
- 2) в полученном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

В тех случаях, когда произведение содержит меньше цифр, чем требуется отделить запятой, слева перед этим произведением дописывают необходимое количество нулей, а затем переносят запятую влево на нужное количество цифр. Например, $2 \cdot 3 = 6$, тогда $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$; $25 \cdot 33 = 825$, тогда $0,025 \cdot 0,33 = 0,00825$.

В тех случаях, когда один из множителей равен $0,1$; $0,01$; $0,001$ и т. д., удобно пользоваться следующим правилом.

 Чтобы умножить десятичную дробь на $0,1$; $0,01$; $0,001$ и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево соответственно на 1 , 2 , 3 и т. д. цифры.

Например, $1,58 \cdot 0,1 = 0,158$; $324,7 \cdot 0,01 = 3,247$.

Свойства умножения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел:

$$\begin{aligned} ab &= ba && \text{— переместительное свойство умножения,} \\ (ab)c &= a(bc) && \text{— сочетательное свойство умножения,} \\ a(b+c) &= ab+ac && \text{— распределительное свойство умножения} \\ &&& \text{относительно сложения,} \\ a(b-c) &= ab-ac && \text{— распределительное свойство умножения} \\ &&& \text{относительно вычитания} \end{aligned}$$

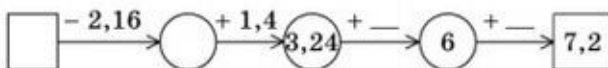


1. Как умножить десятичную дробь на 10 ? На 100 ? На $1\,000$?
2. Как умножить две десятичные дроби?
3. Как умножить десятичную дробь на $0,1$? На $0,01$? На $0,001$?
4. Какие свойства умножения натуральных чисел выполняются и для дробных чисел?



Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. Какое число:
 1) на 2,06 меньше 3,6; 3) в 2 раза больше 27;
 2) на 3,5 больше 7,05; 4) в 5 раз меньше 205?
3. Выполните умножение:
 1) $4 \cdot 1\,000$; 2) $36 \cdot 100$; 3) $72 \cdot 10$; 4) $370 \cdot 100$.
4. Упростите выражение:
 1) $13a \cdot 2b$; 5) $5x - 3x + 4x$;
 2) $28m \cdot 5n$; 6) $7y + 6y - y$;
 3) $6p \cdot 8q \cdot 2c$; 7) $10a - 9a + 8$;
 4) $5a \cdot 4b \cdot 9c$; 8) $8c - 3c + c - 7$.
5. Укажите цифру, которую надо поставить в запись $*{,}4 + *{,}5 + *{,}6 = 7{,}5$ вместо звездочек так, чтобы полученное равенство оказалось верным.
6. Во сколько раз двузначных чисел больше, чем однозначных?



Упражнения

909. Сколько цифр записано справа от запятой в произведении чисел:
 1) 4,2 и 8,14; 2) 9,36 и 19,426; 3) 0,018 и 0,001?
910. Найдите произведение:
 1) $6,58 \cdot 10$; 3) $6,58 \cdot 1\,000$;
 2) $6,58 \cdot 100$; 4) $6,58 \cdot 10\,000$.
911. Выполните умножение:
 1) $9,6 \cdot 10$; 4) $32,97 \cdot 1\,000$;
 2) $0,065 \cdot 100$; 5) $8,1 \cdot 10\,000$;
 3) $7,03 \cdot 100$; 6) $0,028 \cdot 10\,000$.
912. Выполните умножение:
 1) $3,284 \cdot 10$; 3) $4,125 \cdot 1\,000$;
 2) $6,3 \cdot 100$; 4) $924,587 \cdot 100\,000$.
913. Известно, что $428 \cdot 76 = 32\,528$. Поставьте в правой части равенства запятую так, чтобы умножение было выполнено правильно:
 1) $4,28 \cdot 76 = 32\,528$; 4) $42,8 \cdot 0,76 = 32\,528$;
 2) $42,8 \cdot 7,6 = 32\,528$; 5) $0,428 \cdot 7,6 = 32\,528$;
 3) $4,28 \cdot 7,6 = 32\,528$; 6) $0,428 \cdot 0,076 = 32\,528$.

914. Выполните умножение:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $2,4 \cdot 3,6$; | 5) $9,16 \cdot 5,5$; | 9) $6,132 \cdot 5,2$; |
| 2) $2,7 \cdot 5,3$; | 6) $0,37 \cdot 1,9$; | 10) $0,018 \cdot 0,65$; |
| 3) $4,5 \cdot 8,4$; | 7) $42,25 \cdot 6$; | 11) $2,376 \cdot 0,42$; |
| 4) $2,8 \cdot 5,14$; | 8) $3,46 \cdot 0,14$; | 12) $1,35 \cdot 9,214$. |

915. Выполните умножение:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $7,2 \cdot 4,8$; | 5) $8,35 \cdot 1,8$; | 9) $8,4 \cdot 18,454$; |
| 2) $8,1 \cdot 6,5$; | 6) $4,8 \cdot 0,64$; | 10) $0,85 \cdot 0,032$; |
| 3) $5,8 \cdot 2,5$; | 7) $8 \cdot 90,45$; | 11) $0,76 \cdot 5,098$; |
| 4) $3,02 \cdot 7,3$; | 8) $1,16 \cdot 0,29$; | 12) $0,275 \cdot 1,64$. |

916. Выполните умножение:

- | | | |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1) $4,6 \cdot 0,1$; | 3) $436 \cdot 0,001$; | 5) $6,58 \cdot 0,1$; |
| 2) $35,1 \cdot 0,01$; | 4) $729 \cdot 0,0001$; | 6) $6,58 \cdot 0,001$. |

917. Выполните умножение:

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| 1) $57 \cdot 0,1$; | 3) $38,1 \cdot 0,001$; |
| 2) $2,7 \cdot 0,01$; | 4) $0,8 \cdot 0,00001$. |

918. Вычислите:

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1) $0,4^2$; | 2) $0,2^3$; | 3) $1,6^2$; | 4) $0,1^5$. |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

919. Найдите значение выражения:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $12,3 \cdot 0,8 - 5,4 \cdot 1,6$; | 3) $(3,126 - 1,7) \cdot (0,15 + 7,4)$. |
| 2) $(46 - 34,17) \cdot 0,09$; | |

920. Найдите значение выражения:

- | | |
|--|---|
| 1) $5,6 \cdot 0,08 + 0,23 \cdot 2,4$; | 3) $(9,38 + 5,12) \cdot (8,4 - 3,24)$. |
| 2) $(72 - 42,56) \cdot 0,08$; | |

921. Вычислите площадь теннисного корта, длина и ширина которого равны 23,75 м и 10,92 м. Округлите ответ до единиц.

922. Площадь деревянного Кремля, построенного при Иване Калите, равнялась 19,9 га, что в 1,38 раза меньше площади современного Кремля. Сколько гектаров составляет площадь современного Кремля? Ответ округлите до десятых.

923. В первый день регаты яхта «Беда» двигалась 12,6 ч со скоростью 26,5 км/ч, а на следующий день — 10,5 ч со скоростью 28,4 км/ч. Какой путь преодолела яхта за два дня регаты?

924. Фермер продал 12,8 кг вишен по 180 р. за килограмм и 26,5 кг слив по 80 р. за килограмм. За какие фрукты он выручил больше денег и на сколько рублей?



925. В походе группа туристов 8,5 ч шла пешком со скоростью 4,2 км/ч и 9,2 ч плыла по реке на плоту со скоростью 3,5 км/ч. Какое из расстояний, преодоленных туристами, — по суше или по реке — больше и на сколько километров?
926. Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
 1) $0,2 \cdot 32,8 \cdot 5$; 3) $0,8 \cdot 47,5 \cdot 12,5$;
 2) $0,25 \cdot 24,3 \cdot 0,4$; 4) $73 \cdot 0,5 \cdot 0,4$.
927. Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
 1) $0,4 \cdot 17 \cdot 2,5$; 3) $0,05 \cdot 6,73 \cdot 0,2$;
 2) $0,125 \cdot 4,3 \cdot 80$; 4) $0,4 \cdot 0,36 \cdot 5$.
928. Упростите выражение:
 1) $1,3 \cdot 0,2a$; 4) $2,8 \cdot y \cdot 0,5$; 7) $0,27m \cdot 0,3n$;
 2) $0,9b \cdot 8$; 5) $0,6a \cdot 0,08b$; 8) $0,4a \cdot 8 \cdot b \cdot 0,3c$;
 3) $0,23 \cdot 40b$; 6) $1,1x \cdot 1,4y$; 9) $1,2x \cdot 0,3y \cdot 5z$.
929. Упростите выражение и найдите его значение:
 1) $0,5a \cdot 20b$, если $a = 4$, $b = 6,8$;
 2) $0,25x \cdot 0,4y$, если $x = 1,2$, $y = 0,3$;
 3) $4m \cdot 0,5n$, если $m = 0,22$, $n = 100$;
 4) $0,8k \cdot 12,5c$, если $k = 0,58$, $c = 0,1$.
930. Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
 1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$; 3) $0,946 \cdot 26,8 + 0,946 \cdot 23,2$;
 2) $59,8 \cdot 4,9 - 59,7 \cdot 4,9$; 4) $7,54 \cdot 3,24 - 7,54 \cdot 3,14$.
931. Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
 1) $0,47 \cdot 6,32 + 6,32 \cdot 0,53$; 3) $85,6 \cdot 9,2 - 85,3 \cdot 9,2$;
 2) $1,25 \cdot 3,54 + 4,46 \cdot 1,25$; 4) $7,12 \cdot 13,9 - 7,12 \cdot 13,4$.
932. Выразите величины в одинаковых единицах измерения и сравните их:
 1) 1,36 кг и 589,6 г; 4) 92,6 см и 9,24 дм;
 2) 2 396,4 г и 2,278 кг; 5) 31,6 кг и 0,432 ц;
 3) 28,4 мм и 2,84 см; 6) 85,1 ц и 8,09 т.
933. Выразите величины в одинаковых единицах измерения и сравните их:
 1) 6,4 дм и 64,2 см; 3) 4,2 ц и 416,5 кг;
 2) 265,8 см и 2,663 м; 4) 0,8 т и 7,36 ц.
934. При Петре I в России с развитием торговли и промышленности назрела необходимость приведения в определённую систему различных мер. Были утверждены такие единицы длины: верста, сажень, аршин, вершок. Верста была равна 500 сажням, сажень — 3 аршинам, аршин — 16 вершкам. Скольким километрам равна верста, если вершок равен 4,445 см?



935. В старину в России пользовались такими мерами массы: пуд, фунт, золотник. Пуд был равен 40 фунтам, фунт — 96 золотникам. Скольким килограммам равен пуд, если золотник равен 4,266 г? Ответ округлите до сотых.
936. Из одного села в одном направлении одновременно выехали два велосипедиста. Один из них ехал со скоростью 11,4 км/ч, а второй — со скоростью 9,8 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 6,5 ч после начала движения?
937. Из одного порта в другой одновременно вышли теплоход и катер. Скорость теплохода равна 26,3 км/ч, а скорость катера — 30,8 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 5,4 ч после начала движения?
938. С одной станции в противоположных направлениях одновременно отправились два поезда. Один из них двигался со скоростью 63,4 км/ч, а второй — со скоростью 58,6 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 9,3 ч после начала движения?
939. Из одного города в противоположных направлениях одновременно отправились два автомобиля. Скорость одного автомобиля равна 72,5 км/ч, что на 8,7 км/ч больше, чем скорость второго. Какое расстояние будет между ними через 7,6 ч после начала движения?
940. Из двух городов навстречу друг другу одновременно выехали велосипедист и легковой автомобиль. Велосипедист ехал со скоростью 13,8 км/ч, а автомобиль — в 6,3 раза быстрее. Найдите расстояние между городами, если велосипедист и автомобиль встретились через 4,5 ч после начала движения.
941. Из двух сёл навстречу друг другу одновременно начали движение велосипедист и пешеход. Пешеход шёл со скоростью 3,2 км/ч, что в 4,2 раза меньше скорости велосипедиста. Найдите расстояние между сёлами, если велосипедист и пешеход встретились через 1,6 ч после начала движения.
942. Найдите значение выражения:
1) $(8,2 \cdot 0,45 + 14,71) \cdot 3,8 - 49,436$;
2) $(3,6 \cdot 4,25 - 0,7) \cdot 5,9 + 7,9 \cdot 0,2$;
3) $0,7 \cdot (34,1 - 18,4) + 0,5 \cdot 18,6 - (9,8 + 1,6) \cdot 1,4$.
943. Найдите значение выражения:
1) $(2,35 \cdot 6,8 - 6,793) \cdot 0,4 + 1,3252$;
2) $3,4 \cdot 6,5 - 0,25 \cdot (17,6 \cdot 1,5 + 3,28)$;
3) $(36,8 - 15,3) \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 12,4 - (18,6 - 13,8) \cdot 0,5$.
944. На какое число надо умножить число 7,08, чтобы получить:
1) 70,8; 2) 7 080; 3) 0,708; 4) 0,000708?

945. На какое число надо умножить число 0,47, чтобы получить:
 1) 47; 3) 0,047;
 2) 47 000; 4) 0,000047?
946. Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
 1) $6,5 \cdot 2,46 - 6,5 \cdot 2,29 - 6,5 \cdot 0,17$;
 2) $12,36 \cdot 1,39 + 1,11 \cdot 12,36 - 2,5 \cdot 4,36$.
947. Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:
 1) $0,37 \cdot 4,6 - 1,8 \cdot 0,37 + 0,37 \cdot 7,2$;
 2) $6,74 \cdot 0,13 + 0,47 \cdot 6,74 + 0,6 \cdot 1,76$.
948. Упростите выражение и найдите его значение:
 1) $0,13p + 0,47p$, если $p = 0,14$;
 2) $0,072b - 0,043b$, если $b = 5,4$;
 3) $3,8x + 1,7x - 5,4x + 0,1x$, если $x = 0,678$;
 4) $8,6c - 3,5c - 0,1c + 0,296$, если $c = 0,58$.
949. Упростите выражение и найдите его значение:
 1) $3,4x + 5,6x$, если $x = 0,08$;
 2) $5,4a - 3,9a$, если $a = 0,26$;
 3) $1,8m - 0,5m + 0,7m$, если $m = 3,94$;
 4) $0,19z - 0,12z + 0,33z - 1,92$, если $z = 8,2$.
950. Лодка плыла 1,8 ч по течению реки и 2,6 ч против течения. Какой путь проплыла лодка за всё время движения, если скорость течения равна 2,4 км/ч, а собственная скорость лодки — 18,9 км/ч?
951. Теплоход шёл 4,5 ч против течения и 0,8 ч по течению реки. Какой путь прошёл теплоход, если его скорость против течения равна 24,6 км/ч, а скорость течения — 1,8 км/ч?
952. 1) Одна из сторон прямоугольника равна 2,3 м, что на 3,4 м меньше соседней стороны. Вычислите площадь и периметр прямоугольника.
 2) Сторона квадрата равна 3,2 см. Вычислите его площадь и периметр.
953. Одна из сторон прямоугольника равна 5,8 дм, что на 1,3 дм больше соседней стороны. Вычислите площадь и периметр прямоугольника.
954. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 4,6 см, 2,4 см и 3,6 см. Найдите: 1) сумму длин всех его рёбер; 2) площадь его поверхности; 3) его объём.
955. Ребро куба равно 0,6 дм. Найдите: 1) сумму длин всех его рёбер; 2) площадь его поверхности; 3) его объём.
956. Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 4,5 см, что в 2 раза меньше его длины и на 0,9 см больше его высоты. Найдите: 1) сумму длин всех его рёбер; 2) площадь его поверхности; 3) его объём.

957. Мама поручила Саше купить 1,5 кг печенья, 0,8 кг вафель и 0,5 кг конфет. Хватит ли Саше 1400 р., если 1 кг печенья стоит 450 р., 1 кг вафель — 440 р., а 1 кг конфет — 600 р.?
958. К своему дню рождения Буратино купил 12 кг шоколадных конфет по 3,4 сольдо за килограмм, 7,5 кг зефира по 2,6 сольдо и 14 бутылок лимонада по 1,5 сольдо за бутылку. Сколько денег осталось у Буратино, если сначала у него было 100 сольдо?



Упражнения для повторения

959. Ваня коллекционирует монеты и значки. Треть четверти всех монет составляет 12 монет, а четверть трети всех значков — 12 значков. Чего больше, монет или значков, у Вани в коллекции?
960. Длина прямоугольного листа бумаги равна 50 см, а ширина — 12 см. Сколько квадратов площадью 100 см^2 можно вырезать из этого листа бумаги?
961. Из плохо закрытого по небрежности водопроводного крана каждую секунду вытекает одна капля воды. 1) Сколько граммов воды вытечет за сутки, если масса 100 капель равна 7 г? Округлите ответ до тысячи граммов и выразите в килограммах. 2) Сколько тонн воды вытечет за сутки, если в городе 120 000 квартир, в каждой из которых плохо закрыт кран? 3) Сколько дней можно было бы поливать вытекшей во всём городе водой огород площадью 10 а, на котором высажена капуста, если для полива 1 м^2 огорода требуется 15 л воды в сутки?



Задача от мудрой совы

962. В пятых классах учатся 100 учеников. Из них 75 учеников изучают немецкий язык, 85 учеников — французский, а 10 учеников не изучают ни один из этих языков. Сколько учеников изучают только французский язык, а сколько — только немецкий?

§ 35. Деление десятичных дробей

Вы знаете, что разделить натуральное число a на натуральное число b — значит найти такое натуральное число c , которое при умножении на b даёт число a . Это утверждение остаётся верным, если хотя бы одно из чисел a , b , c является десятичной дробью.

Рассмотрим несколько примеров, в которых делителем является натуральное число.

$$1,2 : 4 = 0,3, \text{ так как } 0,3 \cdot 4 = 1,2;$$

$$2,5 : 5 = 0,5, \text{ так как } 0,5 \cdot 5 = 2,5;$$

$$1 : 2 = 0,5, \text{ так как } 0,5 \cdot 2 = 1.$$

А как быть в тех случаях, когда деление не удаётся выполнить устно?

Например, как разделить 43,52 на 17?

Увеличив делимое 43,52 в 100 раз, получим число 4 352. Тогда значение выражения $4\ 352 : 17$ в 100 раз больше значения выражения $43,52 : 17$. Выполнив деление уголком, вы легко установите, что $4\ 352 : 17 = 256$. Здесь делимое увеличено в 100 раз. Значит, $43,52 : 17 = 2,56$. Заметим, что $2,56 \cdot 17 = 43,52$, что подтверждает правильность выполнения деления.

Частное 2,56 можно получить иначе. Будем делить 43,52 на 17 уголком, не обращая внимания на запятую. При этом запятую в частном следует поставить непосредственно перед тем, как будет использована первая цифра после запятой в делимом:

	4	3,	5	2	1	7		
-	3	4			2,	5	6	
		9	5					
-		8	5					
		1	0	2				
-		1	0	2				
				0				

Если делимое меньше делителя, то целая часть частного равна нулю. Например:

1	7	8	1	1	3					7	8	4	3	3	4	1			
0				0	1	3	7			0				0	0	2	3		
1	7									7	8								
1	3									0									
	4	8								7	8	4							
	3	9								6	8	2							
		9	1							1	0	2	3						
		9	1							1	0	2	3						
		0																	
			0																

Рассмотрим ещё один пример. Найдём частное $3,1 : 5$. Имеем:

3	1	5			
0		0	6		
3	1				
3	0				
	1	?			

Мы остановили процесс деления, потому что цифры делимого закончились, а в остатке нуль не получили. Вы знаете, что десятичная дробь не изменится, если к ней справа приписать любое количество нулей. Тогда становится понятным, что цифры делимого закончиться не могут. Имеем:

3	1	0	5		
0			0	6	2
3	1				
3	0				
	1	0			
	1	0			
		0			

Теперь мы можем находить частное двух натуральных чисел, когда делимое не делится нацело на делитель. Например, найдём частное $31 : 5$. Очевидно, что число 31 не делится нацело на 5:

3	1	5	
3	0	6	
	1		



- Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную, надо:**
- 1) перенести в делимом и в делителе запятые вправо на столько цифр, сколько их содержится после запятой в делителе;
 - 2) выполнить деление на натуральное число.

Пример 1. Ваня собрал 140 кг яблок и груш, из них 0,24 составляли груши. Сколько килограммов груш собрал Ваня?

Решение. Имеем: $0,24 = \frac{24}{100}$.

1) $140 : 100 = 1,4$ (кг) — составляет $\frac{1}{100}$ яблок и груш.

2) $1,4 \cdot 24 = 33,6$ (кг) — груш было собрано.

Ответ: 33,6 кг. ◀

Пример 2. На завтрак Винни-Пух съел 0,7 бочонка мёда. Сколько килограммов мёда было в бочонке, если Винни-Пух съел 4,2 кг?

Решение. Имеем: $0,7 = \frac{7}{10}$.

1) $4,2 : 7 = 0,6$ (кг) — составляет $\frac{1}{10}$ всего мёда.

2) $0,6 \cdot 10 = 6$ (кг) — мёда было в бочонке.

Ответ: 6 кг. ◀

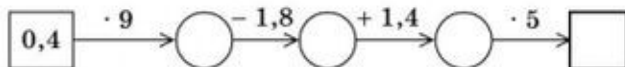


1. Как выполнить деление десятичной дроби на натуральное число уголком?
2. Чему равна целая часть частного, если делимое меньше делителя?
3. Как разделить десятичную дробь на 10? На 100? На 1 000?
4. Как разделить десятичную дробь на десятичную дробь?



Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Решите уравнение:

1) $7x = 749$; 2) $96 : x = 8$; 3) $x \cdot 12 = 12$.

3. Угадайте корень уравнения:

1) $7x = 7,49$; 2) $9,6 : x = 8$; 3) $x \cdot 12 = 0,12$.

4. Чему равно значение выражения:

1) $1,6a + 1,6b$, если $a + b = 100$;

2) $2,5x - 2,5y$, если $x - y = 4$?

5. Вычислите:
 1) периметр равностороннего треугольника со стороной 5,2 см;
 2) периметр квадрата со стороной 7,2 см.
6. Сначала купили 4 шоколадки по 120 р., а затем — 12 булочек по 35 р. Какая покупка дороже и на сколько рублей?
7. Во сколько раз надо увеличить число 0,05, чтобы получить: 1) 5;
 2) 500?



Упражнения

963. Выполните деление:
 1) $56,87 : 10$; 3) $14,49 : 100$; 5) $0,04 : 100$;
 2) $7 : 10$; 4) $12 : 100$; 6) $28 : 1\ 000$.
964. Выполните деление:
 1) $256 : 10$; 3) $3 : 100$; 5) $0,96 : 1\ 000$;
 2) $37,5 : 10$; 4) $70,2 : 100$; 6) $125,7 : 1\ 000$.
965. Найдите частное:
 1) $2,4 : 8$; 4) $0,048 : 12$; 7) $0,5 : 2$;
 2) $0,42 : 7$; 5) $7 : 2$; 8) $19 : 2$;
 3) $5,5 : 5$; 6) $6,36 : 6$; 9) $0,24 : 3$.
966. Выполните деление:
 1) $8,68 : 7$; 5) $9,044 : 38$; 9) $6 : 12$;
 2) $169,2 : 8$; 6) $144,96 : 48$; 10) $1 : 125$;
 3) $89,6 : 28$; 7) $13 : 2$; 11) $7,982 : 26$;
 4) $33,28 : 52$; 8) $21 : 14$; 12) $0,0432 : 36$.
967. Выполните деление:
 1) $85,2 : 6$; 5) $3,198 : 26$; 9) $2 : 8$;
 2) $13,8 : 4$; 6) $453,2 : 22$; 10) $14 : 112$;
 3) $78,2 : 34$; 7) $48,16 : 16$; 11) $45 : 6$;
 4) $11,34 : 42$; 8) $17 : 5$; 12) $0,1242 : 69$.
968. Вычислите:
 1) $21,6 - 12,6 : 18 + 6$; 3) $(21,6 - 12,6) : (18 + 6)$;
 2) $(21,6 - 12,6) : 18 + 6$; 4) $21,6 - 12,6 : (18 + 6)$.
969. Найдите значение выражения:
 1) $3,6 : 9 + 0,18 \cdot 5$;
 2) $70,28 : 14 - 32,8 : 10 + 10,58 : 23$;
 3) $47,04 - 47,04 : (46 + 38)$;
 4) $(140 - 12,32) : 42 + 3,15 \cdot 16$.
970. Выполните действия:
 1) $3,8 \cdot 1,7 - 36,24 : 12$; 3) $22,08 - 22,08 : (74 - 26)$;
 2) $53,4 : 15 + 224 : 100 - 36 : 8$; 4) $(134 - 15,97) : 29 + 4,24 \cdot 35$.

971. Решите уравнение:

- 1) $x \cdot 13 = 132,6$; 4) $9,728x + 7,272x = 4,08$;
2) $64,6 : x = 17$; 5) $38,6x - 16,6x = 14,74$;
3) $x : 14,5 = 4,6$; 6) $1,2x + 4,6x - 2,8x = 0,15$.

972. Решите уравнение:

- 1) $12 \cdot x = 112,8$; 4) $y + 27y = 0,952$;
2) $178,5 : x = 21$; 5) $33m - m = 102,4$;
3) $x : 3,2 = 10,5$; 6) $2,7x - 1,3x + 3,6x = 2$.

973. Преобразуйте в десятичную дробь:

- 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{9}{20}$; 3) $\frac{23}{32}$; 4) $\frac{53}{40}$; 5) $\frac{263}{125}$.

974. Преобразуйте в десятичную дробь:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{19}{25}$; 4) $\frac{19}{8}$; 5) $\frac{47}{200}$.

975. Найдите частное:

- 1) $3,2 : 0,4$; 3) $0,084 : 0,04$; 5) $2,4 : 0,12$;
2) $0,36 : 0,9$; 4) $0,012 : 0,6$; 6) $0,3248 : 0,016$.

976. Выполните деление:

- 1) $45,6 : 2,4$; 5) $9,246 : 0,23$; 9) $3 : 0,016$;
2) $29,88 : 8,3$; 6) $0,18564 : 0,78$; 10) $19,798 : 5,21$;
3) $60 : 1,25$; 7) $0,56 : 0,8$; 11) $0,2278 : 0,067$;
4) $8,4 : 0,07$; 8) $0,026 : 0,65$; 12) $24,1248 : 0,048$.

977. Выполните деление:

- 1) $28,8 : 1,8$; 5) $4,928 : 0,16$; 9) $1 : 0,025$;
2) $12,88 : 4,6$; 6) $0,22274 : 0,43$; 10) $7,488 : 3,12$;
3) $81 : 2,25$; 7) $0,72 : 0,9$; 11) $0,1218 : 0,058$;
4) $9,6 : 0,04$; 8) $0,014 : 0,56$; 12) $6,1244 : 0,061$.

978. Выполните деление:

- 1) $93,42 : 0,1$; 3) $12,7 : 0,01$; 5) $79,35 : 0,001$;
2) $8 : 0,1$; 4) $4 : 0,001$; 6) $4,87 : 0,00001$.

979. Выполните деление:

- 1) $84,6 : 0,1$; 3) $0,73 : 0,01$; 5) $239,16 : 0,001$;
2) $54 : 0,1$; 4) $5 : 0,01$; 6) $1,9 : 0,0001$.

980. Решите уравнение:

- 1) $y \cdot 4,9 = 2,94$; 4) $7,8a + 5,4a = 3,3$;
2) $y \cdot 0,7 = 0,0091$; 5) $1,3x - 0,82x = 6$;
3) $y : 2,3 = 5,6$; 6) $x - 0,28x = 36$.

981. Найдите корень уравнения:

- 1) $9,2 \cdot y = 3,68$; 4) $3,8a + 4,6a = 13,44$;
2) $0,3y = 0,0162$; 5) $b - 0,872b = 32$;
3) $y : 1,2 = 10,2$; 6) $4,9m - 0,1m = 3,84$.



982. Поезд проехал 135,8 км за 2,8 ч. Сколько километров он проедет за 6,2 ч с той же скоростью?
983. За 3,6 кг конфет Буратино заплатил 288 сольдо. Сколько сольдо надо заплатить за 6,5 кг таких конфет?
984. Аладдин купил для обезьянки Абу 6 кг бананов и 8 кг фиников, заплатив за всё 136,4 драхмы. Сколько стоит 1 кг фиников, если 1 кг бананов стоит 10,2 драхмы?
985. Собрали 456,3 кг яблок и груш. Яблоки разложили в 9 ящиков по 23,5 кг в каждый, а груши — поровну в 12 корзинок. Сколько килограммов груш было в каждой корзинке?
986. От проволоки длиной 12 м отрезали кусок, длина которого составляла 0,1 длины всей проволоки. Сколько метров проволоки отрезали?
987. Михаил Степанович собрал в своём саду 320 кг фруктов и ягод, причём виноград составлял 0,01 массы собранного урожая. Сколько килограммов винограда собрал Михаил Степанович?
988. Олег прочитал 0,6 книги, в которой 180 страниц. Сколько страниц прочитал Олег?
989. Катя слепила 120 вареников с вишней и с картошкой, причём вареники с вишней составляли 0,8 всех вареников. Сколько вареников с вишней слепила Катя?
990. Турист прошёл 2,7 км, что составляет 0,1 туристского маршрута. Сколько километров составляет туристский маршрут?
991. Иван Иванович купил сыну шоколадку за 12,5 р., потратив на эту покупку 0,001 полученной премии. Сколько рублей составляет премия Ивана Ивановича?
992. В парке растёт 48 елей, что составляет 0,6 всех деревьев. Сколько деревьев растёт в парке?
993. На птицеферме было 960 цыплят, что составляло 0,8 всех птиц. Сколько всего птиц было на ферме?
994. Найдите значение выражения:
 1) $84 : 0,35 - 4,64 : 5,8 - 60 : 48 + 2,9 : 0,58$;
 2) $40 - (2,0592 : 0,072 - 19,63)$;
 3) $7,67 : 0,65 - (0,394 + 0,7688) : 0,57$.
995. Вычислите:
 1) $2,46 : 4,1 + 15 : 0,25 - 4 : 25 - 14,4 : 0,32$;
 2) $50 - (2,3256 : 0,068 + 9,38)$;
 3) $6,63 : 0,85 - (34 - 30,9248) : 0,62$.
996. Найдите объём куба, сумма длин всех рёбер которого равна 30 дм.
997. Найдите площадь квадрата, периметр которого равен 12,8 см.

- 1008.** Из села Уютное со скоростью $9,4$ км/ч выехал велосипедист. Когда он отъехал от Уютного на $1,26$ км, следом выехал второй велосипедист со скоростью $11,2$ км/ч. За какое время второй велосипедист догонит первого?
- 1009.** Мыши увидели кота Леопольда на расстоянии $30,4$ м и бросились в погоню. Через сколько минут мыши догонят кота, если Леопольд убегает со скоростью $298,8$ м/мин, а мыши догоняют его со скоростью 302 м/мин?



- 1010.** Моторная лодка проплыла $28,64$ км по течению реки и $52,16$ км против течения. Сколько времени плыла лодка, если её собственная скорость равна $34,2$ км/ч, а скорость течения — $1,6$ км/ч?
- 1011.** Катер прошёл $54,9$ км по течению реки и $60,49$ км против течения. На сколько минут дольше шёл катер против течения, чем по течению, если скорость катера в стоячей воде равна $28,4$ км/ч, а скорость течения — $2,1$ км/ч?
- 1012.** На три участка поля площадью $8,4$ га, $6,8$ га и $5,2$ га было завезено удобрение: на первый — навоз, на второй — торф, а на третий — смесь навоза и торфа (в одинаковом количестве на 1 га). Урожай ржи с этих участков соответственно составил: 63 ц, $61,2$ ц и $57,2$ ц. Какое удобрение лучше влияет на урожайность ржи?
- 1013.** На двух участках площадью по $5,4$ га каждый вырастили $30,24$ ц льна и $49,68$ ц ячменя, не внося удобрений. На двух других участках площадью по $7,5$ га каждый вырастили $39,75$ ц льна и $170,25$ ц ячменя, но уже с использованием удобрений. Сравните урожайность льна и ячменя, выращенных с удобрениями и без них.

- 1014.** Площадь прямоугольника равна площади квадрата со стороной 2,1 см. Одна из сторон прямоугольника равна 0,9 см. Вычислите периметр прямоугольника.
- 1015.** Площадь прямоугольника равна $5,76 \text{ м}^2$, а одна из его сторон — 3,6 м. Вычислите периметр прямоугольника.
- 1016.** Пользуясь формулой объёма прямоугольного параллелепипеда $V = Sh$, вычислите:
- 1) площадь S основания, если $V = 9,12 \text{ см}^3$, $h = 0,6 \text{ см}$;
 - 2) высоту h , если $V = 76,65 \text{ см}^3$, $S = 10,5 \text{ см}^2$.
- 1017.** Первый насос перекачивает $18,56 \text{ м}^3$ воды за 3,2 ч, а второй — $22,32 \text{ м}^3$ воды за 3,6 ч. У какого из насосов скорость перекачивания воды больше и на сколько кубических метров?
- 1018.** Кролики Серенький и Беленький собирали капусту. Серенький собрал 65,34 кг за 5,4 ч, а Беленький — 76,32 кг за 7,2 ч. У кого из кроликов производительность труда (количество собранной капусты за 1 ч) выше и на сколько килограммов?
- 1019.** За несколько месяцев школьная библиотека потратила 4 936 р. на покупку книг. За первый месяц было потрачено 0,4 этой суммы, а за второй — 0,35 оставшейся суммы. Сколько денег было потрачено за второй месяц?
- 1020.** Было отремонтировано 456,8 км дороги. За первую неделю отремонтировали 0,15 дороги, а за вторую — 0,3 остатка. Сколько километров дороги отремонтировали за вторую неделю работы?
- 1021.** Одно из слагаемых равно 2,88, что составляет 0,36 суммы. Найдите второе слагаемое.
- 1022.** Найдите разность двух чисел, если вычитаемое равно 65,8 и оно составляет 0,28 уменьшаемого.

1023. Найдите число, 0,85 которого равно 0,68 от числа 50.

1024. Найдите 0,128 числа, 0,32 которого равно 80.

1025. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы деление было выполнено верно:

$$1) \begin{array}{r} * , * * \quad | \quad * 9 \\ \underline{2 * } \quad | \quad * , 1 * \\ * * \\ - \quad \underline{5 8} \\ 0 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} * , * 5 \quad | \quad 3 9 \\ \underline{7 * } \quad | \quad * , * * \\ * * * \\ - \quad \underline{* * *} \\ 0 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} * , * 1 \quad | \quad * 9 \\ \underline{2 * } \quad | \quad * , * * \\ * * * \\ - \quad \underline{* * *} \\ 0 \end{array}$$

1026. Когда мальчик прочитал 0,35 книги, а потом ещё 0,1 книги, то оказалось, что он прочитал на 15 страниц меньше половины книги. Сколько страниц в книге?

1027. Если в некоторой десятичной дроби перенести запятую вправо через одну цифру, то она увеличится на 62,01. Найдите эту дробь.
1028. Моторная лодка за 3,5 ч проплыла 43,4 км по течению реки и за 4,5 ч проплыла 39,6 км против течения. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения.



Упражнения для повторения

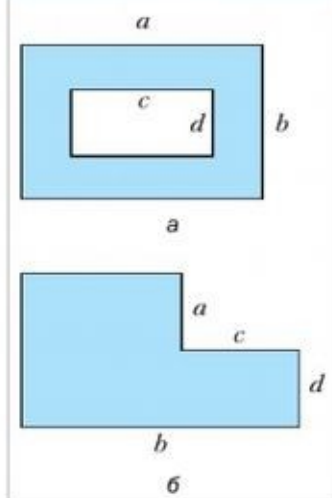
1029. Луч OC делит развёрнутый угол AOB на два угла так, что угол AOC на 50° больше угла BOC . Найдите градусные меры углов AOC и BOC .
1030. Луч OC делит прямой угол AOB на два угла так, что угол AOC в 4 раза меньше угла BOC . Найдите градусные меры углов AOC и BOC .
1031. Составьте выражение для вычисления площади закрашенной фигуры, изображённой на рисунке 211.



Задача от мудрой совы

1032. Семь карандашей стоят дороже восьми тетрадей. Что дороже: восемь карандашей или девять тетрадей?

Рис. 211



§ 36. Среднее арифметическое. Среднее значение величины

Рассмотрим такой пример. Пусть сумма возрастов 11 игроков одной футбольной команды равна 242 годам. Заметим, что $242 : 11 = 22$. Означает ли это, что все футболисты в команде обязательно одногодки и каждому из них 22 года? Конечно нет. В команде могут быть футболисты, возраст которых как больше, так и меньше 22 лет. В таких случаях говорят, что **средний** возраст футболиста команды равен 22 годам. Это число получили как частное от деления суммы возрастов всех футболистов на их количество.



Средним арифметическим нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

Говоря о значениях каких-то величин, часто имеют в виду их средние значения. Например, когда говорят, что с 1 га поля собрали 38 ц пшеницы, то это не означает, что с каждого гектара поля было собрано именно такое количество центнеров пшеницы. Эту величину получили, разделив массу всего урожая, выраженную в центнерах, на площадь всего поля, выраженную в гектарах. Величина 38 ц является *средней урожайностью* с 1 га данного поля.

Ещё один пример. Если автомобиль проехал 120 км за 1,5 ч, то, разделив длину пути на время, получим *среднюю скорость* движения автомобиля. Она равна 80 км/ч. При этом автомобиль мог останавливаться, ехать со скоростью большей либо меньшей, чем 80 км/ч.

Средний возраст футболиста команды, средняя за один матч результативность футболиста, среднее количество молока, потребляемое одним жителем России в год, и т. п. также являются примерами *средних значений величин*.

В повседневной жизни мы часто встречаемся со средними значениями величин. Например, приведём таблицу потребления некоторых продуктов питания в России (в килограммах на человека в год).

Наименование продукта	Год			
	2000	2005	2007	2008
Мясо и мясопродукты	45	55	61	66
Молоко и молочные продукты	215	235	242	243
Сахар	35	38	39	40
Растительное масло	9,9	12,2	12,8	12,7
Хлебные продукты	117	121	121	120

Такую таблицу могут использовать, например, экономисты и диетологи в своих исследованиях, выводах и рекомендациях, крупные производители и поставщики сельхозпродукции при планировании своей деятельности.

Пример 1. Автомобиль ехал 4 ч со скоростью 54 км/ч и 2 ч со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всём пути.

Решение. 1) $54 \cdot 4 = 216$ (км) — проехал автомобиль со скоростью 54 км/ч.

- 2) $60 \cdot 2 = 120$ (км) — проехал автомобиль со скоростью 60 км/ч.
 3) $216 + 120 = 336$ (км) — весь путь, пройденный автомобилем.
 4) $4 + 2 = 6$ (ч) — общее время движения автомобиля.
 5) $336 : 6 = 56$ (км/ч) — средняя скорость движения автомобиля.
 Ответ: 56 км/ч. ◀

Пример 2. Мама купила 2,4 кг печенья одного вида по 360 р. за килограмм и 3,6 кг печенья второго вида. Средняя цена купленного печенья составляет 270 р. за килограмм. Сколько стоит килограмм печенья второго вида?

- Решение. 1) $2,4 + 3,6 = 6$ (кг) — печенья купила мама.
 2) $270 \cdot 6 = 1\,620$ (р.) — стоит всё печенье.
 3) $360 \cdot 2,4 = 864$ (р.) — стоит печенье первого вида.
 4) $1\,620 - 864 = 756$ (р.) — стоит печенье второго вида.
 5) $756 : 3,6 = 210$ (р.) — цена 1 кг печенья второго вида.
 Ответ: 210 р. ◀

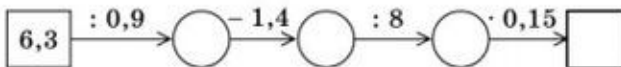


1. Что называют средним арифметическим нескольких чисел?
2. Приведите примеры средних значений величин.



Решаем устно

1. Заполните цепочку вычислений:



2. Найдите четвертую часть разности $5,2 - 2,4$.
3. Найдите пятую часть произведения $1,8 \cdot 1,5$.
4. От села до станции 2 км. Успеет ли пешеход на поезд, если выйдет из села за 0,6 ч до отхода поезда и будет двигаться со скоростью 2,5 км/ч?



Упражнения

1033. Найдите среднее арифметическое чисел:

- 1) 10,3 и 9,1;
- 2) 2,8; 16,9 и 22.

1034. Найдите среднее арифметическое чисел:

- 1) 4,2 и 2,1;
- 2) 3,9; 6; 9,18 и 15,8.

1035. В течение недели в 8 ч утра Саша измерял температуру воздуха. Он получил такие результаты: 20 °С; 18 °С; 16 °С; 15 °С; 14 °С; 17 °С; 19 °С. Найдите среднее значение проведённых измерений.

1036. Найдите среднюю оценку по математике учащихся вашего класса за II четверть. Ответ округлите до единиц.

1037. 1) Поезд ехал 4 ч со скоростью 64 км/ч и 5 ч со скоростью 53,2 км/ч. Найдите среднюю скорость поезда на протяжении всего пути.

2) В автомастерской работает 10 человек. У двоих из них месячная зарплата составляет 22 800 р., у четверых — 28 000 р., у троих 31 000 р., а у одного 32 000 р. Какова средняя зарплата работников мастерской?

1038. 1) Автомобиль ехал 3 ч со скоростью 56,4 км/ч и 4 ч со скоростью 62,7 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всём пути.

2) Фермер собрал с каждого гектара поля площадью 30 га по 30,2 ц пшеницы, а с каждого гектара поля площадью 20 га — по 32,3 ц пшеницы. Какой средний урожай с одного гектара собрал фермер?

1039. Среднее арифметическое чисел 7,8 и x равно 7,2. Найдите x .

1040. Среднее арифметическое чисел 6,4 и y равно 8,5. Найдите y .

1041. Среднее арифметическое двух чисел, одно из которых в 4 раза меньше второго, равно 10. Найдите эти числа.

1042. Среднее арифметическое двух чисел, одно из которых на 4,6 больше второго, равно 8,2. Найдите эти числа.

1043. Отметьте на координатном луче числа a и b и их среднее арифметическое, если: 1) $a = 2$, $b = 6$; 2) $a = 4$, $b = 7$. Как расположена точка, соответствующая среднему арифметическому чисел a и b , относительно точек, соответствующих числам a и b ?

1044. Принимаемая участие в математической олимпиаде, Дима решил 10 задач. За каждую задачу он мог получить не более 12 баллов. За первые восемь задач мальчик получил среднюю оценку 7 баллов. Сколько баллов получил Дима за каждую из оставшихся двух задач, если среднее количество баллов за одну задачу составляло 8 баллов?

1045. Автомобиль ехал 3,4 ч по шоссе со скоростью 90 км/ч и 1,6 ч по грунтовой дороге. С какой скоростью ехал автомобиль по грунтовой дороге, если средняя скорость на протяжении всего пути составляла 75,6 км/ч?

1046. Купили 2 кг конфет одного вида по 255 р. за килограмм, 4 кг конфет второго вида по 285 р. за килограмм и ещё 3 кг конфет третьего вида. Средняя цена купленных конфет составляла 260 р. за килограмм. Сколько стоил килограмм конфет третьего вида?

1047. Среднее арифметическое четырёх чисел равно 2,1, а среднее арифметическое трёх других чисел — 2,8. Найдите среднее арифметическое этих семи чисел.

1048. Среднее арифметическое семи чисел равно 10,2, а среднее арифметическое трёх других чисел — 6,8. Найдите среднее арифметическое этих десяти чисел.

1049. Средний возраст одиннадцати футболистов команды равен 22 годам. Во время игры одного из футболистов удалили с поля, после чего средний возраст оставшихся игроков составил 21 год. Сколько лет было футболисту, который покинул поле?



1050. На сколько среднее арифметическое всех чётных чисел от 1 до 1 000 включительно больше, чем среднее арифметическое всех нечётных чисел от 1 до 1 000 включительно?

1051. Семь гномов собрались вечером вокруг костра. Оказалось, что рост каждого гнома равен среднему арифметическому роста двух его соседей. Докажите, что все гномы были одного роста.



Упражнения для повторения

1052. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$1) 9,88 \xrightarrow{:a} 3,8 \xrightarrow{-b} 1,74 \xrightarrow{\cdot c} 6,09;$$

$$2) 6,2 \xrightarrow{\cdot x} 17,36 \xrightarrow{+y} 20,1 \xrightarrow{:z} 1,5.$$

1053. 1) Периметр прямоугольника равен 36,8 см, а одна из его сторон — 13,8 см. Вычислите площадь прямоугольника.

2) Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 7,2 см, что составляет 0,8 его длины и 0,18 его высоты. Вычислите объём параллелепипеда.

1054. В 25 банок разлили поровну 32 кг мёда. Сколько мёда налили в каждую банку? Ответ округлите до десятых.



Задача от мудрой совы

1055. Одновременно на сковороду можно положить двух карасей. Чтобы поджарить одного карася с одной стороны, нужна 1 мин. Можно ли за 3 мин поджарить с двух сторон трёх карасей?

§ 37. Проценты. Нахождение процентов от числа

На практике люди часто пользуются сотыми частями величин. Например, сотая часть гектара — 1 ар (1 сотка), сотая часть века — 1 год, сотая часть рубля — 1 копейка, сотая часть метра — 1 сантиметр.

Для сотой части величины или числа придумали специальное название — один **процент** (от лат. *pro centum* — «на сто») и обозначение — 1 %. Чтобы найти 1 % величины, надо её значение разделить на 100.

Например, 1 % от 300 кг равен 3 кг. Действительно, $300 \text{ кг} : 100 = 3 \text{ кг}$.

Поскольку 1 % составляет $\frac{1}{100}$ величины, то, например, 3 % составляют $\frac{3}{100}$ величины.

Так, 3 % от 1 км составляют $\frac{3}{100}$ километра, т. е. 30 м.

Заметим, что 100 % величины составляют $\frac{100}{100}$ величины, т. е. 100 % величины — это вся величина.

Например, если говорят, что работа выполнена на 100 %, то выполнена вся работа; если турист прошёл 100 % маршрута, то он прошёл весь маршрут.

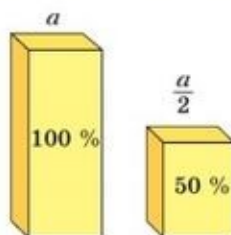
Если мы хотим показать, как изменилась величина, то это можно сделать с помощью процентов. Для этого начальное значение величины принимают за 100 %.

Например, если спортивную секцию посещали 12 учащихся, а стали посещать 24, то говорят, что количество членов секции увеличилось на 100 %. Если во время новогодней распродажи мобильный телефон стал стоить в два раза дешевле, то говорят, что его цена снизилась на 50 %. Вообще, если величина стала в два раза больше, то она увеличилась на 100 % (рис. 212), а если величина стала в два раза меньше, то она уменьшилась на 50 % (рис. 213).

Рис. 212



Рис. 213



Любое количество процентов можно записать в виде десятичной дроби или натурального числа. Для этого нужно число, стоящее перед знаком %, разделить на 100.

Например, $23\% = 0,23$; $80\% = 0,80 = 0,8$; $300\% = 3$.

Также можно выполнить обратное преобразование, т. е. записать десятичную дробь или натуральное число в процентах. Для этого нужно число умножить на 100 и к результату приписать знак %.

Например, $1,4 = 140\%$; $0,02 = 2\%$; $7 = 700\%$.

Часто для того, чтобы иметь более точное представление о величине, удобно выразить её в процентах. Предположим, что ты в этом полугодии получил девять пятёрок по математике — это много или мало? Ответить на этот вопрос нельзя, ведь неизвестно, сколько всего оценок по математике ты получил в этом полугодии и какую часть из них составляют пятёрки. А вот если сказать, что в этом полугодии из твоих оценок по математике 90 % — пятёрки, то сразу становится понятным: ты очень хорошо знаешь этот предмет.

Пример 1. Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Решение. 1) $15 : 100 = 0,15$ (кг) — составляет 1 % массы всей клубники.

2) $0,15 \cdot 6 = 0,9$ (кг) — сахара содержится в 15 кг клубники.

Ответ: 0,9 кг. ◀

Решив эту задачу, мы выяснили, сколько составляют 6 % от числа 15. Такую задачу называют задачей на нахождение процентов от числа.

Рассмотрим ещё две задачи.

Пример 2. В магазин завезли 600 кг конфет, печенья и мармелада. 40 % составляли конфеты, 25 % — печенье. Сколько килограммов мармелада завезли в магазин?

Решение. 1) $40 + 25 = 65$ (%) — составляют конфеты и печенье.

2) $100 - 65 = 35$ (%) — составляет мармелад.

3) $600 : 100 = 6$ (кг) — составляет 1 % массы завезённого товара.

4) $6 \cdot 35 = 210$ (кг) — завезли мармелада.

Ответ: 210 кг. ◀

Пример 3. Вкладчик положил в банк 45 000 р. под 9 % годовых. Какая сумма будет у него на счёте через год?

Решение.

Первый способ

1) $45\,000 : 100 = 450$ (р.) — составляет 1 % вклада.

2) $450 \cdot 9 = 4\,050$ (р.) — будет начислено процентных денег на конец года.

3) $45\ 000 + 4\ 050 = 49\ 050$ (р.) — станет на счёте через год.

Второй способ

1) $45\ 000 : 100 = 450$ (р.) — составляет 1 % вклада.

2) $100 + 9 = 109$ (%) — исходной суммы составят деньги на счёте на конец года.

3) $450 \cdot 109 = 49\ 050$ (р.) — станет на счёте через год.

Ответ: 49 050 р. ◀



1. Как называют сотую часть величины или числа?
2. Как найти 1 % величины?
3. Сколько процентов составляет вся величина?
4. Что нужно сделать, чтобы проценты представить десятичной дробью или натуральным числом?
5. Что нужно сделать, чтобы представить десятичную дробь или натуральное число в процентах?



Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. Найдите $\frac{1}{100}$ числа: 1) 300; 2) 70; 3) 9; 4) 54,2; 5) 6,39.
3. В саду росло 400 деревьев, из которых $\frac{17}{100}$ составляли вишни. Сколько вишнёвых деревьев росло в саду?
4. В школе учатся 800 учеников, из которых 0,14 имеют по математике годовую оценку 5 баллов. Сколько учеников имеют пятёрку по математике?
5. Чему равна сумма двух чисел, если она больше одного из них на 3,8, а другого — на 6,4?
6. Чему равно уменьшаемое, если оно больше вычитаемого на 1,9, а разности — на 2,3?



Упражнения

1056. Найдите:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) 1 % от числа 800; | 4) 15 % от числа 60; |
| 2) 1 % от числа 4; | 5) 84 % от числа 140; |
| 3) 12 % от числа 45; | 6) 120 % от числа 50. |

1061. Начертите квадрат, сторона которого в 10 раз больше стороны тетрадной клетки. Закрасьте часть квадрата, площадь которой от площади квадрата составляет:

- 1) 5 %; 3) 20 %; 5) 50 %; 7) 92 %;
2) 10 %; 4) 42 %; 6) 67 %; 8) 100 %.

1062. Запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 1 %; 3) 30 %; 5) 200 %;
2) 8 %; 4) 140 %; 6) 4,5 %.

1063. Запишите в виде десятичной дроби:

- 1) 6 %; 3) 40 %; 5) 160 %;
2) 14 %; 4) 84 %; 6) 600 %.

1064. Запишите в процентах:

- 1) 0,24; 3) 0,4; 5) 1,6;
2) 0,04; 4) 0,682; 6) 8.

1065. Запишите в процентах:

- 1) 0,58; 3) 0,08; 5) 2,5;
2) 0,8; 4) 0,008; 6) 10.

1066. Запишите в виде обыкновенной дроби:

- 1) 50 %; 3) 10 %; 5) 80 %;
2) 25 %; 4) 20 %; 6) 75 %.

1067. Площадь поля равна 420 га. Рожью засеяли 15 % поля. Сколько гектаров засеяли рожью?

1068. Участники авторалли должны были преодолеть 565 км. В первый день было пройдено 72 % маршрута. Сколько километров было пройдено в первый день?

1069. Сплав содержит 8 % меди. Сколько килограммов меди содержится в 360 кг сплава?

1070. В морской воде содержится 6 % соли. Сколько килограммов соли содержится в 250 кг морской воды?

1071. За два дня продали 125 кг яблок, причём в первый день продали 46 % яблок. Сколько килограммов яблок продали во второй день?

1072. Илья Муромец, победив Соловья-разбойника, нашёл в его логове 80 пудов золота и серебра. Золото составляло 45 % сокровищ. Сколько пудов серебра нашёл Илья Муромец?



- 1073.** Дед Устим собрал со своего огорода 1 200 кг овощей. Из них 26 % составляли огурцы, 48 % — картофель, а остальное — капуста. Сколько килограммов капусты собрал дед Устим?
- 1074.** В магазин поступило 200 банок варенья. 24 % этого количества составляли банки с клубничным вареньем, 32 % — с малиновым, а остальное — с вишнёвым. Сколько банок вишнёвого варенья поступило в магазин?
- 1075.** В 2007 г. потребление мяса и мясопродуктов в Российской Федерации составляло 60 кг на душу населения. В 2013 г. потребление мяса и мясопродуктов на душу населения составило 125 % по отношению к 2007 г. Сколько килограммов составило потребление мяса и мясопродуктов на душу населения в 2013 г.?
- 1076.** В 2005 г. потребление яиц в Российской Федерации составляло 250 штук на душу населения. В 2013 г. потребление яиц на душу населения составило 107,2 % по отношению к 2005 г. Каким было потребление яиц на душу населения в 2013 г.?
- 1077.** Во время Русско-турецкой войны 1787—1791 гг. состоялось сражение при реке Рымник. 11 сентября 1789 г. объединённое русско-австрийское войско под командованием великого русского полководца А. В. Суворова разбило стотысячную турецкую армию. Численность войск под руководством Суворова составляла 25 % численности турецкой армии, а численность русских полков составляла 28 % численности русско-австрийского войска. Сколько русских воинов принимало участие в битве при Рымнике?
- 1078.** В саду росло 1 500 деревьев, из них 60 % составляли фруктовые деревья. Вишнёвые деревья составляли 52 % фруктовых деревьев. Сколько вишнёвых деревьев росло в саду?
- 1079.** Убытки акционерного общества «Лебедь, рак и щука» за три летних месяца составили 246 000 р. В июне убытки составили 35 % этой суммы, а финансовые потери за июль составили 110 % июньских потерь. Сколько рублей составили потери акционерного общества в июле?
- 1080.** Длина прямоугольника равна 80 см, его ширина составляет 80 % длины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.
- 1081.** Длина прямоугольного параллелепипеда равна 60 см, его ширина составляет 70 % длины, а высота — 125 % длины. Вычислите объём параллелепипеда.
- 1082.** Ширина прямоугольника равна 40 см, его длина составляет 135 % ширины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.
- 1083.** Сергей Иванович положил в банк 14 000 р. под 10 % годовых. Какая сумма будет на его счёте через год? Через два года?

1084. Отправившись в морское путешествие, экипаж яхты взял с собой 2 400 л пресной воды. Каждую неделю он тратил 15 % того запаса воды, который у него был в начале этой недели. Сколько литров воды осталось через неделю путешествия? Через две недели?

1085. За четыре дня яхта прошла 800 км. В первый день было пройдено 30 % всего расстояния, во второй день — $\frac{5}{8}$ того, что было пройдено в первый день, а в третий день — 128 % того, что было пройдено во второй. Сколько километров прошла яхта в четвёртый день?

1086. Четыре предприятия перевели на счёт краеведческого музея 1 800 000 р. Первое предприятие перечислило 24 % этой суммы, второе — 125 % того, что перечислило первое предприятие, третье — $\frac{4}{9}$ того, что перечислило второе предприятие, а остальную сумму — четвёртое предприятие. Сколько рублей перечислило четвёртое предприятие?



Упражнения для повторения

1087. Инна испекла пирожки с повидлом и угостила ими своих друзей. Они съели 24 пирожка, после чего у Инны осталась $\frac{1}{5}$ всех пирожков. Сколько всего пирожков испекла девочка?

1088. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$1) m \xrightarrow{\cdot 0,75} 15 \xrightarrow{-x} 2,56 \xrightarrow{:n} 3,2;$$

$$2) a \xrightarrow{\cdot 2,6} 27,04 \xrightarrow{+b} 30 \xrightarrow{:c} 125.$$

1089. Иван Трудолюб собрал по 1 200 ц кукурузы с одного гектара поля, площадь которого составляла 12,5 га. Для перевозки урожая он арендовал грузовики, каждый из которых перевозил по 2,5 т и сделал по 15 рейсов. Сколько грузовиков арендовал Иван Трудолюб?

1090. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 260 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного автомобиля равна 70 км/ч, а скорость второго — 60 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через 2,5 ч после начала движения?



Задача от мудрой совы

1091. В 5 классе диктант по русскому языку писали 30 учеников. Петя Ленивец сделал больше всех ошибок — 14. Покажите, что по крайней мере три ученика сделали одинаковое количество ошибок (в этом классе могли быть ученики, которые не сделали ни одной ошибки).

§ 38. Нахождение числа по его процентам

В предыдущем параграфе мы научились находить проценты от данного числа.

Рассмотрим ещё один тип задач на проценты.

Пример 1. В сливочном мороженом содержится 14 % сахара. Сколько килограммов мороженого изготовили, если при этом использовали 49 кг сахара?

Решение. 1) $49 : 14 = 3,5$ (кг) — составляют 1 % всей массы мороженого.

2) $3,5 \cdot 100 = 350$ (кг) — изготовили мороженого.

Ответ: 350 кг. ◀

В этой задаче мы нашли число 350, зная, что число 49 составляет от искомого числа 14 %. Такую задачу называют **задачей на нахождение числа по его процентам**.

Рассмотрим ещё две задачи.

Пример 2. За день рабочий сделал 48 деталей, что составляет 120 % количества деталей, которые он должен сделать по плану. Сколько деталей рабочий должен сделать по плану?

Решение. 1) $48 : 120 = 0,4$ (детали) — составляют 1 % плана.

2) $0,4 \cdot 100 = 40$ (деталей) — рабочий должен сделать за день по плану.

Ответ: 40 деталей. ◀

Пример 3. В роще растут дубы, клёны и берёзы. Дубы составляют 15 % всех деревьев, клёны — 23 %, а берёз 248. Сколько всего деревьев растёт в роще?

Решение. 1) $15 + 23 = 38$ (%) — всех деревьев составляют дубы и клёны.

2) $100 - 38 = 62$ (%) — всех деревьев составляют берёзы.

3) $248 : 62 = 4$ (деревя) — составляют 1 % всех деревьев.

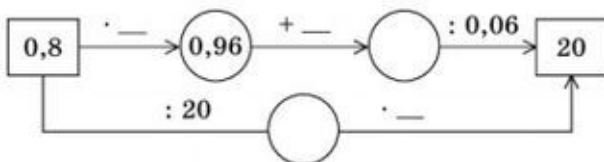
4) $4 \cdot 100 = 400$ (деревьев) — растёт в роще.

Ответ: 400 деревьев. ◀



Решаем устно

1. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



2. Золотую медаль за успехи в учёбе получили 14 выпускников, что составляет $\frac{1}{100}$ всех учащихся школы. Сколько учащихся в этой школе?
3. Возраст Светы составляет $\frac{2}{9}$ возраста её отца. Сколько лет отцу, если Свете 8 лет?
4. Какую часть числа составляют:
 1) 50 % этого числа; 3) 10 % этого числа;
 2) 25 % этого числа; 4) 2 % этого числа?
5. Решите уравнение:
 1) $4x - 2,6x = 42$; 2) $3,9x + 4,2x = 0,81$.
6. Сравните 40 % числа 80 и 80 % числа 40.
7. Одно число составляет 50 % второго. Во сколько раз второе число больше первого?



Упражнения

1092. Заполните таблицу.

1 % числа	6	3	4,2	7,68
Данное число				

1093. Найдите число, если:

- 1) 20 % этого числа равны 40; 3) 280 % этого числа равны 70;
 2) 54 % этого числа равны 81; 4) 320 % этого числа равны 16.

1094. Найдите число, если:

- 1) 1 % этого числа равен 7; 3) 12 % этого числа равны 4,8;
 2) 1 % этого числа равен 0,36; 4) 104 % этого числа равны 260.

1095. За первую неделю турист прошёл 32 км, что составляет 40 % туристского маршрута. Какова длина всего маршрута?

- 1096.** Михаил купил справочник по математике, потратив на него 45 % имевшихся у него денег. Сколько денег было у Михаила, если справочник стоит 144 р.?
- 1097.** Руда содержит 60 % железа. Сколько тонн руды надо взять, чтобы получить 72 т железа?
- 1098.** Раствор содержит 14 % соли. Сколько килограммов раствора надо взять, чтобы получить 49 кг соли?
- 1099.** Банк выплачивает своим вкладчикам 8 % годовых. Сколько денег надо положить в банк, чтобы через год получить 600 р. прибыли?
- 1100.** Масса сушёных слив составляет 15 % массы свежих. Сколько надо взять свежих слив, чтобы получить 36 кг сушёных?
- 1101.** За неделю бригада рабочих отремонтировала 138 м дороги, что составляет 115 % плана. Сколько метров дороги планировали отремонтировать за неделю?
- 1102.** За обедом Пончик съел 28,8 кг варенья, что составило 120 % того, что он планировал съесть. Сколько варенья планировал съесть Пончик за обедом?
- 1103.** Во время сушки яблоки теряют 84 % своей массы. Сколько килограммов свежих яблок надо взять, чтобы получить 24 кг сушёных?
- 1104.** При тушении мясо теряет 24 % своей массы. Сколько килограммов сырого мяса надо взять, чтобы получить 19 кг тушёного?
- 1105.** На обед в харчевне «Три пескаря» лиса Алиса и кот Базилио заказали салат «Оливье», жареного поросёнка и торт-мороженое. Когда им принесли счёт, оказалось, что за салат надо заплатить 28 % суммы, за поросёнка — 54 %, а за торт — остальные 108 сольдо. Сколько сольдо стоил обед Алисы и Базилио?
- 1106.** Трое друзей собирали грибы. Первый собрал 37 % всех грибов, второй — 25 %, а третий — остальные 152 гриба. Сколько всего грибов они собрали?
- 1107.** Длина прямоугольного параллелепипеда равна 50 см, а ширина составляет 24 % длины. Вычислите объём параллелепипеда, если ширина составляет 30 % высоты.
- 1108.** В первый день турист прошёл 7,2 км, во второй день — 150 % того, что в первый. Сколько километров прошёл турист за три дня, если во второй день он прошёл 90 % того, что прошёл в третий?
- 1109.** В саду росли яблони и вишни, причём яблони составляли 41 % всех деревьев. Вишнёвых деревьев было на 54 больше, чем яблонь. Сколько деревьев росло в саду? Сколько среди них было вишнёвых деревьев?

- 1110.** За два дня проложили кабель. В первый день проложили 68 % кабеля, а во второй — на 115,2 м меньше, чем в первый. Сколько всего метров кабеля проложили за два дня? Сколько метров кабеля проложили в первый день?
- 1111.** В саду растут красные, розовые и белые розы. Красные розы составляют 40 % всех роз, розовые — 58 % остальных роз, а белых роз растёт 126. Сколько всего роз растёт в саду?
- 1112.** В первый день Саша прочитал 25 % всей книги, во второй — 68 % оставшихся страниц, а в третий — последние 96 страниц. Сколько всего страниц в книге?
- 1113.** Сколько килограммов картофеля продал магазин за три дня, если в первый день продали 32 % всего картофеля, во второй — 45 % оставшегося, а в третий — 561 кг?

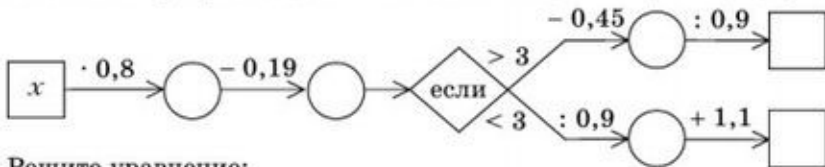
✱

- 1114.** На новогодний праздник в школу завезли три вида мороженого: шоколадное, клубничное и ванильное. Шоколадное составляло 52 % всего мороженого, клубничное — 25 % шоколадного, а ванильное — остальные 140 кг. Сколько килограммов мороженого завезли в школу?
- 1115.** В саду растут розы, гладиолусы и георгины. Розы составляют 60 % всех цветов, гладиолусы — 40 % количества роз, а георгинов растёт 32. Сколько роз растёт в саду?



Упражнения для повторения

- 1116.** Заполните пропуски в цепочке вычислений, если: 1) $x = 2,6$; 2) $x = 8$.



- 1117.** Решите уравнение:

- 1) $0,31x + 1,2 = 1,2124$;
- 2) $0,5x - 17 = 40,52$;
- 3) $4,6 - 0,03x = 1,3$;
- 4) $0,4x + 0,24x - 0,26 = 0,764$.

- 1118.** Ширина Красной площади в Москве равна 130 м. Длина её в 5,34 раза больше ширины. Сколько квадратных метров составляет её площадь? Ответ округлите до тысяч.



Красная площадь

- 1119.** Часовая стрелка курантов на Спасской башне Московского Кремля на 0,31 м короче минутной. Когда часы показывают 18.00, то расстояние между концами стрелок равно 6,25 м. Вычислите длину каждой стрелки.
- 1120.** От двух пристаней, расстояние между которыми равно 63 км, навстречу друг другу одновременно отплыли две моторные лодки. Скорость одной из них равна 16 км/ч. Лодки встретились через 2 ч 6 мин после начала движения. Найдите скорость второй лодки.
- 1121.** Сколько существует двузначных чисел, для записи которых используются только: 1) цифры 0, 2, 4, 6 и 8; 2) цифры 1, 3, 5, 7 и 9? (Цифры могут повторяться.)



Задача от мудрой совы

- 1122.** Для просмотра кинофильма в зрительном зале собрались ученики нескольких школ. Оказалось, что ученики одной из школ составляют 47 % количества зрителей. Сколько всего зрителей было в зале, если в нём 280 мест и более половины мест было занято?

Задание № 6 «Проверьте себя» в тестовой форме

- Сколько цифр записано справа от запятой в произведении чисел 2,64 и 3,72?
А) две цифры В) четыре цифры
Б) три цифры Г) пять цифр
- Чему равна половина одной сотой?
А) 0,5 Б) 0,002 В) 0,02 Г) 0,005
- Упростите выражение $0,2a \cdot 1,5b$.
А) $3ab$ Б) $0,3ab$ В) $0,03ab$ Г) $30ab$
- Чему равно значение выражения $48 : (1,07 + 0,53) - 1,6$?
А) 28,4 Б) 1,4 В) 27,4 Г) 1,54
- Упростите выражение $2,1c - 0,6c + 3,9c$.
А) $5,4c$ Б) $6,6c$ В) $5,8c$ Г) $5,2c$
- Чему равно значение выражения $(36 - 1,8 \cdot 2,7) : 0,9$?
А) 14 Б) 1,4 В) 3,46 Г) 34,6
- В стаде было 200 животных, из них 34 % составляли овцы. Сколько овец было в стаде?
А) 54 овцы Б) 68 овец В) 72 овцы Г) 86 овец
- Сплав содержит 28 % меди. Какова масса сплава, если он содержит 56 т меди?
А) 350 т Б) 300 т В) 250 т Г) 200 т
- Велосипедист проехал 20 км со скоростью 10 км/ч и 15 км со скоростью 5 км/ч. Найдите среднюю скорость движения велосипедиста.
А) 6 км/ч Б) 7 км/ч В) 7,5 км/ч Г) 9 км/ч
- Десять автобусных остановок расположены на прямой улице так, что расстояния между любыми соседними остановками одинаковы. Расстояние между первой и третьей остановками равно 1,2 км. Каково расстояние между первой и последней остановками?
А) 12 км Б) 10,8 км В) 5,4 км Г) 6 км
- На какое наименьшее натуральное число надо умножить число 3,6, чтобы произведение было натуральным числом?
А) 2 Б) 5 В) 10 Г) 20
- В магазин завезли яблоки и груши, причём груши составляли 35 % завезённых фруктов. Яблок было на 126 кг больше, чем груш. Сколько килограммов яблок и груш завезли в магазин?
А) 300 кг Б) 350 кг В) 420 кг Г) 480 кг

Итоги главы 5

Свойства десятичной дроби

- Если к десятичной дроби справа приписать любое количество нулей, то получится дробь, равная данной.
- Если десятичная дробь оканчивается нулями, то эти нули можно отбросить, и при этом получится дробь, равная данной.

Сравнение десятичных дробей

- Из двух десятичных дробей больше та, у которой целая часть больше.
- Чтобы сравнить две десятичные дроби с равными целыми частями и различным количеством цифр после запятой, надо с помощью приписывания нулей справа уравнивать количество цифр в дробных частях, после чего сравнить полученные дроби поразрядно.

Округление десятичных дробей

Для того чтобы десятичную дробь округлить до единиц, десятых, сотых и т. д., надо все следующие за этим разрядом цифры отбросить. Если при этом первая из отбрасываемых цифр равна 0, 1, 2, 3 или 4, то последняя из оставшихся цифр не изменяется; если же первая из отбрасываемых цифр равна 5, 6, 7, 8 или 9, то последняя из оставшихся цифр увеличивается на единицу.

Сложение десятичных дробей

Чтобы сложить две десятичные дроби, надо:

- 1) уравнивать в слагаемых количество цифр после запятой;
- 2) записать слагаемые друг под другом так, чтобы каждый разряд второго слагаемого оказался под соответствующим разрядом первого слагаемого;
- 3) сложить полученные числа так, как складывают натуральные числа;
- 4) поставить в полученной сумме запятую под запятыми в слагаемых.

Вычитание десятичных дробей

Чтобы из одной десятичной дроби вычесть другую, надо:

- 1) уравнивать в уменьшаемом и вычитаемом количество цифр после запятой;

- 2) записать вычитаемое под уменьшаемым так, чтобы каждый разряд вычитаемого оказался под соответствующим разрядом уменьшаемого;
- 3) произвести вычитание так, как вычитают натуральные числа;
- 4) поставить в полученной разности запятую под запятыми в уменьшаемом и вычитаемом.

Умножение десятичных дробей

- Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1 000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую вправо соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.
- Чтобы перемножить две десятичные дроби, надо:
 - 1) умножить их как натуральные числа, не обращая внимания на запятые;
 - 2) в полученном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.
- Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Деление десятичных дробей

- Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную, надо:
 - 1) перенести в делимом и в делителе запятые вправо на столько цифр, сколько их содержится после запятой в делителе;
 - 2) выполнить деление на натуральное число.
- Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1 000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Среднее арифметическое

Средним арифметическим нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

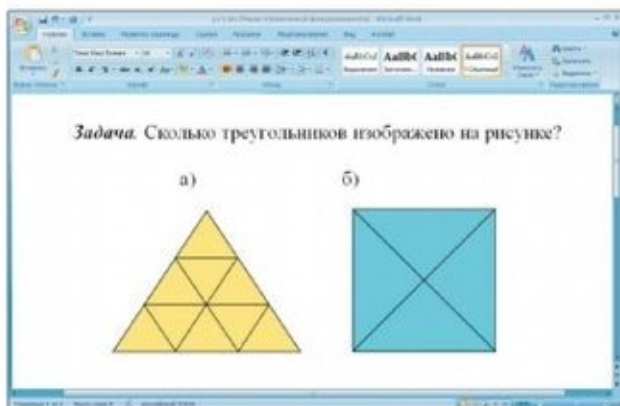
Процент

Процентом называют сотую часть величины или числа.

Дружим с компьютером

Вы, конечно, знаете, что современные компьютеры стали надёжными помощниками людей во многих видах деятельности. И конечно же компьютер поможет вам в изучении математики. Вы сможете:

- пользоваться **калькулятором** для вычислений;
- набирать и оформлять несложные тексты в **текстовом редакторе** (например, *Microsoft Word*);
- составлять таблицы с помощью **редактора таблиц** (например, *Microsoft Excel*);
- пользоваться глобальной сетью **Интернет** и искать в ней информацию;
- рисовать геометрические фигуры.




№ 530. Заполните таблицу.

Делемое	Делитель	Неповное частное	Остаток
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5

Обратим внимание на то, что на уроках математики вы будете рисовать не художественные картинки, а чертежи и схемы. В стандартном графическом редакторе, предназначенном для создания художественных рисунков (например, *Paint*), это делать не совсем удобно и довольно трудоёмко. Поэтому полезно научиться работать с графическим редактором, с помощью которого можно работать с геометрическими фигурами и строить чертежи. Примерами таких программ могут служить редактор рисунков, встроенный в *Microsoft Word*, *CorelDraw*, *Visio* и т. п.

Выберите при помощи учителя графический редактор, которым вы сможете пользоваться и выполнять рисунки к заданиям этого раздела.

Кроме этого, существует много программ, созданных специально для школьников и предназначенных для помощи в изучении математики.

Вы можете выполнять некоторые задания этого учебника с помощью компьютера. Такие упражнения в тексте помечены знаком .

В этом разделе для каждого из таких упражнений приведено дополнительное задание, выполняемое с помощью компьютера (здесь указан номер соответствующего упражнения из текста учебника или, если задание соответствует теоретической части параграфа, — номер этого параграфа).

13. Выполните это задание с помощью калькулятора. Обратите внимание на порядок выполнения действий.
28. Запишите арифметические действия, которые надо выполнить для решения этой задачи, и выполните их с помощью калькулятора.
31. Какие действия надо выполнить, чтобы решить эту задачу с помощью калькулятора?
36. Проверьте результат своих вычислений с помощью калькулятора.
- 47—50. 1) Научитесь изображать отрезки и точки с помощью графического редактора.
2) Каким образом приходится изображать точки, чтобы их было хорошо видно на рисунке?
3) Нарисуйте отрезок. Увеличьте изображение до максимально возможного размера. Как теперь выглядит отрезок? Каковы недостатки этого изображения?
4) Найдите в графическом редакторе инструмент, который информирует о длине нарисованного отрезка. Как использовать этот инструмент для выполнения заданий 47—50?
85. Выполните это задание с помощью графического редактора. Каким образом приходится изображать прямые? Какие особенности надо учесть, проводя прямую через точку на экране компьютера?

(Если вам трудно ответить на этот вопрос, то нарисуйте точку и прямую и увеличьте это изображение до максимально возможного размера.)

- § 5.** Откройте текстовый редактор, графический редактор. Есть ли на экране какие-либо шкалы? Что они обозначают? Какова цена деления шкалы?
- 118.** Выполните это задание с помощью графического редактора. В качестве образца для изображения координатного луча можно взять рисунок 55. Сохраните файл с изображением координатного луча, он пригодится в качестве заготовки для выполнения следующих заданий.
- 137.** Знаете ли вы, какое самое высокое историческое здание в Москве? В Санкт-Петербурге? Найдите в Интернете информацию о знаменитых архитектурных сооружениях этих городов или вашего региона и составьте аналогичную задачу.
- 165.** Найдите в Интернете информацию о старейших учебных заведениях России и об их основателях. В каком веке было основано каждое из них? Каким наукам в них обучали?
- 168.** Проверьте результат своих вычислений с помощью калькулятора.
- 198.** Проверьте результат своих вычислений с помощью калькулятора.
- 201.** В таблице, приведённой в этом задании, перечислены не все планеты Солнечной системы. Пользуясь Интернетом, найдите названия остальных планет и максимальные расстояния от них до Солнца. Составьте таблицу в табличном редакторе. Отсортируйте таблицу так, чтобы планеты располагались в порядке возрастания их расстояния от Солнца. Какие ещё интересные числовые сведения об этих планетах можно включить в таблицу?
- 205.** Найдите в Интернете информацию о площади европейских государств. Составьте в текстовом редакторе таблицу, содержащую сведения о площадях пяти самых больших государств Европы (для России возьмите площадь её европейской части).
- 234.** Найдите в Интернете информацию о выступлениях российской команды школьников на международных математических олимпиадах за последние годы и дополните представленную в учебнике таблицу.
- 251, 252.** Вычислите значения выражений с помощью калькулятора.
- 293.** В каких Олимпийских играх впервые участвовали спортсмены из России? Сколько и какие медали они завоевали? Найдите эти данные в Интернете и составьте аналогичную задачу.

- 296.** Выполните это задание с помощью графического редактора. Есть ли в этом графическом редакторе инструмент, позволяющий определять величину угла?
- § 13.** Нарисуйте с помощью графического редактора произвольный многоугольник. Какие средства графического редактора позволяют изобразить фигуру, равную уже нарисованной?
- 334.** Проверьте правильность своего ответа, выполнив сложение с помощью калькулятора в том порядке, в котором действия записаны в примере.
- 336.** Проверьте правильность своего ответа, найдя в Интернете информацию о высоте этих гор. Составьте с помощью табличного редактора таблицу, содержащую информацию о названии и высоте самой высокой горы каждого материка нашей планеты. Недостающую информацию найдите в Интернете. Отсортируйте информацию в таблице в порядке уменьшения высоты горы. Какую ещё интересную числовую информацию можно включить в эту таблицу?
- 339, 340.** Нарисуйте искомые треугольники с помощью графического редактора. Какие инструменты графического редактора вы будете использовать, чтобы убедиться, что нарисованный треугольник действительно будет обладать нужными свойствами?
- 363.** Нарисуйте с помощью графического редактора фигуру, имеющую ось симметрии. Какие средства этого редактора помогут выполнить это построение автоматически?
Найдите в Интернете изображения, показывающие проявление симметрии в природе и в технике.
- 388.** Проверьте результат своих вычислений с помощью калькулятора.
- 449.** Создайте эту таблицу в табличном редакторе. Можете ли вы сделать так, чтобы значения в пустых ячейках вычислялись автоматически?
- 466.** Запишите формулу, содержащую переменную «расход топлива на 100 км пути» и позволяющую вычислить расстояние, которое можно проехать, израсходовав 1 л бензина.
Найдите в Интернете информацию о расходе топлива нескольких отечественных легковых автомобилей. Составьте в табличном редакторе таблицу.

Марка автомобиля	Расход топлива на 100 км пути	Расстояние, которое можно проехать, израсходовав 1 л бензина

Расстояние задайте с помощью формулы и сделайте так, чтобы оно подсчитывалось автоматически на основании графы «Расход топлива на 100 км пути».

- 476.** Какие единицы измерения длины и массы использовались во Франции времён д'Артаньяна? Чему они равны в пересчёте на современную метрическую систему мер? Какие денежные единицы использовались и как они соотносились между собой? Найдите в Интернете эту информацию и составьте таблицу, которой вы сможете пользоваться при чтении книг о приключениях мушкетёров.
- 559.** Выполните это задание с помощью калькулятора.
- 581.** Решая эту задачу, выполните вычисления с помощью калькулятора.
- § 22.** Обратите внимание на изображения параллелепипеда и пирамиды на рисунках этого параграфа. Почему используются различные типы линий? Научитесь задавать нужный тип линии в графическом редакторе.
- 633.** Проверьте результаты своих вычислений с помощью калькулятора.
- § 24.** Продумайте, как вам было бы удобно использовать табличный редактор для записи всех возможных вариантов при решении комбинаторных задач. Используйте это средство для решения каких-либо задач этого параграфа по вашему выбору.
- 693.** Выполните это задание с помощью графического редактора. Чем вы будете руководствоваться, выбирая размер изображения единичного отрезка на экране?
- 812.** Выполните это задание с помощью графического редактора.
- § 33.** Научитесь складывать и вычитать десятичные дроби с помощью калькулятора. Обратите внимание на то, как вводится запятая. Выполните несколько заданий этого параграфа по вашему выбору с помощью калькулятора.
- 881.** Найдите в Интернете интересную информацию о частях света и составьте аналогичную задачу.
- 882.** Найдите в Интернете информацию о больших российских озёрах. Переделайте с помощью найденной информации эту задачу так, чтобы вместо африканского озера шла речь о каком-либо российском.
- § 34.** Научитесь умножать десятичные дроби с помощью калькулятора. Выполните несколько заданий этого параграфа по вашему выбору с помощью калькулятора.
- 934, 935.** 1) Составьте в табличном редакторе таблицу для перевода старинных российских единиц измерения длины в современную метрическую систему.

2) Составьте в табличном редакторе таблицу для перевода старинных российских единиц измерения массы в современную метрическую систему.

3) Знаете ли вы, что Пётр I провёл несколько лет в Европе, знакомясь с уровнем развития науки и техники, изучая фортификацию, кораблестроение, инженерное дело? Какие единицы измерения он использовал при этом? Найдите в Интернете нужную информацию и составьте соответствующие таблицы.

Таблицы, которые вы создали, пригодятся вам при чтении исторических книг.

§ 35. Научитесь делить десятичные дроби с помощью калькулятора. Выполните несколько заданий этого параграфа по вашему выбору с помощью калькулятора.

§ 36. 1) Создайте в табличном редакторе таблицу, в которую ежедневно в течение трёх недель будете заносить величину своих расходов. Подсчитайте среднее арифметическое для рабочих дней недели; для выходных дней недели; за всю неделю.

2) Найдите в Интернете информацию о площади трёх самых больших пресноводных природных водоёмов России (озёр) и о площади трёх самых больших искусственных водоёмов России (водохранилищ). Вычислите среднее арифметическое полученных числовых данных для каждого из этих типов водоёмов. Сделайте выводы, площадь какого типа водоёмов больше и во сколько раз (ответ округлите до единиц).

1059. Найдите в Интернете информацию о населении России. Какую информацию удобно представить с использованием процентов?

1105. Решая эту задачу, выполните вычисления с помощью калькулятора.

Упражнения для повторения курса математики 5 класса

1123. Выполните действия:

- 1) $154 \cdot 78 + 3\,900 : 65 - 216 \cdot 53$;
- 2) $16\,728 : 82 - 5\,580 : 45 + 726 \cdot 29$;
- 3) $(21\,518 : 53 - 24\,332 : 79) \cdot 267$;
- 4) $(53\,734 : 67 - 59\,925 : 85) \cdot 436$;
- 5) $(327 \cdot 84 + 207\,673) : 47$;
- 6) $(924 \cdot 93 + 30\,271) : 29$;
- 7) $(216 \cdot 28 - 463\,680 : 92) : (86 \cdot 64 - 4\,496)$;
- 8) $(1\,004 \cdot 19 - 75\,110 : 37) : (408 \cdot 435 - 177\,479)$;
- 9) $61 - (1\,428 : 136 + 4,3) \cdot 3,4$;
- 10) $40 - (2\,550 : 204 - 6,9) \cdot 6,7$;
- 11) $37,72 : 4,6 - (1,43 + 2,728) \cdot 1,5$;
- 12) $7,2 \cdot 3,8 + (3,24 - 2,1312) : 0,42$;
- 13) $3,564 : 0,66 + 0,4992 : 0,052 - 83 \cdot 0,107$;
- 14) $98 \cdot 0,035 - 0,0288 : 0,36 - 3 : 16$;
- 15) $(0,084 \cdot 4,8 - 0,2132 : 6,5 + 0,0296) : 0,625$;
- 16) $(0,056 \cdot 7,4 + 4,2106 : 7,4 - 0,0834) : 0,375$;
- 17) $(20,6 - 16,74) \cdot 0,1 + (23,4 + 8,95) : 100$;
- 18) $(0,326 + 3,724) \cdot 100 - (0,19682 - 0,0987) : 0,001$;
- 19) $(2,04 - 1\frac{1}{4}) : \frac{1}{20}$;
- 20) $(3,42 - 2\frac{5}{8}) : \frac{1}{50}$;
- 21) $23 : (6\frac{5}{17} + 1\frac{12}{17}) - (4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5}) : 5$;
- 22) $(7\frac{4}{13} - 4\frac{4}{13}) : 0,15 - 4 : (13\frac{6}{13} + 11\frac{7}{13})$.

1124. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

- 1) разность суммы чисел 17,23 и 16,37 и разности чисел 9 и 6,328;
- 2) разность разности чисел $12\frac{3}{13}$ и $4\frac{7}{13}$ и суммы чисел $1\frac{5}{13}$ и $3\frac{11}{13}$;
- 3) произведение суммы чисел $16\frac{5}{11}$ и $5\frac{6}{11}$ и числа 3,245;
- 4) частное разности чисел 4,8 и 3,762 и числа 0,06;
- 5) произведение суммы чисел 3,47 и 3,46 и их разности;
- 6) частное разности чисел 6,3 и 4,2 и их суммы;

- 7) сумма произведения чисел 0,125 и 16 и частного чисел 28 и 0,56;
- 8) разность частного чисел 0,128 и 0,4 и частного чисел 0,126 и 0,6;
- 9) частное суммы чисел 86,9 и 667,6 и суммы чисел 37,1 и 13,2;
- 10) произведение суммы чисел 1,367 и 6,033 и разности чисел 12 и 11,15.

1125. На сколько:

- 1) разность чисел 6,2 и 1,4 меньше их произведения;
- 2) разность чисел 11,88 и 2,64 больше их частного;
- 3) сумма чисел 7,8 и 6,5 больше их частного;
- 4) произведение чисел 7,6 и 0,8 меньше разности этих чисел;
- 5) произведение чисел 14,5 и 1,06 больше разности чисел 16,1 и 4,386;
- 6) частное чисел 2 и 250 больше произведения чисел 0,18 и 0,04?

1126. 1) Запишите четыре числа, первое из которых равно 3,24, а каждое последующее в 10 раз больше предыдущего.

2) Запишите пять чисел, первое из которых равно 430, а каждое последующее в 10 раз меньше предыдущего.

1127. Найдите значение выражения:

- 1) $72 : (x - 17) - 4$, если $x = 35$;
- 2) $(x + 259) : (x - 205)$, если $x = 321$;
- 3) $61,32 - 61,32 : (a + b)$, если $a = 3,6$, $b = 4,8$;
- 4) $4,346 : x - y : 0,25$, если $x = 0,82$, $y = 0,4$;
- 5) $2,04 : x + 5,19y$, если $x = 3,4$, $y = 0,4$;
- 6) $1,4m - 0,3n$, если $m = 2,6$, $n = 5,09$;
- 7) $1\ 000x + 0,01y$, если $x = 0,2346$, $y = 26\ 540$;
- 8) $453x - 0,1827y$, если $x = 0,1$, $y = 100$;
- 9) $x + y - z$, если $x = 9\frac{2}{21}$, $y = 6\frac{5}{21}$, $z = 7\frac{13}{21}$;
- 10) $a - b - c + d$, если $a = 10$, $b = 3\frac{9}{14}$, $c = 4\frac{13}{14}$, $d = 2\frac{8}{14}$.

1128. Решите уравнение:

- | | |
|--|---|
| 1) $3\frac{7}{24} + x = 5$; | 8) $(x + 13,216) - 24,83 = 5,17$; |
| 2) $x + 0,52 = 1$; | 9) $(x - 4,83) + 0,16 = 3,02$; |
| 3) $y - 5\frac{3}{7} = 1\frac{6}{7}$; | 10) $(x - 1\frac{8}{23}) + 3\frac{19}{23} = 5\frac{12}{23}$; |
| 4) $y - 4,25 = 3,75$; | 11) $(8\ 164 - x) - 2\ 398 = 2\ 557$; |
| 5) $8\frac{4}{9} - m = 3\frac{7}{9}$; | 12) $(20 - a) - 6\frac{7}{18} = 3\frac{17}{18}$; |
| 6) $2 - x = 1,376$; | 13) $0,8 - (x - 0,326) = 0,495$; |
| 7) $(234 + x) - 456 = 178$; | 14) $1,2 - (x - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$; |

$$15) 7\,000 - (5\,210 - x) = 4\,569; \quad 17) 80 - (x + 4,097) = 18,36;$$

$$16) 5,2 - (6 - y) = 3,258; \quad 18) 12 - \left(x + 4\frac{7}{15}\right) = 5\frac{13}{15}.$$

1129. Решите уравнение:

$$1) 0,11x + 0,08x = 45,6;$$

$$10) 0,8(100 - 0,04x) = 8,64;$$

$$2) 2,9x - 1,1x = 5,04;$$

$$11) x : 1,15 = 0,16;$$

$$3) x - 0,64x = 2,808;$$

$$12) 0,408 : x = 1,7;$$

$$4) 7x + 9x + 0,32 = 2,72;$$

$$13) (x + 9,14) : 7,2 = 5;$$

$$5) 5y + 7y - 0,024 = 0,204;$$

$$14) 2,2 - x : 0,3 = 0,13;$$

$$6) 2,4x - 1,5x + 47 = 1\,919;$$

$$15) 5,6 : (x + 1,6) = 0,08;$$

$$7) 0,8(x - 1,9) = 0,56;$$

$$16) 5,6 : x + 0,16 = 0,3;$$

$$8) 0,32(x + 1,4) = 73,6;$$

$$17) 4,13 - 1,7x = 4,028;$$

$$9) 1,7(5x - 0,16) = 0,238;$$

$$18) 64 : (2,4y + 19,04) = 3,2.$$

1130.1) К какому числу надо прибавить 4,2, чтобы произведение полученной суммы и числа 0,6 было равным 19,2?

2) Из какого числа надо вычесть 9,4, чтобы произведение полученной разности и числа 0,5 было равным 0,12?

3) На какое число надо умножить 12,3, чтобы сумма полученного произведения и числа 7,9 была равна 12,82?

4) Какое удвоенное число надо вычесть из 20,04, чтобы получить 9,1?

5) Какое число надо умножить на 0,4, чтобы сумма полученного произведения и числа 3,8 была равна произведению чисел 20,5 и 4?

1131. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:

$$1) x \xrightarrow{\cdot 2,8} 7,28 \xrightarrow{+ y} 9 \xrightarrow{: z} 0,15;$$

$$2) a \xrightarrow{: 1,4} 2,15 \xrightarrow{- b} c \xrightarrow{\cdot 0,03} 0,054;$$

$$3) 1,2 \xrightarrow{+ x} y \xrightarrow{: 0,3} z;$$

$$\quad \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\cdot 4,5} \uparrow$$

$$4) a \xrightarrow{: b} 0,32 \xrightarrow{\cdot c} 40.$$

$$\quad \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{: 0,16} \uparrow$$

1132. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

$$1) 12 \cdot 0,34 \text{ и } (12 \cdot 34) : 100;$$

$$3) 0,3 \cdot 0,9 \text{ и } (3 \cdot 9) : 100;$$

$$2) 520 \cdot 0,05 \text{ и } (520 \cdot 5) : 10;$$

$$4) 3,648 : 0,06 \text{ и } 364,8 : 0,6.$$

1133. Не выполняя вычислений, укажите корень уравнения:

$$1) x \cdot 0,86 = (7 \cdot 86) : 100;$$

$$4) a : 0,35 = (7,16 \cdot 100) : 35;$$

$$2) 2,4y = (24 \cdot 16) : 100;$$

$$5) b : 6,5 = 130 : 65;$$

$$3) (54 \cdot z) : 10 = 5,4 \cdot 6;$$

$$6) 46,2 : c = 0,462 : 0,0007.$$

1134. Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство:

- | | |
|-----------------------|--------------------------------|
| 1) $2,4 < x < 6$; | 5) $11 < x < 13$; |
| 2) $3,2 < x < 8$; | 6) $1,2 < x < 1,9$; |
| 3) $7,5 < x < 11,1$; | 7) $0,72 < x < 3,07$; |
| 4) $9 < x < 14$; | 8) $7\frac{4}{9} < x < 10,1$. |

1135. Найдите наибольшее натуральное значение x , при котором будет верным неравенство:

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $3x < 19,4$; | 2) $5x < 32,6$. |
|------------------|------------------|

1136. Найдите наименьшее натуральное значение x , при котором будет верным неравенство:

- | | |
|----------------|---------------------------|
| 1) $4x > 14$; | 2) $7x > 40\frac{7}{9}$. |
|----------------|---------------------------|

1137. Агрофирма «Сажай-собирай» вырастила на двух полях рожь. С одного поля собрали 392 ц ржи, а со второго — 896 ц. Площадь второго поля на 18 га больше, чем площадь первого. Найдите площадь каждого поля, если урожайность 1 га земли на этих полях одинакова.

1138. Акционерное общество «Приятного аппетита» продало в субботу 46 коробок конфет, а в воскресенье — 62 такие коробки. В воскресенье было продано на 120 кг конфет больше, чем в субботу. Сколько килограммов конфет было продано в субботу и сколько — в воскресенье?

1139. Коза-дереза собрала с поля площадью 2,3 га по 400 ц капусты с гектара. Сколько автомашин грузоподъемностью 3,5 т ей надо заказать для перевозки урожая?

1140. Фермер засеял поле прямоугольной формы пшеницей. Длина поля составляла 37,5 м, что в 1,5 раза больше его ширины. Сколько центнеров пшеницы собрал фермер со всего поля, если с каждого ара он собрал 42,8 ц? Запишите полученный ответ в тоннах, центнерах и килограммах.

1141. Карлсон купил 6 пирожных и получил 28 крон сдачи. Для покупки 9 пирожных Карлсону не хватило 8 крон. Сколько крон стоит одно пирожное?

1142. Первый штамповочный пресс изготавливает 36 деталей за 18 мин., а второй тоже количество таких деталей — за 9 мин. За сколько минут они изготовят 36 деталей, работая одновременно.

1143. Через первую трубу в бассейн, объем которого равен 300 м^3 , можно наполнить водой за 3 ч, а через вторую трубу — за 6 ч. За сколько часов будет наполнен бассейн, если открыть одновременно обе трубы?

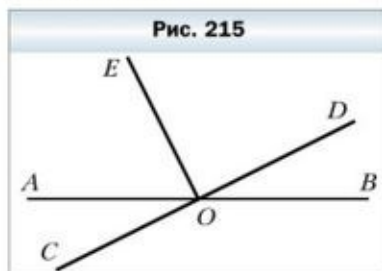
- 1144.** Два насоса одновременно выкачивали воду из бассейна. Один насос за минуту выкачивал 200 л воды, а второй — 140 л. Сколько времени работали насосы и сколько воды выкачал каждый из них, если первый насос выкачал на 210 л больше, чем второй?
- 1145.** Масса ведра с водой равна 12,5 кг. Когда из ведра вылили половину воды, то масса ведра с водой стала 7 кг. Какова масса пустого ведра?
- 1146.** У принцессы Моды было 30 платьев и 24 маскарадных костюма, на пошив которых пошло 163,5 м ткани. На каждое платье потратили на 0,5 м ткани больше, чем на каждый костюм. Сколько ткани пошло на одно платье и сколько — на один костюм?
- 1147.** В кладовой было 15 ящиков и 12 корзин, в которых хранилось 576 кг яблок, причём в каждом ящике было на 6 кг яблок больше, чем в каждой корзине. Сколько килограммов яблок было в каждом ящике и сколько — в каждой корзине?
- 1148.** За завтраком медведь Михайло Потапыч съел 7,5 кг мёда, за обедом — в 1,2 раза больше, чем за завтраком, а за ужином — 0,8 того, что съел за обедом. Сколько килограммов мёда съел Михайло Потапыч за день?
- 1149.** 1) Автомобиль преодолевает расстояние между двумя городами за 3,6 ч, если движется со скоростью 62,5 км/ч. С какой скоростью он должен двигаться, чтобы преодолеть это расстояние за 3 ч?
2) Поезд проходит расстояние между двумя станциями за 4,2 ч, двигаясь со скоростью 54 км/ч. За какое время он пройдёт это расстояние, если будет двигаться со скоростью 63 км/ч?
- 1150.** От двух станций навстречу друг другу одновременно отправились два поезда. Один поезд проходил 14,7 км за каждые $\frac{1}{4}$ ч, а второй — 22,4 км за $\frac{1}{3}$ ч. Через сколько часов после начала движения расстояние между поездами будет 37,8 км, если расстояние между станциями равно 138,6 км?
- 1151.** Из одного пункта в одном направлении одновременно вышли два пешехода. Один идёт со скоростью 5,2 км/ч, а второй — 4,3 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 4 ч после начала движения?
- 1152.** Из одного пункта в одном направлении одновременно выехали автомобиль и автобус. Автомобиль двигался со скоростью 72 км/ч, а автобус — со скоростью 64 км/ч. Через сколько часов после начала движения расстояние между автомобилем и автобусом будет 52 км?

- 1153.** Из одного пункта в одном направлении одновременно выехали два всадника. Через 5 ч после начала движения расстояние между ними было 6 км. Скорость одного из всадников равна 8,4 км/ч. Найдите скорость второго всадника.
- 1154.** Из одного пункта в противоположных направлениях одновременно выехали автомобиль и автобус. Скорость автомобиля равна 72 км/ч, а скорость автобуса — в 1,2 раза меньше скорости автомобиля. Каким будет расстояние между автомобилем и автобусом через 3 ч 15 мин после начала движения?
- 1155.** Из одного пункта в противоположных направлениях одновременно вышли два пешехода. Скорость одного пешехода равна 4,2 км/ч, что составляет $\frac{7}{6}$ скорости второго. Через сколько часов после начала движения расстояние между пешеходами будет 19,5 км?
- 1156.** От одной станции в противоположных направлениях одновременно отправились два поезда. Через 2 ч 45 мин после начала движения расстояние между поездами было 330 км. Скорость одного поезда равна 56 км/ч. Найдите скорость второго поезда.
- 1157.** Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 84 км, в одном направлении одновременно выехали два автомобиля со скоростями 68,4 км/ч и 57,9 км/ч. Автомобиль с меньшей скоростью двигался впереди. Через сколько часов после начала движения один автомобиль догонит второй?
- 1158.** Из двух пунктов в одном направлении одновременно вышли два пешехода. Пешеход, который двигался со скоростью 4,8 км/ч, догнал пешехода, который двигался со скоростью 4,2 км/ч, через 2,5 ч после начала движения. Найдите расстояние между пунктами, из которых вышли пешеходы.
- 1159.** Из двух пунктов в одном направлении одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Мотоциклист двигался со скоростью 76,2 км/ч и догнал велосипедиста, который двигался со скоростью 9,8 км/ч, через 3,5 ч после начала движения. Найдите, какое расстояние было между велосипедистом и мотоциклистом в начале движения.
- 1160.** Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 189 км, одновременно в одном направлении выехали грузовик и легковой автомобиль. Грузовик ехал со скоростью 48 км/ч, и через 7 ч после начала движения его догнал легковой автомобиль. С какой скоростью ехал легковой автомобиль?

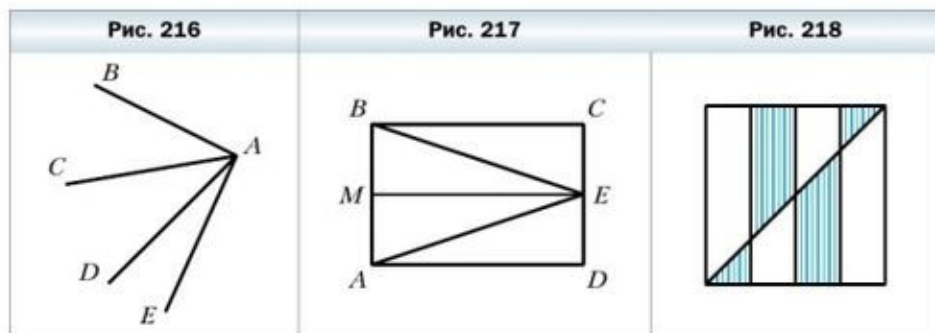
- 1161.** Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 111 км, в одном направлении одновременно выехали мотоциклист и всадник. Мотоциклист ехал со скоростью 82 км/ч и догнал всадника через 1,5 ч после начала движения. Найдите скорость всадника.
- 1162.** В 10 ч из пункта А выехал грузовик со скоростью 42,4 км/ч, а в 13 ч 30 мин из этого пункта в том же направлении выехал мотоциклист со скоростью 78,5 км/ч. Какое расстояние будет между ними в 15 ч 30 мин? В 18 ч?
- 1163.** Теплоход прошёл 237 км против течения реки за 6 ч. Какой путь он пройдёт в стоячей воде за 8 ч, если скорость течения равна 1,5 км/ч?
- 1164.** Катер прошёл по течению реки 119 км за 3,5 ч. Какое расстояние пройдёт он против течения реки за 5 ч, если скорость катера в стоячей воде равна 32,8 км/ч?
- 1165.** Скорость теплохода по течению реки равна 29,6 км/ч, а против течения — 24,8 км/ч. Найдите скорость течения и собственную скорость теплохода.
- 1166.** Собственная скорость катера равна 28 км/ч, а скорость течения — 1,8 км/ч. Сначала катер шёл 1,4 ч против течения, а потом 0,8 ч по течению. Какой путь прошёл катер за всё это время?
- 1167.** От двух пристаней навстречу друг другу одновременно отчалили два катера. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если собственная скорость каждого катера равна 24,5 км/ч, расстояние между пристанями — 171,5 км, а скорость течения — 1,6 км/ч? Есть ли в условии задачи лишние данные?
- 1168.** От двух пристаней навстречу друг другу одновременно отчалили лодка и теплоход. Лодка, собственная скорость которой равна 10,8 км/ч, двигалась по течению реки, а теплоход, собственная скорость которого — 30,2 км/ч, двигался против течения. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если расстояние между пристанями равно 205 км?
- 1169.** Рыбак переправлялся через реку на лодке со скоростью 20 м/мин. На какое расстояние снесёт лодку, если ширина реки 150 м, а скорость течения равна 0,2 м/с?
- 1170.** На спуск с горы турист тратит 0,75 времени, нужного ему для подъёма на эту гору. С горы турист спускается за 1,2 ч, а поднимается со скоростью 7,5 м/мин. Какова высота горы, на которую поднимается турист?
- 1171.** Машинист скорого поезда, движущегося со скоростью 56 км/ч, заметил, что встречный товарный поезд, который двигался со скоростью 34 км/ч, прошёл мимо него за 15 с. Какова длина товарного поезда?

- 1172.** Машинист товарного поезда, который двигался со скоростью 36 км/ч, заметил, что встречный пассажирский поезд, длина которого 180 м, прошёл мимо него за 8 с. С какой скоростью двигался пассажирский поезд?
- 1173.** В 9 ч утра Незнайка вышел из Цветочного города в Солнечный со скоростью 3,6 км/ч. В 12 ч 30 мин следом за ним на вездеходе собственной конструкции выехали Винтик и Шпунтик. Вездеход двигался со скоростью 12 км/ч и прибыл в Солнечный город одновременно с Незнайкой. Сколько времени шёл Незнайка? Каково расстояние между Цветочным и Солнечным городами?
- 1174.** Кот Мурзик купил на базаре 18 кг сметаны, а кот Мурчик — 28 кг. За обедом Мурзик съел 0,65 купленной сметаны, а Мурчик — $\frac{3}{7}$ своей сметаны. Кто из котов съел больше сметаны и на сколько килограммов?
- 1175.** Мальчик-с-пальчик в сапогах-сорокоходах за 3 ч преодолел 1 590 км. За первый час он прошёл $\frac{15}{53}$ этого расстояния, за второй — $\frac{25}{57}$ оставшегося пути. Сколько километров он преодолел за третий час?
- 1176.** Было собрано 240 кг семечек подсолнечника. Сколько подсолнечного масла можно изготовить из собранных семечек, если масса зерна составляет 0,7 массы семечек подсолнечника, а масса полуценного масла — 0,4 массы зерна?
- 1177.** Три великана ели на обед пельмени. Первый великан съел 1 200 пельменей, второй — $\frac{8}{15}$ того, что съел первый, а третий — 0,85 того, что съел второй. Сколько всего пельменей съели великаны?
- 1178.** Периметр треугольника равен 48 см. Длина одной из сторон треугольника составляет $\frac{5}{16}$ периметра, а длина второй — 0,64 длины первой стороны. Найдите стороны треугольника.
- 1179.** Основание равнобедренного треугольника равно 6,5 см, а длина боковой стороны составляет 0,8 длины основания. Вычислите периметр треугольника.
- 1180.** Вычислите:
- 1) 0,1 от суммы чисел 34,56 и 7,94;
 - 2) $\frac{5}{6}$ от разности чисел 42,3 и 5,4;
 - 3) 0,36 от произведения чисел 12,5 и 1,6;
 - 4) $\frac{7}{12}$ от частного чисел 14,4 и 0,01.

- 1181.** Средняя продолжительность жизни белого медведя — 32 года, что составляет $\frac{2}{3}$ средней продолжительности жизни носорога, $\frac{4}{5}$ — льва и $\frac{4}{25}$ — слона. Найдите среднюю продолжительность жизни носорога, льва и слона.
- 1182.** Фермер собрал в своём саду урожай фруктов. Яблоки составляли 0,6 массы собранных фруктов. Яблоко сорта белый налив было 35 кг, и они составляли $\frac{7}{18}$ массы всех яблок. Сколько килограммов фруктов собрал фермер?
- 1183.** Когда автомобиль проехал 0,3, а потом ещё 0,4 всего пути, то оказалось, что он проехал на 12 км больше половины пути, который нужно было проехать. Сколько километров должен был проехать автомобиль?
- 1184.** В двух ящиках лежали яблоки. В первом ящике было 22,4 кг яблок, что составляло 0,35 всех яблок. Сколько килограммов яблок лежало во втором ящике?
- 1185.** За день продали 3,6 ц колбасы, что составляло 0,48 её запасов. Сколько центнеров колбасы осталось?
- 1186.** Звездолёт «Серебряная молния» вылетел с космической станции STAR на станцию MOON. В первый час звездолёт пролетел 48,72 млн км, что составляло 0,56 того, что ему оставалось пролететь. Найдите расстояние между станциями.
- 1187.** Марья-искусница испекла пирожки с маком и с вишней. Пирожки с маком составляли $\frac{5}{17}$ от общего количества. Сколько всего пирожков испекла Марья-искусница, если пирожков с вишней было на 28 больше, чем с маком?
- 1188.** Найдите число:
- 1) 0,8 которого составляет сумма чисел 19,4 и 20,64;
 - 2) $\frac{4}{15}$ которого составляет разность чисел 7 и 4,76;
 - 3) 0,42 которого составляет произведение чисел 7,2 и 3,5;
 - 4) $\frac{6}{7}$ которого составляет частное чисел 0,54 и 0,9.
- 1189.** На рисунке 215 угол DOE — прямой. Какие из изображённых углов тупые? Сколько острых углов изображено на этом рисунке?



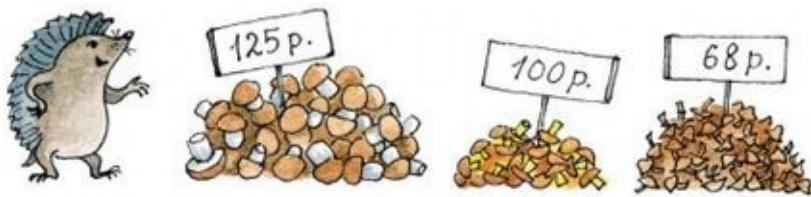
- 1190.** Начертите тупой угол и проведите из его вершины луч так, чтобы образовался прямой угол. Сколько решений имеет задача?
- 1191.** Найдите градусную меру угла BAE , если $\angle BAD = 67^\circ$, $\angle CAD = 34^\circ$, $\angle CAE = 56^\circ$ (рис. 216).
- 1192.** Угол $МОК$ — развёрнутый, $\angle МОА = 62^\circ$, луч OC — биссектриса угла $АOK$. Вычислите градусную меру угла COA .
- 1193.** Запишите все треугольники и прямоугольники, изображённые на рисунке 217.
- 1194.** Периметр треугольника равен 30 см, одна из его сторон — 7,4 см, а две другие стороны равны между собой. Найдите длины равных сторон.
- 1195.** Начертите прямоугольник со сторонами 6 см и 2 см. Постройте квадрат, периметр которого равен периметру этого прямоугольника. Вычислите площади прямоугольника и квадрата.
- 1196.** Квадрат со стороной 1 м разделили на четыре равные части и провели диагональ (рис. 218). Чему равна площадь заштрихованной фигуры?



- 1197.** Периметр квадрата равен 11,2 см. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна площади данного квадрата, а одна из сторон прямоугольника — 9,8 см.
- 1198.** Длина прямоугольника равна 45 см. На сколько уменьшится площадь этого прямоугольника, если его ширина уменьшится на 4 см?
- 1199.** Ребро одного куба в 3 раза больше ребра второго. Во сколько раз объём первого куба больше, чем объём второго?
- 1200.** Объём прямоугольного параллелепипеда равен 320 см^3 . Каждое измерение этого параллелепипеда уменьшили в 2 раза. Найдите объём полученного параллелепипеда.
- 1201.** Длина прямоугольного параллелепипеда равна 12 см, ширина — 5 см, высота — 9 см. На сколько увеличится объём параллелепипеда, если каждое его измерение увеличить на 1 см?

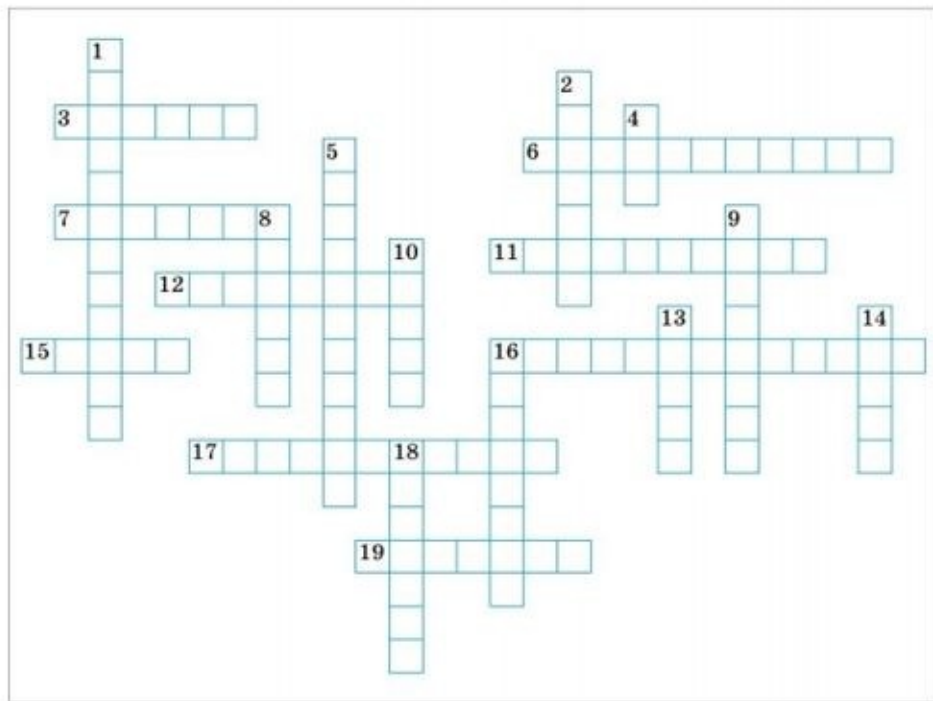
- 1202.** Длина прямоугольного параллелепипеда равна 36 см, ширина составляет $\frac{5}{9}$ его длины. Найдите объём параллелепипеда, если его ширина составляет $\frac{5}{4}$ высоты.
- 1203.** Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 42 см, что составляет $\frac{7}{15}$ его длины, а высота составляет $\frac{5}{9}$ длины. Найдите объём параллелепипеда.
- 1204.** Прямолинейный участок шоссе проходит через сёла Вишнёвое, Яблонево и Грушево. Расстояние между сёлами Вишнёвое и Яблонево равно 3,2 км, что в 1,5 раза меньше расстояния между сёлами Яблонево и Грушево. Найдите расстояние между сёлами Вишнёвое и Грушево. Сколько решений имеет задача?
- 1205.** В бассейн, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, каждую секунду поступает 0,8 л воды и каждую секунду выливается 0,75 л воды. Длина бассейна равна 4,05 м, ширина — 120 см, глубина — 75 см. За сколько часов наполнится бассейн?
- 1206.** В двух мешках было 82,3 кг яблок, причём в одном мешке было на 7,9 кг больше, чем во втором. Сколько килограммов яблок было в каждом мешке?
- 1207.** За 2 ч турист прошёл 9,6 км, причём в первый час он прошёл на 1,2 км меньше, чем во второй. Найдите, какое расстояние проходил турист за каждый час.
- 1208.** Маша и Вера собрали 17,6 кг груш, причём Маша собрала на 2,7 кг груш больше, чем Вера. Сколько килограммов груш собрала каждая девочка?
- 1209.** Крокодил Гена съел в 4 раза больше мороженого, чем Чебурашка. Сколько мороженого съел каждый из них, если Чебурашка съел на 2,4 кг меньше, чем крокодил Гена?
- 1210.** За два дня путешествия велотуристы преодолели 126 км, причём во второй день они проехали в 3,5 раза больше, чем в первый. Найдите, сколько километров они проезжали каждый день.
- 1211.** Звездолёт «Сириус» пролетает за 1 с на 650 км больше, чем звездолёт «Арктур». Найдите скорость каждого звездолёта (в километрах за секунду), если скорость «Аркура» в 2,3 раза меньше, чем скорость «Сириуса».
- 1212.** Ниф-Ниф, Нуф-Нуф и Наф-Наф купили строительные материалы для ремонта своих домиков, потратив на их приобретение 7 400 р. Найдите затраты каждого поросёнка, если Ниф-Ниф заплатил на 643 р., а Нуф-Нуф — на 325 р. больше, чем Наф-Наф.

- 1213.** За три дня продали 280 кг помидоров, причём в первый день продали в 2,8 раза меньше, чем во второй, и в 4,2 раза меньше, чем в третий. Сколько килограммов помидоров продавали каждый день?
- 1214.** Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 960 км. Через 6,5 ч после начала движения они ещё не встретились и расстояние между ними было 115 км. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости второго.
- 1215.** Из двух городов, расстояние между которыми равно 112 км, навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Найдите скорость каждого из них, если они встретились через 1,6 ч после выезда и скорость мотоциклиста в 4 раза больше скорости велосипедиста.
- 1216.** Собственная скорость лодки в 8 раз больше скорости течения реки. Найдите скорость течения и собственную скорость лодки, если: 1) за 5 ч движения против течения лодка прошла 42 км; 2) за 4 ч движения по течению реки лодка прошла 50,4 км.
- 1217.** Сумма длины и ширины прямоугольника равна 12 дм, причём ширина на 3,2 дм меньше длины. Вычислите площадь прямоугольника.
- 1218.** Ёжик Остроколючкин собрал 49 кг грибов. Белых грибов оказалось в 8 раз больше, чем маслят, а маслят — в 5 раз меньше, чем опят. Ёжик отнёс грибы на рынок и продал их: белые грибы — по 125 р. за килограмм, маслята — по 100 р., а опята — по 68 р. Сколько денег заработал Остроколючкин?



- 1219.** В двух мешках было 74,8 кг сахара. Если из одного мешка пересыпать во второй 6,3 кг, то в обоих мешках сахара станет поровну. Сколько килограммов сахара было в каждом мешке?
- 1220.** Вася и Маша собрали вместе 26,2 кг клубники. Вася отдал Маше 3,5 кг своей клубники, после чего у него осталось на 2,4 кг клубники больше, чем стало у Маши. Сколько килограммов клубники собрала Маша?
- 1221.** Если в некоторой десятичной дроби перенести запятую влево через две цифры, то она уменьшится на 158,4. Найдите эту дробь.

1222. Решите кроссворд.



По горизонтали: 3. Решение уравнения. 6. Вид многоугольника. 7. Прямоугольник, у которого все стороны равны. 11. Число, определяющее положение точки на координатном луче. 12. $\frac{1}{10}$ метра. 15. 1 000 килограммов. 16. Вид четырёхугольника. 17. Прибор для измерения углов. 19. Знак, разделяющий целую и дробную части десятичной дроби.

По вертикали: 1. Результат умножения. 2. Геометрическая фигура. 4. Третья степень числа. 5. Луч, делящий угол пополам. 8. Трёхзначное число. 9. Результат вычитания. 10. $\frac{1}{1000}$ килограмма. 13. Результат сложения. 14. Знак арифметического действия. 16. Сумма сторон многоугольника. 18. В равенстве $27 = 6 \cdot 4 + 3$ число 3 есть ... при делении числа 27 на число 6.

Итоговые задания в тестовой форме «Проверьте себя»

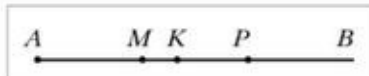
Вариант 1

1. Чему равна разность шестизначного и пятизначного чисел, для записи которых использована только цифра 1?

А) 100 000 Б) 10 000 В) 1 000 000 Г) 1 000

2. На луче AB , изображённом на рисунке, отметили точки M , K , P . Сколько всего лучей изображено на рисунке?

А) 4 луча В) 5 лучей
Б) 3 луча Г) 2 луча



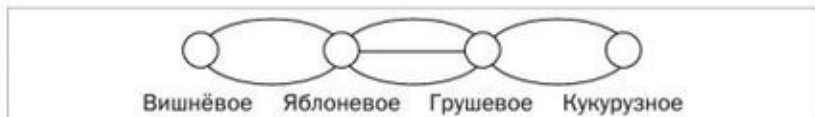
3. Известно, что $24 * 5 > 2475$. Какая из цифр 0, 4, 7, 8 может стоять вместо звёздочки?

А) 0 Б) 4 В) 8 Г) 7

4. Корнем какого из следующих уравнений не является число 5?

А) $x + 20 = 20 + x$ В) $0 \cdot x = 10$
Б) $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$ Г) $x + 12 = 22 - x$

5. Из Вишнёвого в Яблоненое есть 2 дороги, из Яблоненого в Грушевое — 3 дороги, а из Грушевого в Кукурузное — 2. Сколькими разными способами можно добраться из Вишнёвого в Кукурузное?



А) 7 способами В) 8 способами
Б) 10 способами Г) 12 способами

6. Значение какого выражения является корнем уравнения $56 : x = 8$?

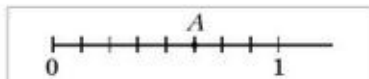
А) $56 \cdot 8$ Б) $56 : 8$ В) $56 - 8$ Г) $56 + 8$

7. Определите объём прямоугольного параллелепипеда, длина которого равна 10 см, ширина — 4 см, а высота на 5 см больше длины.

А) 200 см^3 Б) 360 см^3 В) 600 см^3 Г) 900 см^3

8. Чему равна координата точки A , изображённой на рисунке?

А) 5 В) $\frac{5}{8}$
Б) 8 Г) $\frac{3}{8}$

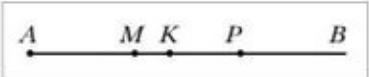


9. Огород прямоугольной формы имеет длину 40 м и ширину 30 м. Клевер занимает $\frac{5}{12}$ огорода. Какова площадь участка огорода, засаженного клевером?
- А) 0,5 а Б) 5 а В) 50 а Г) 500 а
10. Какая из данных десятичных дробей наименьшая?
- А) 18,72 Б) 18,722 В) 18,688 Г) 18,691
11. Какое число должно стоять в конце цепочки вычислений?

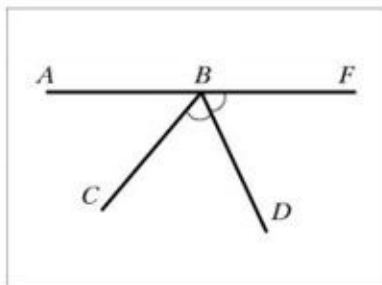


- А) 2,55 Б) 2,85 В) 5,15 Г) 3,35
12. Трое друзей купили набор инструментов за 2 400 р. Алёша внёс 30 % стоимости покупки, а Боря и Вася заплатили поровну. Сколько рублей заплатил Боря?
- А) 720 р. Б) 640 р. В) 840 р. Г) 880 р.

Вариант 2

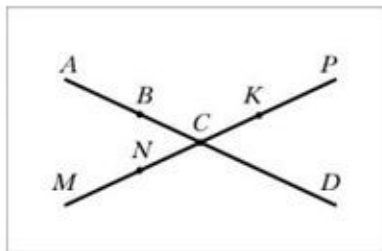
1. Сколько существует четырёхзначных чисел?
- А) 9 999 Б) 8 999 В) 9 000 Г) 8 000
2. На луче AB , изображённом на рисунке, отметили точки M , K , P . Сколько отрезков при этом образовалось?
- А) 3 отрезка Б) 4 отрезка В) 5 отрезков Г) 6 отрезков
- 
3. Какое число надо поставить вместо звёздочки, чтобы корнем уравнения $70 - x = * + 12$ было число 28?
- А) 30 Б) 12 В) 40 Г) такого числа не существует
4. Значение какого выражения является корнем уравнения $30 - x = 6$?
- А) $30 + 6$ Б) $30 : 6$ В) $30 \cdot 6$ Г) $30 - 6$
5. Объём куба равен 27 см^3 . Найдите площадь его поверхности.
- А) 72 см^2 Б) 54 см^2 В) 36 см^2 Г) 27 см^2
6. Какая из следующих записей является записью дроби со знаменателем 16 и числителем 9?
- А) $\frac{16}{9}$ Б) $\frac{9}{10}$ В) $\frac{9}{16}$ Г) $\frac{7}{16}$

7. Маша испекла 40 пирожков. Одноклассникам она отдала $\frac{5}{8}$ всех пирожков, родителям — $\frac{3}{5}$ оставшихся пирожков, а остальные пирожки отдала бабушке с бабушкой. Сколько пирожков Маша отдала бабушке с бабушкой?
 А) 18 Б) 6 В) 16 Г) 12
8. Какая из следующих десятичных дробей наибольшая?
 А) 32,45 Б) 32,451 В) 32,449 Г) 32,44
9. Чему равно произведение $2,38 \cdot 1\,000$?
 А) 23,8 Б) 238 В) 2\,380 Г) 23\,800
10. Градусная мера угла ABC , изображённого на рисунке, равна 50° , луч BD — биссектриса угла CBF . Найдите градусную меру угла ABD .
 А) 130° Б) 125°
 В) 115° Г) 110°
11. Чему равно значение выражения $0,54 : 0,06 - 0,48 : 0,6$?
 А) 0,1 Б) 8,2
 В) 1 Г) 0,82
12. Свёкла содержит 20 % сахара. Сколько тонн свёклы надо взять, чтобы при переработке получить 20 т сахара?
 А) 40 т Б) 400 т В) 100 т Г) 200 т



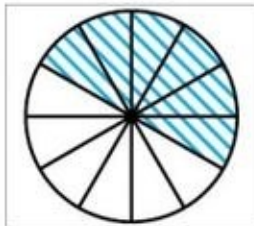
Вариант 3

1. К какому числу надо прибавить наибольшее двузначное число, чтобы получить наименьшее четырёхзначное число?
 А) 990 Б) 901 В) 999 Г) 991
2. Сколько лучей изображено на рисунке?
 А) 9 лучей Б) 8 лучей
 В) 6 лучей Г) 10 лучей
3. Значение какого выражения является корнем уравнения $7x = 42$?
 А) $42 - 7$ Б) $42 : 7$
 В) $42 + 7$ Г) $42 \cdot 7$



4. Какую часть круга, изображённого на рисунке, составляет заштрихованная фигура?

А) $\frac{5}{10}$ Б) $\frac{5}{12}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) $\frac{1}{3}$



5. Сумма двух чисел больше одного из них на 12, а другого — на 14. Чему равна сумма этих чисел?

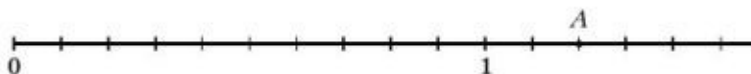
А) 26 Б) 52 В) 42 Г) определить невозможно

6. Возле школы растут каштаны и берёзы. Каштанов растёт 12, что составляет $\frac{4}{3}$ количества берёз. Сколько всего каштанов и берёз растёт возле школы?

А) 25 деревьев В) 28 деревьев
Б) 9 деревьев Г) 21 дерево

7. Чему равна координата точки А, изображённой на рисунке?

А) 12 Б) 2 В) 1,2 Г) 0,2

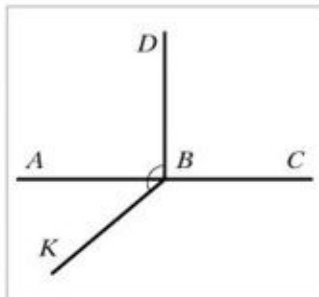


8. Какое из следующих чисел является корнем уравнения $4x = 0,36$?

А) 9 Б) 0,09 В) 0,9 Г) 90

9. Луч BD — биссектриса развёрнутого угла ABC , изображённого на рисунке, $\angle DBK = 130^\circ$. Найдите градусную меру угла KBC .

А) 120° В) 130°
Б) 140° Г) 150°



10. Какая из данных записей является записью числа 0,48 в виде процентов?

А) 4,8 % В) 48 %
Б) 0,48 % Г) 480 %

11. Чему равно значение выражения $5,5 : 0,05 \cdot 0,4 - 4,4$?

А) 39,6 Б) 0 В) 6,6 Г) 40

12. Сколько воды содержится в 12 кг 30%-ного раствора соли?

А) 3,6 кг Б) 9 кг В) 8,4 кг Г) 7,2 кг

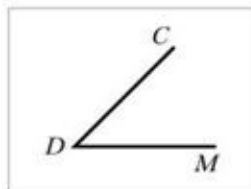
Вариант 4

1. К трёхзначному числу слева дописали цифру 1. На сколько после этого увеличилось данное число?

А) на 100
Б) на 1 000
В) на 999
Г) определить невозможно

2. Какое из обозначений угла, изображённого на рисунке, является верным?

А) $\angle DCM$ В) $\angle CDM$
Б) $\angle DMC$ Г) $\angle MCD$

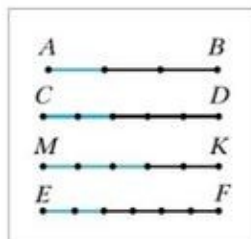


3. Значение какого выражения является корнем уравнения $x : 12 = 48$?

А) $48 + 12$ В) $48 \cdot 12$
Б) $48 - 12$ Г) $48 : 12$

4. На каком из отрезков, изображённых на рисунке, выделено синим цветом $\frac{2}{5}$ отрезка?

А) AB В) MK
Б) CD Г) EF



5. На рисунке изображён план земельного участка, площадь которого равна 800 м^2 . Чему равна площадь сада?

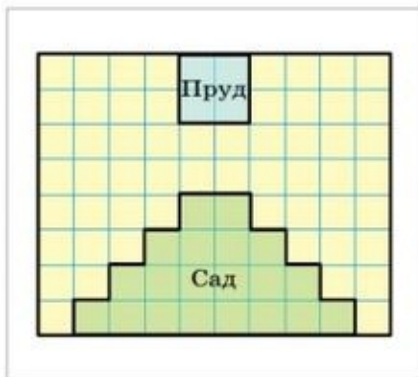
А) 400 м^2 В) 200 м^2
Б) 160 м^2 Г) 20 м^2

6. Известно, что 5 кг груш стоят столько, сколько 7 кг яблок. Сколько килограммов яблок можно купить на ту же сумму денег, что и 20 кг груш?

А) 14 кг В) 28 кг В) 35 кг Г) 21 кг

7. Митя должен был решить 32 задачи. В первый день он решил $\frac{5}{8}$ всех задач, во второй — $\frac{4}{10}$ количества задач, решённых в первый день. Сколько задач осталось решить Мите?

А) 12 задач В) 6 задач

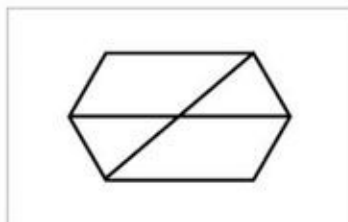
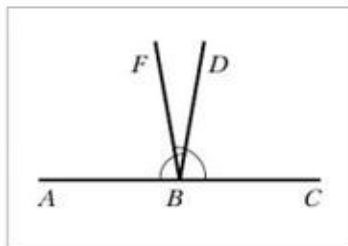


Б) 8 задач Г) 4 задачи

8. Какому из данных чисел равна дробь $\frac{1}{5}$?
- А) 0,5 Б) 0,05 В) 0,2 Г) 0,02
9. Какая из данных записей является записью 6 % в виде десятичной дроби?
- А) 6 Б) 0,6 В) 0,06 Г) 0,006
10. На столе лежали конфеты. Сначала взяли 50 % конфет, а затем 50 % оставшихся. После этого на столе осталось 10 конфет. Сколько конфет было на столе сначала?
- А) 40 конфет В) 80 конфет
Б) 50 конфет Г) 100 конфет
11. Собрали набор из четырёх сортов конфет по цене 268 р., 192 р., 204 р. и 336 р. за килограмм, взяв каждого сорта по 1 кг. Сколько рублей стоит килограмм полученного набора конфет?
- А) 230 р. Б) 200 р. В) 240 р. Г) 250 р.
12. Чему равно значение выражения $(7 \cdot 1,2 - 1,2) : 0,06$?
- А) 0 Б) 12 В) 120 Г) 1,2

Вариант 5

1. Сумма двух чисел равна 264. Последней цифрой первого числа является нуль. Если его зачеркнуть, то получим второе число. Найдите большее из этих чисел.
- А) 240 В) 230
Б) 250 Г) 220
2. Вычислите градусную меру угла DBF , изображённого на рисунке, если известно, что $\angle ABD = \angle CBF = 100^\circ$.
- А) 80° В) 20°
Б) 60° Г) 30°
3. Сколько четырёхугольников изображено на рисунке?
- А) 2 В) 6
Б) 4 Г) 8
4. Значение какого выражения является корнем уравнения $x - 12 = 48$?
- А) $48 + 12$ В) $48 \cdot 12$
Б) $48 - 12$ Г) $48 : 12$



5. На одну чашу весов положили пирог, а на другую чашу — $\frac{2}{3}$ такого же пирога и гирю массой 100 г, после чего весы пришли в равновесие. Какова масса пирога?
 А) 400 г Б) 300 г В) 200 г Г) 100 г
6. При делении числа x на число 12 получили $5\frac{7}{12}$. Чему равен x ?
 А) 89 Б) 47 В) 67 Г) 95
7. Какому из данных чисел равна дробь $\frac{1}{2}$?
 А) 0,2 Б) 1,2 В) 0,5 Г) 1,5
8. Какому из данных чисел равно частное $98,7 : 0,1$?
 А) 9,87 Б) 987 В) 0,987 Г) 9 870
9. Какое число должно стоять в начале цепочки вычислений?



- А) 51,66 Б) 7,2 В) 6,3 Г) 5,04
10. Укажите неверное равенство.
 А) 2 м 6 дм = 2,6 м В) 4 кг 65 г = 4,65 кг
 Б) 3 км 275 м = 3,275 км Г) 18 ц 7 кг = 1807 кг
11. В трёх вазах было 18 роз. Сначала из первой вазы переставили во вторую 3 розы, а потом из второй в третью — 5 роз, после чего роз во всех вазах стало поровну. Сколько роз было сначала во второй вазе?
 А) 3 розы Б) 8 роз В) 12 роз Г) 7 роз
12. Книга стоила 120 р. Потом её цена повысилась на 20 %. Какова новая цена книги?
 А) 144 р. Б) 140 р. В) 156 р. Г) 150 р.

Ответы и указания к упражнениям

33. 408 цифр. **34.** 704 страницы. **35.** Все цифры которых нечётные.

Указание. Если к каждой цифре трёхзначного числа, записанного чётными цифрами, добавить по единице, то образуется трёхзначное число, записанное нечётными цифрами. Например, из числа 200 таким способом можно получить число 311, а из числа 486 — число 597. Итак, каждому числу, записанному чётными цифрами, можно найти пару среди чисел, записанных нечётными цифрами. Но, например, число 111 не будет при этом входить ни в одну из пар. **70.** а) 125 мм; б) 84 мм; в) 248 мм. **71.** 12 см. **72.** 10 см. **74.** Расстояния одинаковы. **75.** 10 см. **76.** а) 4 точки; б) 3 точки; в) 4 точки; г) 3 точки. **77.** *Указание.* 1) $13 - 2 \cdot 5 = 3$; 2) $3 \cdot 5 - 13 = 2$; 3) $2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 1$. **79.** 1) 344; 2) 3 534. **81.** 164 кг. **82.** 264 кг. **83.** 380 кг. **99.** 8 см или 56 см. **100.** 9 см или 21 см. **101.** Наименьшее — одна, наибольшее — десять. **102.** Семь и четыре. **103.** Рис. 219.

104. 12 точек. **105.** 289 деревьев. **106.** 664 км.

107. На 43 км/ч. **108.** На 2 км/ч. **138.** 56 км/ч.

139. 408 км. **153.** 1) 20 чисел; 2) 38 чисел.

163. 3) 2 994; 4) 95 000. **175.** 110 книг. **176.** 196 км.

179. В 19 ч 30 мин. **180.** В 12 ч 33 мин. **182.** 3) 92 м

31 см; 4) 54 км 310 м; 7) 33 ч 11 мин; 8) 1 ч 38 мин

28 с. **183.** 1) 1 м 4 см; 2) 15 м 1 см; 3) 36 км 121 м;

4) 12 т 1 ц 4 кг; 5) 6 ч 14 мин; 6) 33 мин 11 с.

187. 2) 5 050. **188.** 1) На 50; 2) первая на 1 001.

189. $444 + 44 + 4 + 4 + 4$. **190.** 7, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9.

206. 2) 404; 3) 6 767. **207.** 2) 597; 3) 12 910. **210.** 33 200 самолётов.

211. 101 карась. **218.** 1 ч 35 мин. **219.** 8 ч 32 мин. **220.** 2) 36 м 59 см;

3) 4 км 744 м; 4) 764 м; 7) 19 мин 42 с; 8) 8 ч 36 мин. **221.** 1) 6 см;

2) 26 м 83 см; 4) 2 км 989 м; 5) 3 т 7 ц 51 кг; 6) 6 ч 34 мин; 7) 4 мин 24 с.

226. 32 пассажира. **227.** 17 слив. **228.** 416 кг, 224 кг. **229.** 420 км, 780 км.

235. На 540. **236.** $123 + 45 - 67 + 8 - 9$. **237.** 3) 5 000; 4) 0. **261.** $k = 712 -$

$- 18t$. **262.** $k = 6m + 12$. **265.** 5 кг. **271.** 1) 875; 2) 345; 3) 720; 4) 356; 5) 562;

6) 209; 7) 821; 8) 1 192; 9) 597; 10) 230; 11) 104; 12) 1 194. **272.** 1) 123;

2) 192; 3) 382; 4) 574; 5) 136; 6) 329. **273.** 1) 28; 2) 31 сольдо. **274.** 23.

275. 1) $a = 27$; 2) $a = 14$. **276.** 1) $a = 21$; 2) $a = 117$. **277.** 1 ч 25 мин. **279.** Да.

294. 26 учеников. **308.** 46° . **309.** 112° . **312.** 68° . **313.** 153° . **318.** 240 г.

329. 2) а) 5; б) 27; в) $n(n - 3) : 2$. **330.** *Указание.* Отложите от произвольного

луча данный угол последовательно 14 раз. Воспользуйтесь тем, что

образованный таким образом угол на 2° больше развёрнутого угла.

331. а) *Указание.* Воспользуйтесь тем, что $19^\circ \cdot 19 = 361^\circ$. **356.** 3) 917;

4) 4 815. **367.** 16 см. **368.** 28 см. **371.** 19 см и 28 см. **372.** 10 см или 14 см.

Рис. 219

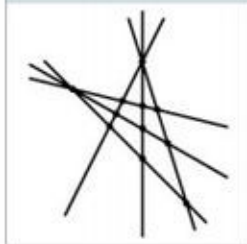


Рис. 220



Рис. 221

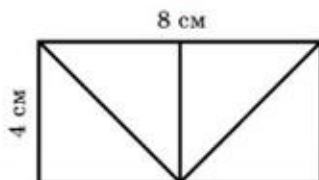
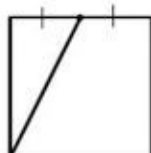


Рис. 222



373. Существует, со сторонами 4 см и 2 см.

Периметр квадрата равен 8 см. **374.** Рис. 220.

376. Рис. 221. **377.** Рис. 222. **378.** Рис. 223.

387. 5) 21 390; 6) 5 583; 7) 107 601; 8) 1 398.

390. 1) 112; 2) 3 379. **397.** 830 кг. **398.** Да.

399. 1) 299 344; 2) 70 090. **400.** 1) 676 224;

2) 87 204. **405.** 352 км. **406.** 45 км. **409.** 15 км.

410. 1) $43 \cdot 28 = 1\ 204$; 2) $52 \cdot 42 = 2\ 184$ или

$52 \cdot 92 = 4\ 784$; 3) $98 \cdot 9 = 882$; 4) $66 \cdot 101 =$

$= 6\ 666$. **411.** 1) $57 \cdot 69 = 3\ 933$; 2) $74 \cdot 17 =$

$= 1\ 258$; 3) $52 \cdot 11 = 572$; 4) $254 \cdot 32 = 8\ 128$.

413. 1, 1, 2, 4. **414.** Напри-

мер: $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5$. **418.** 57 см. **440.** 1) 139 км 808 м;

2) 382 р. 86 к.; 3) 175 км 870 м;

4) 28 т 5 ц 20 кг; 5) 95 ч; 6) 78 ч 9 мин. **441.** 1) 223 ц 2 кг;

2) 6 008 р. 80 к.; 3) 495 т 690 кг; 4) 213 м 36 см;

5) 2 ч 50 мин; 6) 51 сутки.

442. 2) 2; 3) 6; 4) 24. **444.** 5 котят и 9 цыплят. **445.** Автомобилем.

461. 1) 55 659; 2) 888; 3) 2 044. **462.** 1) 9 724; 2) 7 718; 3) 2 045.

463. 18 крон. **464.** 12 кг. **465.** 58 кг. **466.** Да. **467.** 246 кг. **468.** 17 ч.

469. 18 ч. **470.** 18 км/ч. **471.** 76 миль/ч. **472.** 12 км/ч. **473.** 6 м/мин.

474. 64 км/ч. **475.** 4 км/ч. **476.** 6 ч. **477.** 8 ч. **480.** В 7 ч 55 мин. **481.** За

22 мин. **482.** На 4 дня. **483.** 168 страниц. **484.** 7 ч. **485.** 24 кг, 28 кг.

487. 35 ящиков яблок и 15 ящиков груш. **488.** 4 мешка, 5 мешков, 6 меш-

ков и 7 мешков. **489.** 1) 16; 2) 18; 3) 1; 4) 0. **490.** 1) 21; 2) 24; 3) 9; 4) 6.

501. 132 кг, 88 кг, 44 кг. **502.** 42 мили, 168 миль, 126 миль, 210 миль.

503. 128 окуней. **505.** 84 пассажира, 42 пассажира, 120 пассажиров.

506. 52 кг, 312 кг, 188 кг. **507.** 7 см, 35 см, 32 см. **508.** 46 дм, 23 дм,

30 дм. **519.** 22 конверта. **535.** 1) 6; 2) 1; 3) 2. **536.** 1) 3; 2) 3. **537.** На 37 или

на 185. **538.** На 8, или на 13, или на 26, или на 52, или на 104. **539.** На 6,

или на 11, или на 22, или на 33, или на 66. **540.** 53. **541.** Среда. Ок-

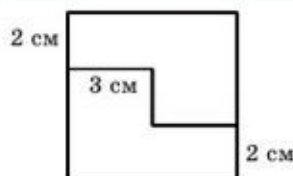
тябрь. *Указание.* Для того чтобы выполнялось условие задачи, суббот

и понедельников должно быть по пять, а пятниц — четыре. Это возмож-

но только тогда, когда двадцать восьмое число этого месяца — пятница,

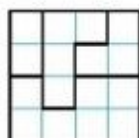
а дней в месяце — 31. **552.** 3) 30; 4) 24; 5) 1. **553.** 3) 69; 4) 87; 5) 5.

Рис. 223



560. 1) 38; 2) 55; 3) 16; 4) 7. 572. 80 дм². 573. 225 см².
 578. а) 82 см, 310 см²; б) 66 см, 194 см². 579. 104 см,
 516 см². 581. Да. 582. 5 940 кг. 583. Нет. 584. 52 см.
 585. 24 см. 586. На 104 см². 588. На 160 см². 589. 16 см².
 590. Ни одного, или два, или три. 591. Ни одного или
 два. 592. Указание. Проведите прямую через точки пересечения диагоналей прямоугольников. 593. Рис. 224.

Рис. 224



594. 1) Да. Указание. Если разрезать данный квадрат на квадраты со стороной 1 см, то из них можно потом сложить квадраты со сторонами 3 см и 4 см; 2) нет. Указание. Число 36 нельзя записать как сумму двух чисел, каждое из которых является квадратом натурального числа. 595. 33°. 596. 1) 545679; 2) 1 780. 608. 48 дм². 609. 7 см. 610. 12 м. 611. 1) 8; 2) 36; 3) 52. 614. 42 км/ч. 624. 1 620 дм³. 625. 1 920 см³. 626. 5 см. 627. 12 см. 630. 13 500 см³. 631. 7 456 см³. 633. 9 м³, 300 корытшек. 634. 216 см². 635. 1) В 16 раз; 2) в 64 раза. 636. 1) Увеличится в 40 раз; 2) увеличится в 2 раза. 637. 1) Увеличится в 8 раз; 2) не изменится. 640. На 2 дня. 647. 6 вариантов. 648. 4 числа. 649. 6. 653. 6 чисел. 654. 6 чисел. 655. 5 чисел. 656. 8 чисел. 657. 6 чисел. 658. 16 вариантов. 659. 6 прямоугольников. 660. 5 параллелепипедов. 661. 6 отрезков. 662. 9 маршрутов. 663. 6 вариантов. 664. 8 вариантов. 665. 6 вариантов. 666. 6 маршрутов. 667. 25. 669. 1) 18; 2) 386; 3) 6 002; 4) 175. 702. 44 рыбы. 703. 148 км. 704. 4 кг 50 г. 705. 18 ц. 706. 189 т. 707. Крокодил Гена. 708. 133 кг. 709. На 7 км. 710. 6 дней. 711. 4 ч. 712. 135. 713. 240. 714. 351. 715. 752. 741. 128 км. 753. 150 кг. 754. 60 км. 764. 3) 2. 765. 3) 72. 766. 240 м². 780. 1) $8\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{18}{34}$. 781. 1) $1\frac{23}{30}$; 2) 4. 788. 1) 8; 9; 10; 2) 9; 10; 11. 789. 1) 57; 58; 59; 2) 4; 5; 6; 7. 790. 1) 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 2) 1. 791. 1; 2; 3. 815. В 5 раз. Указание. Запишите данные величины в секундах. 816. В 10 раз. 837. 1) 5; 6; 7; 8; 9; 2) 5; 6; 7; 8; 9; 3) 8; 9; 4) никакую; 5) 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6) 7; 8; 9. 861. 4 кг. 891. 1) 61,22; 2) 89,686; 3) 2,395; 4) 59,72. 892. 1) 91,35; 2) 11,987. 901. 1) 0,54 дм; 2) 10 дм; 3) 16,6 дм; 4) 290,8 дм; 5) 95,72 дм; 6) 13,91 дм. 902. 1) 11,91 а; 2) 42,33 а; 3) 9,18 а; 4) 4,86 а; 5) 924,18 а; 6) 2 383,84 а. 903. 1) 3,76 ц; 2) 0,08 ц; 3) 42,9 ц; 4) 36,04 ц; 5) 67,86 ц; 6) 1,88 ц. 905. 12 ч. 906. 396 м³. 907. 78 р. 942. 1) 20,484; 2) 87,72; 3) 4,33. 943. 1) 5; 2) 14,68; 3) 13,64. 950. 81,24 км. 951. 133,26 км. 954. 1) 42,4 см; 2) 72,48 см²; 3) 39,744 см³. 956. 1) 68,4 см; 2) 178,2 см²; 3) 145,8 см³. 957. Да. 958. 18,7 сольдо. 960. 5 квадратов. 994. 1) 242,95; 2) 31,03; 3) 9,76. 995. 1) 15,44; 2) 6,42; 3) 2,84. 996. 15,625 дм³. 998. 1) 0,801; 2) 47,14. 999. 1) 5,99; 2) 54,42. 1000. 2) 0,945; 5) 0,292; 9) 0,2772; 10) 420; 11) 8,8; 12) 0,75. 1001. 1) 1,47; 2) 4,38; 3) 548,68; 4) 55,52.

1002. 1) 0,42, 2) 0,9; 3) 3,4; 4) 0,3; 5) 0,4; 6) 10,2. **1003.** 1) 0,16; 2) 0,14; 3) 2,5; 4) 0,3. **1004.** 42,7 км/ч. **1005.** 1,8 м/мин. **1006.** 58,76 км/ч. **1007.** 4,1 км/ч. **1008.** Через 0,7 ч. **1009.** Через 9,5 мин. **1010.** 2,4 ч. **1011.** 30 мин. **1012.** Смесь навоза и торфа. **1013.** Урожайность льна **1019.** 1 036,56 р. **1020.** 116,484 км. **1021.** 5,12. **1022.** 169,2. **1023.** 40. **1024.** 32. **1025.** 1) 3,48 : 29 = 0,12; 2) 9,75 : 39 = 0,25; 3) 5,51 : 29 = 0,19. **1026.** 300 страниц. **1027.** 6,89. **1028.** 10,6 км/ч и 1,8 км/ч. **1039.** 6,6. **1040.** 10,6. **1041.** 4; 16. **1042.** 5,9; 10,5. **1044.** По 12 баллов. **1045.** 45 км/ч. **1046.** 230 р. **1047.** 2,4. **1048.** 9,18. **1049.** 32 года. **1050.** На 1. **1051.** *Указание.* Пусть не все гномы были одинакового роста. Тогда самый высокий гном не может быть выше ни одного из двух своих соседей. Значит, самый высокий гном и два его соседа были одинакового роста. Проведите аналогичные рассуждения для соседей этих трёх гномов и т. д. **1053.** 2) 2592 см³. **1073.** 312 кг. **1074.** 88 банок. **1078.** 468 деревьев. **1079.** 94 710 р. **1081.** 189 дм³. **1083.** 15 400 р.; 16 940 р. **1084.** 2 040 л; 1 734 л. **1085.** 218 км. **1086.** 588 000 р. **1087.** 30 пирожков. **1089.** 40 грузовиков. **1090.** 65 км. **1105.** 600 сольдо. **1106.** 400 грибов. **1107.** 24 дм³. **1108.** 30 км. **1109.** 300 деревьев, 177 вишен. **1110.** 320 м, 217,6 м. **1111.** 500 роз. **1112.** 400 страниц. **1113.** 1 500 кг. **1114.** 400 кг. **1115.** 120 роз. **1117.** 4) 1,6. **1120.** 14 км/ч. **1121.** 1) 20; 2) 25. **1123.** 1) 624; 2) 21 134; 3) 26 166; 4) 42 292; 5) 5 003; 6) 4 007; 7) 1; 8) 17 046; 9) 10,68; 10) 2,48; 11) 1,963; 12) 30; 13) 6,119; 14) 3,1625; 15) 0,64; 16) 2,4; 17) 0,7095; 18) 306,88; 19) 15,8; 20) 39,75; 21) 2,515; 22) 19,84. **1124.** 6) 0,2; 7) 52; 8) 0,11; 9) 15; 10) 6,29. **1127.** 3) 54,02; 4) 3,7; 5) 2,676; 6) 2,113; 7) 500; 8) 27,03. **1128.** 7) 400; 8) 16,784; 9) 7,69; 10) $3\frac{1}{23}$; 11) 3 209; 12) $9\frac{12}{18}$; 13) 0,631; 14) 0,95; 15) 2 779; 16) 4,058; 17) 57,543; 18) $1\frac{10}{15}$. **1129.** 9) 0,06; 10) 2 230; 17) 0,06; 18) 0,4. **1137.** 14 га, 32 га. **1138.** 345 кг, 465 кг. **1139.** 27 автомашин. **1140.** 40 т 1 ц 25 кг. **1141.** 12 крон. **1142.** За 6 мин. **1143.** За 2 ч. **1144.** 3,5 мин, 700 л, 490 л. **1145.** 1,5 кг. **1146.** 3,25 м, 2,75 м. **1147.** 24 кг, 18 кг. **1150.** 0,8 ч или 1,4 ч. **1153.** 9,6 км/ч или 7,2 км/ч. **1154.** 429 км. **1155.** 2,5 ч. **1156.** 64 км/ч. **1157.** 8 ч. **1158.** 1,5 км. **1159.** 232,4 км. **1160.** 75 км/ч. **1161.** 8 км/ч. **1162.** 76,2 км, грузовик впереди; 14,05 км, мотоциклист впереди. **1163.** 328 км. **1164.** 158 км. **1167.** Через 3,5 ч. Задачу можно решить, не зная скорости течения. **1168.** 5 ч. **1169.** 90 м. **1170.** 720 м. *Указание.* Время спуска с горы выразите в минутах: 1,2 ч = 72 мин. **1171.** 375 м. *Указание.* Найдите скорость движения поездов относительно друг друга, а потом выразите её в метрах за секунду. **1172.** 45 км/ч.

1173. 5 ч, 18 км. **1175.** 640 км. **1176.** 67,2 кг. **1177.** 2384 пельменя.
1182. 150 кг. **1183.** 60 км. **1184.** 41,6 кг. **1187.** 68 пирожков. **1196.** $\frac{3}{8}$ м².
1197. 21,2 см. **1200.** 40 см³. **1202.** 11 520 см³. **1203.** 189 дм³. **1204.** 8 км
или 1,6 км. **1205.** 20,25 ч. **1211.** 500 км/с, 1 150 км/с. **1213.** 35 кг, 98 кг,
147 кг. **1214.** 70 км/ч, 60 км/ч. **1215.** 14 км/ч, 56 км/ч. **1216.** 1) 1,2 км/ч,
9,6 км/ч. **1218.** 5 040 р. **1219.** 43,7 кг, 31,1 кг. **1220.** 8,4 кг. **1221.** 160.

Ответы к заданиям в тестовой форме «Проверьте себя»

Номер задания	Номер задачи											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	В	В	Б	А	Б	В	Б	А	В	Б	Г	Б
2	А	В	Б	А	В	В	Б	Г	Г	Г	В	Б
3	В	А	А	Г	Б	Г	Б	Б	В	В	Б	А
4	А	Б	В	Г	А	Б	Б	Г	В	А	Б	Б
5	В	А	Б	В	В	Б	А	Г	Б	Г	Г	Б
6	В	Г	Б	А	А	Г	Б	Г	Б	В	Б	В

Ответы к итоговым заданиям в тестовой форме «Проверьте себя»

Вариант	Номер задачи											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	А	А	В	В	Г	Б	В	В	Б	В	А	В
2	В	Г	А	Г	Б	В	Б	Б	В	Б	В	В
3	Б	Г	В	Б	А	Г	В	Б	Б	В	А	В
4	Б	В	В	Б	В	Б	Г	В	В	А	Г	В
5	А	В	В	А	Б	В	В	Б	В	В	Б	А

Алфавитно-предметный указатель

Ар 140

Биссектриса угла 74

Боковые стороны равнобедренного треугольника 90

Величина угла 78

Вершина многоугольника 86

— пирамиды 148

— прямоугольного параллелепипеда 146

— угла 73

Выражение буквенное 63

— числовое 63

Высота параллелепипеда 146

Вычитаемое 55

Вычитание 55

— десятичных дробей 221

— обыкновенных дробей 187

Гектар 140

Геометрическая фигура 17

Геометрическое тело 149

Градус 78

Грань прямоугольного параллелепипеда 146

Деление 119

— десятичных дробей 239, 240

— с остатком 131

Делимое 120

Делитель 120

Дерево возможных вариантов 162

Длина ломаной 18

— отрезка 17

Дробь десятичная 205

— неправильная 181

— обыкновенная 171

— правильная 181

Единичный квадрат 139

— куб 154

— отрезок 17, 35

— угол 78

Знаменатель дроби 171

Значение выражения 63

Измерение отрезков 17

— углов 78

Измерения прямоугольного параллелепипеда 146

Квадрат 96

Квадрат числа 135

Квадратный метр 139

— миллиметр 139

— сантиметр 139

Концы отрезка 17

Координата точки 35

Корень уравнения 70

Куб 146

Куб числа 135

Кубический дециметр 154

— километр 154

— метр 154

— миллиметр 154

— сантиметр 154

Литр 154

Ломаная 18

Ломаной вершины 18

— звенья 18

— концы 18

Луч 28

— координатный 35

Многогранник 148

Многоугольник 86

Множитель 106

Начало луча 28

— отсчёта 35

Неравенство 41

— двойное 41

Объём 153

— куба 155

— прямоугольного параллелепипеда 155

Округление чисел 215

Основание пирамиды 148

— прямоугольного параллелепипеда 146

— равнобедренного треугольника 90

Остаток 131

Ось симметрии фигуры 96

Отрезок 17

Палетка 141

Пирамида 148

Плоскость 27

Площадь 138

— квадрата 140

— поверхности параллелепипеда 146

— прямоугольника 140

Правильный тетраэдр 149

Приближённое значение 215

Произведение 106

— десятичных дробей 229

Процент 252

Прямая 28

Прямоугольник 95

Прямоугольника противолежащие стороны 95

— соседние стороны 95

Прямоугольный параллелепипед 145

Равновеликие фигуры 140

Равные многоугольники 86

— отрезки 18

— углы 74

— фигуры 86

Развёртка пирамиды 149

— прямоугольного параллелепипеда 147

Разность 55

Разрядные слагаемые 9

Разряды числа 8

Раскрытие скобок 116

Ребро пирамиды 148

— прямоугольного параллелепипеда 146

Решение уравнения 70

Ряд натуральных чисел 5

Свойства сложения 49, 50

— умножения 107, 114, 115

Система счисления 9

— — десятичная 9

— — римская 14

Слагаемые 49

Сложение десятичных дробей 221

— обыкновенных дробей 187

Смешанное число 194

Сотка 141

Сравнение десятичных дробей 211, 212

— натуральных чисел 41

— обыкновенных дробей 182, 183

— углов 79

Среднее арифметическое 247

Средняя величина 247

Степень 135

Степени основание 135

— показатель 135

Стороны многоугольника 86

— угла 73

Сумма 49

Транспортир 78
Треугольник 89
— остроугольный 89
— правильный 90
— прямоугольный 89
— равнобедренный 90
— равносторонний 90
— разносторонний 91
— тупоугольный 89

Угол 73
— острый 79
— прямой 79
— развёрнутый 77
— тупой 80

Уменьшаемое 55
Умножение 106
— десятичных дробей 229, 230

Уравнение 69

Фигуры, симметричные относительно прямой 96
Формула пути 64

Цифры 8

Частное 120
— неполное 131
Черта дроби 171
Четырёхугольник 85
— правильный 96
Числа дробные 170
— натуральные 5
Числитель дроби 171

Шкала 34

Учителю

Мы очень надеемся, что этот учебник станет надёжным помощником в вашем нелёгком и благородном труде, и будем искренне рады, если он вам понравится.

В книге собран многочисленный и разнообразный дидактический материал. Возможно, за один учебный год не удастся решить все задачи, да в этом и нет необходимости. Вместе с тем намного удобнее работать, если есть значительный запас задач. Это даёт возможность реализовать принципы уровневой дифференциации и индивидуального подхода в обучении.

Авторы

Оглавление

От авторов	3
------------------	---

Раздел I. Натуральные числа и действия над ними

Глава 1. Натуральные числа

§ 1. Ряд натуральных чисел	5
§ 2. Цифры. Десятичная запись натуральных чисел	8
<i>Как считали в старину</i>	13
<i>Как называют «числа-великаны»</i>	16
§ 3. Отрезок. Длина отрезка	16
<i>От локтей и ладоней к метрической системе</i>	26
§ 4. Плоскость. Прямая. Луч	27
<i>О льняной нити и линиях</i>	32
§ 5. Шкала. Координатный луч	34
§ 6. Сравнение натуральных чисел	40
<i>Задание № 1 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	47
<i>Итоги главы 1</i>	48

Глава 2. Сложение и вычитание натуральных чисел

§ 7. Сложение натуральных чисел. Свойства сложения	49
§ 8. Вычитание натуральных чисел	55
§ 9. Числовые и буквенные выражения. Формулы	63
<i>Язык, понятный всем</i>	68
§ 10. Уравнение	69
§ 11. Угол. Обозначение углов	73
§ 12. Виды углов. Измерение углов	77
§ 13. Многоугольники. Равные фигуры	85
§ 14. Треугольник и его виды	89
§ 15. Прямоугольник. Ось симметрии фигуры	95
<i>Задание № 2 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	102
<i>Итоги главы 2</i>	103

Глава 3. Умножение и деление натуральных чисел

§ 16. Умножение. Переместительное свойство умножения	106
§ 17. Сочетательное и распределительное свойства умножения	114
§ 18. Деление	119
§ 19. Деление с остатком	131
§ 20. Степень числа	135
§ 21. Площадь. Площадь прямоугольника	138

§ 22. Прямоугольный параллелепипед. Пирамида	145
§ 23. Объём прямоугольного параллелепипеда	153
§ 24. Комбинаторные задачи	160
<i>Задание № 3 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	167
<i>Итоги главы 3</i>	168

Раздел II. Дробные числа и действия над ними

Глава 4. Обыкновенные дроби

§ 25. Понятие обыкновенной дроби	170
<i>«Попасть в дроби»</i>	179
§ 26. Правильные и неправильные дроби. Сравнение дробей ...	180
§ 27. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	187
§ 28. Дроби и деление натуральных чисел	191
§ 29. Смешанные числа	194
<i>Задание № 4 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	202
<i>Итоги главы 4</i>	203

Глава 5. Десятичные дроби

§ 30. Представление о десятичных дробях	205
<i>От шестидесятичных дробей к десятичным дробям</i>	210
§ 31. Сравнение десятичных дробей	211
§ 32. Округление чисел. Прикидки	215
§ 33. Сложение и вычитание десятичных дробей	220
<i>Задание № 5 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	228
§ 34. Умножение десятичных дробей	229
§ 35. Деление десятичных дробей	237
§ 36. Среднее арифметическое. Среднее значение величины	247
§ 37. Проценты. Нахождение процентов от числа	252
§ 38. Нахождение числа по его процентам	259
<i>Задание № 6 «Проверьте себя» в тестовой форме</i>	264
<i>Итоги главы 5</i>	265

Дружим с компьютером

Упражнения для повторения курса математики

5 класса






Итоговые задания в тестовой форме «Проверьте себя» ...

Ответы и указания к упражнениям

Алфавитно-предметный указатель

Учителю

Цифры Древнего Египта

							
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

Римские цифры

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1 000

Цифры Древней Руси

Единицы	
Ⓐ	1
Ⓑ	2
Ⓒ	3
Ⓓ	4
Ⓔ	5
Ⓕ	6
Ⓖ	7
Ⓗ	8
Ⓙ	9

Десятки	
Ⓘ	10
Ⓚ	20
Ⓛ	30
Ⓜ	40
Ⓝ	50
ⒼⓃ	60
Ⓞ	70
Ⓟ	80
Ⓡ	90

Сотни	
Ⓢ	100
Ⓣ	200
Ⓝ	300
Ⓡ	400
ⓄⓈ	500
ⓇⓃ	600
ⓇⓇ	700
ⓄⓇ	800
ⓇⓄ	900

Квадраты натуральных чисел

n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

Кубы натуральных чисел

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1 000

Степени с основанием 10

Число	Название числа
10^3	тысяча
10^6	миллион
10^9	миллиард
10^{12}	триллион
10^{15}	квадриллион
10^{18}	квинтиллион
10^{21}	секстиллион
10^{24}	септиллион

Сокращённые обозначения метрических единиц

Приставка	Обозначение	Множитель
Микро-	мк	0,000001
Милли-	м	0,001
Санتي-	с	0,01
Деци-	д	0,1
Кило-	к	1 000
Мега-	М	1 000 000

Метрическая система мер

Меры длины
1 км = 1 000 м 1 м = 10 дм = 100 см 1 дм = 10 см 1 см = 10 мм

Меры площади
1 км ² = 1 000 000 м ² 1 м ² = 100 дм ² = 10 000 см ² 1 га = 100 а = 10 000 м ² 1 а = 100 м ²

Меры объёма
1 м ³ = 1 000 дм ³ = 1 000 000 см ³ 1 дм ³ = 1 000 см ³ 1 л = 1 дм ³ 1 см ³ = 1 000 мм ³

Меры массы
1 т = 1 000 кг 1 ц = 100 кг 1 кг = 1 000 г 1 г = 1 000 мг

Латинский алфавит

Печатные буквы		Рукописные буквы		Названия букв
A	a	<i>A</i>	<i>a</i>	а
B	b	<i>B</i>	<i>b</i>	бэ
C	c	<i>C</i>	<i>c</i>	цэ
D	d	<i>D</i>	<i>d</i>	дэ
E	e	<i>E</i>	<i>e</i>	е
F	f	<i>F</i>	<i>f</i>	эф
G	g	<i>G</i>	<i>g</i>	жэ
H	h	<i>H</i>	<i>h</i>	аш
I	i	<i>I</i>	<i>i</i>	и
J	j	<i>J</i>	<i>j</i>	жи
K	k	<i>K</i>	<i>k</i>	ка
L	l	<i>L</i>	<i>l</i>	эль
M	m	<i>M</i>	<i>m</i>	эм
N	n	<i>N</i>	<i>n</i>	эн
O	o	<i>O</i>	<i>o</i>	о
P	p	<i>P</i>	<i>p</i>	пэ
Q	q	<i>Q</i>	<i>q</i>	ку
R	r	<i>R</i>	<i>r</i>	эр
S	s	<i>S</i>	<i>s</i>	эс
T	t	<i>T</i>	<i>t</i>	тэ
U	u	<i>U</i>	<i>u</i>	у
V	v	<i>V</i>	<i>v</i>	вэ
W	w	<i>W</i>	<i>w</i>	дубль-вэ
X	x	<i>X</i>	<i>x</i>	икс
Y	y	<i>Y</i>	<i>y</i>	игрек
Z	z	<i>Z</i>	<i>z</i>	зед